



Modélisation réaliste de l'instabilité de diffusion brillouin stimulée.

Paul-Edouard Masson-Laborde

► To cite this version:

Paul-Edouard Masson-Laborde. Modélisation réaliste de l'instabilité de diffusion brillouin stimulée.. Physique [physics]. Ecole Polytechnique X, 2006. Français. NNT: . pastel-00001913

HAL Id: pastel-00001913

<https://pastel.archives-ouvertes.fr/pastel-00001913>

Submitted on 28 Jul 2010

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

THESE

présentée pour obtenir le grade de

DOCTEUR DE L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE

Spécialité : Physique Théorique

par

Paul-Edouard MASSON-LABORDE

**MODÉLISATION RÉALISTE DE L'INSTABILITÉ
DE DIFFUSION BRILLOUIN STIMULÉE**

soutenue le 28 Mars 2006 devant le jury composé de

M.	Pierre BERTRAND	Professeur des Universités , HdR LPMIA, Nancy	Rapporteur
M.	Michel CASANOVA	Ingénieur de recherche au CEA CEA/Bruyères-le-Châtel	
M.	Stefan HÜLLER	Chargé de recherche CPHT,Ecole Polytechnique, Palaiseau	
Mme.	Christine LABAUNE	Directrice de recherche LULI, Ecole Polytechnique, Palaiseau	Présidente du jury
M.	Patrick MORA	Directeur de recherche CPHT, Ecole Polytechnique, Palaiseau	Directeur de these
M.	Vladimir TIKHONCHUK	Professeur des Universités , HdR CELIA, Bordeaux	Rapporteur

REMERCIEMENTS

Faire une thèse est un travail long et difficile, mais, je crois qu'écrire les remerciements est la partie la plus difficile que j'ai eu à faire. En effet, une thèse, comme tout travail de recherche, est plus un travail collectif qu'un travail personnel et chacune des personnes qui nous entoure et nous soutient contribue à sa réalisation. Et ces personnes sont nombreuses...

La première personne que je remercie est, bien sûr, Stefan Hüller. Son soutien, son encadrement et sa gentillesse m'ont permis de commencer et d'aller au bout de cette thèse et c'est à lui que je la dois. Ma dette envers lui est immense. Bien que je n'ai jamais été initié auparavant, lors de mes études, à la physique de l'interaction laser-plasma, Stefan n'a jamais douté de moi et a su, grâce à ses conseils avisés, m'encadrer et me faire avancer dans ce sujet. Le rôle d'éducateur que doit avoir un encadrant de thèse, Stefan a su parfaitement l'endosser au cours de ces années.

Travailler avec lui est et sera toujours un grand plaisir, et j'espère avoir l'occasion de renouveler cette expérience dans l'avenir.

Je tiens aussi à remercier Denis Pesme pour m'avoir co-encadré au cours de ces trois années. Sa disponibilité et sa patience, même devant mes très nombreuses questions, m'ont beaucoup aidé.

A Denis et à Stefan, à mon sens co-auteurs de cette thèse, merci, merci et encore merci pour tout.

Je souhaite remercier Michel Casanova pour son co-encadrement durant cette thèse, mais aussi pour ses qualités humaines, sa gentillesse, et pour avoir toujours su me donner courage pour les nombreuses présentations au CEA...

Merci aussi à Pascal Loiseau pour son aide, pour tous ses encouragements pendant ma thèse et pendant la rédaction. Nos discussions m'ont toujours beaucoup appris et pour tout cela, merci beaucoup.

En particulier, ma première conférence qui s'est déroulée à Puerto Rico avec Michel et Pascal restera un très bon souvenir.

Je remercie le DCSA et le CEA de Bruyères-le-Châtel pour m'avoir accueilli et financé pendant cette thèse.

Je voudrais aussi remercier Patrick Mora pour m'avoir accueilli au Centre de Physique Théorique de l'Ecole Polytechnique, pour avoir accepté le rôle de directeur de cette thèse et pour l'ensemble de ses conseils.

Je remercie également toute l'équipe du CPHT, aussi bien les chercheurs (de passage ou permanents : A. Couairon, J.C Adam, A. Héron, C. Riconda, S. Weber...), que le personnel administratif, tout particulièrement pour leur efficacité.

Merci beaucoup à Christine Labaune pour son aide et pour m'avoir fait découvrir le côté expérimental de la physique de l'interaction laser-plasma. Cette rencontre et les discussions ont été pour moi très enrichissantes et j'ai beaucoup appris à ces différentes occasions. Je tiens aussi à remercier Sylvie Depierreux, Heidi Bandulet et Kevin Lewis

pour avoir aussi répondu à mes nombreuses questions et pour m'avoir permis à de nombreuses reprises de visiter les installations du Laboratoire pour l'Utilisation des Lasers Intenses.

Merci beaucoup à Vladimir Tikhonchuk et Pierre Bertrand pour leurs conseils et pour avoir accepté d'être rapporteurs de cette thèse.

Je voudrais remercier les différents thésards ou post-doc que j'ai eu l'occasion de rencontrer au cours de cette thèse. Je remercie Benjamin Lecreur (le seul thésard physicien que j'ai pu rencontrer à DCSA), pour son soutien et ses conseils alors que je venais d'arriver en thèse.

Merci à mon « co-bureau » Julien Cartier pour avoir partagé pendant un temps notre (très grand !) bureau au CEA. Merci à David Patin seul thésard du CEA que j'ai rencontré sur l'interaction laser-plasma et merci à tant d'autres encore... Pour la plupart, ils ont maintenant terminé leur thèse et je leur souhaite beaucoup de bien pour la suite de leur carrière.

Un merci tout particulier à Frank Detering avec qui une partie de ce cette thèse a été faite. Merci d'avoir accepté cette collaboration et d'avoir passé du temps à travailler avec moi. Et merci pour ses conseils sur la vie à Edmonton, ils m'ont été très utiles.

Enfin, je remercie aussi mes amis, que je n'ai malheureusement pas toujours eu le temps de voir aussi souvent que je le souhaitais durant ces trois années. Alors pour vous rendre hommage je vous cite (et oui!!). Merci à Nicolas, Christine, Jeremy, Fanane, Karine, Carole, Thomas et nos quizz-musical au pub... Je tiens à faire un petit coucou à cette nouvelle génération apparue durant mes trois années de thèse, et qui donnera peut-être (enfin je l'espère !) des futur(e)s-chercheurs : Mélina, Gabriel et Leyla.

Cette thèse est dédiée à ma famille : mes parents, Gaëtan et Ghyslaine, mes soeurs, Julie-Violaine et Sarah-Eléonore, mes grands-parents, Maurice et Emma, mes beaux-frères, Normand et Ramón, ma tante Claude et à tout le reste de ma famille en particulier à Christian et Annie qui m'ont encouragé dans cette voie. Un grand merci à ma belle-famille : Christian, Fabienne et Amélie, pour leur soutien durant ces trois années. A mes parents et à mes soeurs qui ont dû me supporter (!) durant ces trois années, parfois assez difficiles, je vous remercie beaucoup pour votre soutien, pour n'avoir jamais douté de moi et pour avoir fait de moi ce que je suis aujourd'hui. Enfin je dédie, bien sûr, cette thèse à Ingrid pour avoir toujours été à mes côtés, m'avoir soutenu dans les moments difficiles depuis la fac jusqu'à maintenant....

Merci à tout le monde, cette thèse est aussi la vôtre.

Table des matières

1. Introduction	11
1.1. La fusion par confinement inertiel (FCI)	11
1.1.1. La réaction de fusion thermonucléaire	11
1.1.2. L'attaque directe et indirecte	12
1.2. Etat de l'art sur la modélisation des instabilités paramétriques	15
1.3. Plan et objectifs de la thèse	16
2. Présentation du modèle théorique étudié	19
2.1. Relation de dispersion générale du couplage entre les ondes sonores et une onde électromagnétique	19
2.2. Diffusion Brillouin stimulée SBS	23
2.2.1. Relation de dispersion de l'instabilité et constante de couplage	23
2.2.2. Instabilité absolue et convective dans un plasma de longueur finie :	26
2.2.3. Evolution de l'instabilité en présence d'inhomogénéité du plasma	28
2.3. Autofocalisation et filamentation - éléments théoriques	30
2.3.1. Filamentation pondéromotrice	30
2.3.2. Filamentation thermique	32
2.4. Description hydrodynamique de l'instabilité de diffusion Brillouin stimulée et de la filamentation	32
2.5. Modèle de Décomposition en harmoniques	34
2.5.1. Approximation de l'équation de Poisson	34
2.5.2. Equations du modèle de décomposition en harmoniques	36
2.5.3. Conservation de l'ensemble des corrections à la dispersion	43
3. Validation du modèle de décomposition en harmoniques	45
3.1. Validation de la méthode de décomposition en harmoniques en 1D	45
3.1.1. Conditions de simulations en 1D et premières observations	45
3.1.2. Variation de la densité n_0/n_c	48
3.1.3. Variation de l'intensité $I\lambda_0^2$	60
3.1.4. Écart à la quasi-neutralité : Modèle perturbatif de Poisson et corrections dues à la dispersion	63
3.1.5. Influence de l'amortissement et corrections thermiques	64
3.2. Comparaison avec un modèle Korteweg-de-Vries/Maxwell non-paraxial	69

3.2.1.	Description de la non-linéarité par une équation de Korteweg-de-Vries/Maxwell Non-paraxial	69
3.2.2.	Comparaison des modèles	71
3.3.	Validation de la méthode décomposition en harmoniques en 2D	74
3.3.1.	Conditions de simulations : faisceau gaussien et autofocalisation .	74
3.3.2.	Validation de la méthode	78
3.3.3.	Loi d'échelle	83
3.4.	Etude numérique de la convergence du code complet	85
3.5.	Conclusion	88
4.	Modélisation des expériences d'interaction laser-plasma	91
4.1.	Modélisation des expériences d'interaction-Rappel Théorique	91
4.1.1.	Techniques de lissage optique	91
4.1.2.	Faisceau spatialement lissé et modèle de points chauds indépendants	93
4.1.3.	Réflectivité Brillouin à partir d'un faisceau lissé	95
4.1.4.	Amortissement collisionnel ou Bremsstrahlung inverse	96
4.1.5.	Rôle de la collisionnalité dans les points chauds : transport non-local	97
4.2.	Présentation de l'expérience et conditions des simulations	99
4.3.	Résultats obtenus en faisceau RPP	100
4.4.	Résultats obtenus en mono-speckle	112
4.5.	Discussion sur le niveau de bruit initial utilisé dans les simulations	116
4.6.	Conclusion	116
5.	Amélioration du modèle : modélisation des effets cinétiques et des sous-harmoniques	119
5.1.	Introduction : Rappels théoriques	120
5.1.1.	Les effets cinétiques : amortissement Landau et piégeage des particules	120
5.1.2.	Instabilité paramétrique des ondes sonores	124
5.2.	Mise en évidence d'un transfert d'énergie vers les composantes de grandes longueurs d'ondes via des non-linéarités fluides	128
5.2.1.	Auto-modulation	128
5.2.2.	Simulations fluides 2D	131
5.3.	Modélisation des sous-harmoniques : cas d'un potentiel forcé	137
5.3.1.	Description de la méthode	137
5.3.2.	Conditions de simulations	140
5.3.3.	Résultats obtenus	140
5.3.4.	Discussion	148
5.4.	Comparaison avec un code PIC Hybrid : Brillouin auto-consistant	148
5.4.1.	Présentation des codes et des simulations	149
5.4.2.	Résultats des simulations et comparaison	151
5.4.3.	Discussion et conclusion	156
6.	Conclusion	165

A. Dérivation de la relation de dispersion générale des ondes acoustiques ioniques et calculs des coefficients de couplage quadratiques	169
A.1. Version linéarisée :	169
A.2. Version nonlinéaire :	170
B. Présentation des modèles numériques utilisés	179
B.1. Modèle numérique du Code hydrodynamique dit 'Complet' 1D et 2D . .	179
B.1.1. La partie Hydrodynamique	180
B.1.2. Equation de Poisson non-linéaire	181
B.1.3. Maxwell	182
C. Publications	185

Table des figures

1.1.	Cavité dans le schéma d'attaque indirecte : le hohlraum	13
1.2.	Instabilités paramétriques dans l'interaction laser-plasma	13
3.1.	Profil de densité et de vitesse n_i/n_0 et v_0/c_s à l'instant initial $\omega_s t = 0$ et à $\omega_s t = 400$	47
3.2.	Evolution spatio-temporelle de la densité (a) et du champ électromagnétique (b) pour le cas $n_0 = 0.12n_c$ avec les paramètres suivants : $I_L = 2.5 \cdot 10^{14} \text{W/cm}^2$, $T_e = 1 \text{KeV}$	47
3.3.	Evolution de la densité n_i/n_c à trois instants différents pour $n_0 = 0.05n_c$ en haut et $n_0 = 0.12n_c$ en bas	48
3.4.	Réflectivité instantanée (a) et profil de densité à quatre instants (b)-(d) pour $n_0 = 0.12n_c$	50
3.5.	Réflectivité instantanée (a) et profil de densité à quatre instants (b)-(d) pour $n_0 = 0.05n_c$	51
3.6.	Réflectivité instantanée (a) et profil de densité à quatre instants (b)-(d) pour $n_0 = 0.35n_c$	51
3.7.	Réflectivité instantanée (en haut) et spectre de la lumière rétrodiffusée (en bas) pour trois densités (a) $n_0 = 0.05n_c$, (b) $n_0 = 0.12n_c$, (c) $n_0 = 0.35n_c$	52
3.8.	Spectre de la densité calculée avec le code complet au maximum de la réflectivité pour deux valeurs de n/n_c : (a) $n_0 = 0.05n_c$ et (b) $n_0 = 0.12n_c$	57
3.9.	Réflectivité moyenne $\langle R \rangle$ en fonction du nombre d'harmoniques pour différentes valeurs de $k_s \lambda_D$ pour un amortissement $\nu_s/\omega_s = 10^{-3}$	58
3.10.	Réflectivité instantanée pour le code complet et le code de décomposition (a) pour $n_0 = 0.05n_c$ et (b) $n_0 = 0.12n_c$ et réflectivité moyenne cumulée pour les deux cas et avec le modèle à trois ondes (c) pour $n_0 = 0.05n_c$ et (d) $n_0 = 0.12n_c$	58
3.11.	Profils spatiaux de la densité électronique obtenus à partir du code complet, présentant des oscillations de période $\lambda_0/2$, et obtenus à partir du code de décomposition, reconstruit en ne conservant que la composante fondamentale n_1 : (a) pour $\omega_s t = 60$, (b) $\omega_s t = 150$ (c) agrandissement du domaine compris entre $900 < k_s L < 1600$ au temps $\omega_s t = 120$	61
3.12.	Spectre de la densité calculée avec le code de décomposition en harmoniques Harmony 1D au maximum de la réflectivité pour deux valeurs de n/n_c : (a) $n_0 = 0.05n_c$ et (b) $n_0 = 0.12n_c$	62

3.13. Réflectivité moyenne obtenues à partir du code complet et du code de décomposition en fonction de l'intensité, pour une densité $n_0 = 0.12n_c$ et un amortissement sur l'onde sonore $\nu_s/\omega_s = 10^{-3}$	62
3.14. Comparaison des modèles : modèle hydrodynamique complet avec Poisson et modèle hydrodynamique avec le modèle approché de Poisson. En haut : réflectivité moyenne en fonction de n/n_c , en bas : réflectivité instantanée pour $k_s\lambda_D = 0.4$ (à gauche) et $k_s\lambda_D = 0.25$ (à droite)	65
3.15. Évolution spatiale de la densité en présence d'un amortissement ionique $\nu_s/\omega_s \simeq 10^{-2}$ pour trois instants : $\omega_s t = 70$, $\omega_s t = 150$ et $\omega_s t = 450$, pour les paramètres suivant : $I\lambda_0^2 = 2.510^{14}W/cm^2$, $n_0 = 0.12n_c$	67
3.16. Réflectivité Brillouin obtenue à partir du code complet et du code de décomposition en harmoniques en présence d'un amortissement de l'ordre de l'amortissement Landau ionique $\nu_s/\omega_s \simeq 10^{-2}$ pour les paramètres suivant : $I\lambda_0^2 = 2.510^{14}W/cm^2$, $n_0 = 0.12n_c$	68
3.17. Fluctuations de densités $N = \delta n/n_0$ associées au SBS et déterminées par une simulation avec un modèle KDV-Maxwell à deux instants différents : $\omega_s t = 90$ (à gauche) et $\omega_s t = 300$ (à droite) avec les paramètres suivant : $n_0/n_c = 0.12$, $T_e = 1keV$, $I\lambda_0^2 = 2.5 \cdot 10^{14}W/cm^2$ et $L_I = 160\lambda_0$ pour $\lambda_0 = 1\mu m$	72
3.18. Comparaison de : (a) l'amplitude de la composante fondamentale (k_s) et (b) de l'amplitude de la deuxième harmonique ($2k_s$) pour une description avec un modèle KDV et un modèle hydrodynamique complet, les paramètres sont ceux de la figure Fig. 3.17	73
3.19. Comparaison des réflectivités moyennes pour les trois modèles (Harmony1D, KDV et code complet) pour différentes densités, les autres paramètres étant les mêmes que la Fig. 3.17	74
3.20. Schéma d'un faisceau Gaussien focalisé en $z = z_{foc}$	76
3.21. Comparaison de la densité électronique entre les simulations 2D (a) et 1D (b) pour trois instants différents : $\omega_s t = 18$, 30 et 54 et pour les paramètres suivants : $L_z = 120\lambda_0$, $L_\perp = 40\lambda_0$, $n_0/n_c = 0.1$, $T_e = 1keV$ et $I\lambda_0^2 = 10^{15}W/cm^2\mu m^2$	78
3.22. Comparaison de la réflectivité entre les simulations 2D et 1D pour les paramètres suivants : $L_z = 120\lambda_0$, $L_\perp = 40\lambda_0$, $n_0/n_c = 0.1$, $T_e = 1keV$ et $I\lambda_0^2 = 10^{15}W/cm^2$	79
3.23. Réflectivité en échelle logarithmique comparant la croissance de l'instabilité de diffusion Brillouin stimulée en 2D avec le code complet (ligne en pointillée), le code décomposition en harmoniques (trait fin) et avec le code de décomposition mais sans les harmoniques (trait en gras). Les paramètres sont : $I = 10^{15}W/cm^2$, $\lambda_0 = 1\mu m$, $T_e = 1keV$, $n_0/n_c = 0.1$, $\nu/\omega_s = 0.008$	80
3.24. Réflectivité Brillouin en échelle linéaire en 2D avec le code complet (ligne en pointillée), le code décomposition en harmoniques (trait fin) et avec le code de décomposition mais sans les harmoniques (trait en gras).	80

3.25. (a) Champ électromagnétique total $ E(z, x_\perp) $ normalisé à l'intensité maximale du champ incident obtenu avec le code complet en 2D à $\omega_s t = 30$, (b) Superposition du champ incident et du champ rétrodiffusé normalisés à l'intensité maximale du champ incident et calculés à partir du code Harmony2D à $\omega_s t = 30$	81
3.26. (a) densité ionique $n_i(z, x_\perp)/n_0(t = 0)$ obtenue avec le code complet en 2D à $\omega_s t = 30$, (b) Superposition de la densité hydrodynamique $N_0(z, x_\perp)$ et de la composante fondamentale de l'onde sonore $n_1(z, x_\perp)$ obtenues à partir du code Harmony2D à $\omega_s t = 30$	82
3.27. Réflectivité moyenne en fonction de l'intensité (entre $[10^{14} - 10^{16}] W/cm^2$) pour des simulations avec Harmony1D et Harmony2D, les autres paramètres étant : $n_0/n_c = 0.1$, $T_e = 1keV$, $\nu/\omega_s = 0.008$, $\lambda_0 = 1\mu m$	84
3.28. Réflectivité moyenne en fonction de la densité n_0/n_c pour des simulations 2D avec deux intensités $I = 1.5 \cdot 10^{15} W/cm^2$ (courbe en haut) et $I = 5 \cdot 10^{14} W/cm^2$ (courbe en bas), les autres paramètres étant les mêmes : $T_e = 1keV$, $\nu/\omega_s = 0.008$, $\lambda_0 = 1\mu m$	84
3.29. Réflectivité moyenne en fonction de la longueur adimensionnée L/L_0 pour : (a) des simulations avec la densité fixée ($n_0 = 0.1n_c$) et en variant l'intensité, et (b) des simulations avec l'intensité fixée ($I = 5 \cdot 10^{14} W/cm^2$) et en variant la densité. Les simulations sont représentées par les symboles : 'x' pour le jeu (a) et 'Δ' pour le jeu (b), et les lois d'échelles en trait plein.	85
3.30. Réflectivité pour différents Δz avec $I\lambda_0^2 = 10^{14} W/cm^2$ et $\nu/\omega_s = 0$ (en haut) et $\nu/\omega_s = 0.01$ (en bas)	87
3.31. Réflectivité pour différents Δz avec $I\lambda_0^2 = 2,5 \cdot 10^{14} W/cm^2$ et $\nu/\omega_s = 0$ (en haut) et $\nu/\omega_s = 0.01$ (en bas)	87
4.1. Schématisation d'un faisceau RPP	92
4.2. Coupe transverse des profils de densité et de vitesse utilisés pour modéliser l'expérience	101
4.3. Profil d'impulsion laser $P_L(t)$ utilisée au cours du temps en picosecondes (Labaune <i>et al</i> , EPS 2005)	102
4.4. Faisceau incident $I_+/\langle I \rangle(x_\perp, z)$ pour $\langle I \rangle = 8 \cdot 10^{13} W/cm^2$ à trois instants $t=10, 50$ et $70ps$. A ces trois instants, l'intensité du point chaud le plus intense est respectivement de $9.6 \cdot 10^{13} W/cm^2$, $5.6 \cdot 10^{14} W/cm^2$ et $9 \cdot 10^{14} W/cm^2$	103
4.5. Faisceau incident $I_+/\langle I \rangle(x_\perp, z)$ pour $\langle I \rangle = 2.5 \cdot 10^{13} W/cm^2$ à trois instants $t=30, 80$ et $120ps$. A ces trois instants, l'intensité du point chaud le plus intense est respectivement de $7.5 \cdot 10^{13} W/cm^2$, $4 \cdot 10^{14} W/cm^2$ et $6.2 \cdot 10^{14} W/cm^2$	103
4.6. Amplitude de la composante fondamentale $n_1/N_0(x_\perp, z)$ pour $\langle I \rangle = 8 \cdot 10^{13} W/cm^2$ à trois instants $t=10, 50$ et $70ps$	104
4.7. Amplitude de la composante fondamentale $n_1/N_0(x_\perp, z)$ pour $\langle I \rangle = 2.5 \cdot 10^{13} W/cm^2$ à trois instants $t=30, 80$ et $120ps$	104

4.8. Densité $N_0/N_c(x_\perp, z)$ pour $\langle I \rangle = 8 \cdot 10^{13} Wcm^2$ à trois instants $t=10, 50$ et $70ps$	105
4.9. Comparaison entre les résultats expérimentaux [63] et les résultats des simulations pour une intensité de $\langle I \rangle = 810^{13} Wcm^2$	106
4.10. Coupe transverse, au milieu de la direction transverse, illustrant la localisation des ondes sonores pour deux intensités $\langle I \rangle = 810^{13} Wcm^2$ et $\langle I \rangle = 2.5 \cdot 10^{13} Wcm^2$	107
4.11. Diagnostics de type “camera streak” illustrant une coupe longitudinale (en $z = -320\mu m$) de la composante fondamentale des ondes sonores $\sqrt{n_1/N_0}$ exprimée en fonction du temps (en picosecondes) et de la direction transverse (en μm) pour $\langle I \rangle = 8 \cdot 10^{13} Wcm^2$ et $\langle I \rangle = 2.5 \cdot 10^{13} Wcm^2$	108
4.12. Amplitude de la composante fondamentale des ondes sonores n_1/N_0 en fonction des directions transverse et longitudinale à $t=120ps$ pour $\langle I \rangle = 8 \cdot 10^{13} Wcm^2$ et $\langle I \rangle = 2.5 \cdot 10^{13} Wcm^2$	108
4.13. Transformée de Fourier selon la direction transverse du champ rétrodiffusé à l’intérieur et à l’extérieur de l’angle solide formé par l’ouverture du faisceau incident pour $\langle I \rangle = 810^{13} Wcm^2$	110
4.14. Comparaison du champ incident $I_+/\langle I \rangle(x_\perp, z)$ avec transport non-local (à gauche (a)) et sans (à droite (b)) pour $\langle I \rangle = 810^{13} Wcm^2$ pris à $t=120ps$	110
4.15. Impulsion laser au cours du temps (en haut) et comparaison des réflectivités obtenues selon la manière de collecter l’énergie rétrodiffusée (extérieur de l’angle solide formé par l’ouverture du faisceau incident, intérieur ou totalité de l’angle) pour $\langle I \rangle = 810^{13} Wcm^2$ et avec le transport non-local (en bas)	112
4.16. Impulsion au cours du temps (en haut) et comparaison des réflectivités obtenues avec et sans transport non-local pour $\langle I \rangle = 810^{13} Wcm^2$ (en bas)	113
4.17. Taux de réflectivité Brillouin en fonction de l’intensité moyenne (en unité de $10^{15} W/cm^2$) pour un faisceau Gaussien avec $f_\# = 10$, (a) résultats des simulations, (b) résultats expérimentaux -figure extraite de [69, 71]- . . .	114
4.18. Evolution de l’intensité incidente à plusieurs instants pour $\langle I \rangle = 10^{15} Wcm^2$ et un faisceau Gaussien avec $f_\# = 10$	115
4.19. Evolution des ondes sonores (n_1/N_0) en fonction du temps et de la direction longitudinale prise au milieu de la dimension transverse pour plusieurs intensité (a) $\langle I \rangle = 10^{14} Wcm^2$, (b) $\langle I \rangle = 2.5 \cdot 10^{14} Wcm^2$, (c) $\langle I \rangle = 5 \cdot 10^{14} Wcm^2$ et (d) $\langle I \rangle = 10^{15} Wcm^2$ pour un faisceau Gaussien avec $f_\# = 10$	115
5.1. Évolution temporelle de $\delta n(k)/n_0$ pour les différents modes $k_s + pk_0$ avec $p = [1, -1, 0, 2, -2]$, pour une amplitude $a_0=0.4$	129
5.2. Evolution des paquets d’ondes dans le repère de l’onde $x - c_s t$ à 4 instants différents (à gauche) et spectre de Fourier des paquets d’ondes au même instant (à droite) pour une amplitude initiale $a_0 = 0.4$	130

5.3. Evolution des paquets d'ondes dans le repère de l'onde $x - c_s t$ à 4 instants différents (à gauche) et spectre de Fourier des paquets d'ondes au même instants (à droite) pour une amplitude initiale $a_0 = 0.4$ et une simulation effectuée en ne conservant que les non-linéarités d'origine cinétiques . . .	132
5.4. Evolution de la composante fondamentale au cours du temps pour des simulations 1D avec et sans amortissement pour les paramètres suivants : $\phi_p = 0.005$, $k_s \lambda_D = 0.3$ et pour $\nu = 0$ et $\nu = 0.05 \omega_s$	135
5.5. Densité ionique à partir des simulations 2D dans l'espace de Fourier (k_\perp, k_\parallel) pour 4 instants différents et pour les paramètres suivants : $\phi_p = 0.005$, $k_s \lambda_D = 0.33$, $\nu/\omega_s = 0.005$	136
5.6. Représentation spectrale de la modélisation des sous-harmoniques dans le code	138
5.7. Amplitude en fonction du temps du mode fondamental avec et sans les sous-harmoniques et amplitude totale des modes $n_{k_{sub}} = \sqrt{\sum_{k=k_{min}}^{k=k_s-k_{min}} n_k^2(t)}$ pour une simulation 2D avec les paramètres suivants : $\phi_p = 0.005$, $k_s \lambda_D = 0.25$, $\delta\omega_{mis} = 0$, $\nu/\omega_s = 0$ et $k_{min} = k_s/6$ (sous-harmoniques 1/6)	141
5.8. Etude de la convergence en sous-harmoniques avec 3 grilles différentes $k_{min} = k_s/2, k_s/3$ et $k_s/6$ avec : amplitude de la composante fondamentale (en haut) et amplitude des sous-harmoniques $\sqrt{\sum_{k=k_{min}}^{k=k_s-k_{min}} n_k^2(t)}$ (en bas) pour les paramètres suivants : $\phi_p = 0.005$, $k_s \lambda_D = 0.25$, $\delta\omega_{mis} = 0$ et $\nu/\omega_s = 0$	142
5.9. Etude de la convergence en sous-harmoniques avec 3 grilles différentes $k_{min} = k_s/2, k_s/3$ et $k_s/6$ avec : amplitude de la composante fondamentale (en haut) et amplitude des sous-harmoniques $\sqrt{\sum_{k=k_{min}}^{k=k_s-k_{min}} n_k^2(t)}$ (en bas) pour les paramètres suivants : $\phi_p = 0.02$, $k_s \lambda_D = 0.25$, $\delta\omega_{mis} = 0$ et $\nu/\omega_s = 0.01$	143
5.10. Evolution de la deuxième harmonique et des sous-harmoniques dans un cas 1D et un cas 2D avec les paramètres suivants : $\phi_p = 0.02$, $k_s \lambda_D = 0.25$, $\delta\omega_{mis} = 0$ et $\nu/\omega_s = 0.01$	144
5.11. Amplitude en fonction du temps du mode fondamental avec et sans les sous-harmoniques et amplitude totale des modes $\sqrt{\sum_{k=k_{min}}^{k=k_s-k_{min}} n_k^2(t)}$ pour une simulations 2D avec les paramètres suivants : $\phi_p = 0.005$, $k_s \lambda_D = 0.25$, $\delta\omega_{mis} = 0.05 \omega_s$, $\nu/\omega_s = 0$ et $k_{min} k_s/6$ (sous-harmoniques 1/6)	145
5.12. Amplitude en fonction du temps du mode fondamental avec et sans les sous-harmoniques et amplitude totale des modes $\sqrt{\sum_{k=k_{min}}^{k=k_s-k_{min}} n_k^2(t)}$ pour une simulations 2D avec les paramètres suivants : $\phi_p = 0.005$, $k_s \lambda_D = 0.25$, $\delta\omega_{mis} = -0.05 \omega_s$, $\nu/\omega_s = 0$ et $k_{min} k_s/6$ (sous-harmoniques 1/6)	146

- 5.13. Etude de la convergence en sous-harmoniques avec 3 grilles différentes $k_{min} = k_s/2, k_s/3$ et $k_s/6$ avec : amplitude de la composante fondamentale (en haut) et amplitude des sous-harmoniques $\sqrt{\sum_{k=k_{min}}^{k=k_s-k_{min}} n_k^2(t)}$ (en bas) pour les paramètres suivants : $\phi_p = 0.005$, $k_s \lambda_D = 0.25$, $\delta \omega_{mis} = 0.05 \omega_s$ et $\nu/\omega_s = 0$ 147
- 5.14. Evolution du spectre de la densité ionique (en deux dimensions k_{\perp}, k_{\parallel}) à deux temps $\omega_s t = 50$ et $\omega_s t = 150$, pour les paramètres suivants : $\phi_p = 0.005$, $k_s \lambda_D = 0.25$, $\delta \omega_{mis} = 0.05 \omega_s$ et $\nu/\omega_s = 0$ 147
- 5.15. Simulations PIC-Hydrid (F. Detering) : Réflectivité instantanée en fonction du temps en $\omega_{pi} t$ (en haut), spectre de la densité ionique en fonction du temps (au milieu), mode fondamental (k_s), sous-harmoniques ($k < k_s$) et deuxième harmonique ($2k_s$) en fonction du temps (en bas). Paramètres utilisés : $I \lambda_0^2 = 2.5 \cdot 10^{14} W/cm^2$, $T_e/T_i = 18$, $\nu/\omega_s \approx 0.001$ 152
- 5.16. Simulations PIC-Hydrid (F. Detering) : composante fondamentale, sous-harmoniques et deuxième harmonique en fonction du temps (en bas) estimés par une transformée de Fourier sur une fenêtre de longueur $L = 66 k_0^{-1}$ autour du centre du plateau. Paramètres utilisés : $I \lambda_0^2 = 1 \cdot 10^{14} W/cm^2$, $T_e/T_i = 18$, $\nu/\omega_s \approx 0.001$ 153
- 5.17. Simulations PIC-Hydrid (F. Detering) : composante fondamentale, sous-harmoniques et deuxième harmonique en fonction du temps (en bas) estimés par une transformée de Fourier sur une fenêtre de longueur $L = 66 k_0^{-1}$ autour du centre du plateau. Paramètres utilisés : $I \lambda_0^2 = 2.5 \cdot 10^{14} W/cm^2$, $T_e/T_i = 18$, $\nu/\omega_s \approx 0.001$ 153
- 5.18. Simulations PIC-Hydrid (F. Detering) : composante fondamentale, sous-harmoniques et deuxième harmonique en fonction du temps (en bas) estimés par une transformée de Fourier sur une fenêtre de longueur $L = 66 k_0^{-1}$ autour du centre du plateau. Paramètres utilisés : $I \lambda_0^2 = 5 \cdot 10^{14} W/cm^2$, $T_e/T_i = 18$, $\nu/\omega_s \approx 0.001$ 154
- 5.19. Réflectivité Brillouin instantanée $R(t)$: (a) comparaison PIC avec Harmony1D en introduisant les sous-harmoniques et les effets cinétiques, (b) comparaison PIC avec Harmony1D sans introduire les sous-harmoniques et les effets cinétiques. Paramètres utilisés : $I \lambda_0^2 = 10^{14} W/cm^2$, $T_e/T_i = 18$, $\nu/\omega_s \approx 0.001$ 159
- 5.20. Réflectivité Brillouin instantanée $R(t)$: (a) comparaison PIC avec Harmony1D en introduisant les sous-harmoniques et les effets cinétiques, (b) comparaison PIC avec Harmony1D sans introduire les sous-harmoniques et les effets cinétiques. Paramètres utilisés : $I \lambda_0^2 = 2.5 \cdot 10^{14} W/cm^2$, $T_e/T_i = 18$, $\nu/\omega_s \approx 0.001$ 159

5.21. (a) spectre de la densité $ n(k, t) ^{1/2}$ en fonction du temps réalisé sur une fenêtre de longueur $L = 66k_0^{-1}$ autour du centre du plateau pour une simulation avec les effets cinétiques et les sous-harmoniques, (b) évolution du mode fondamental et des sous-harmoniques au cours du temps pour une simulation avec les effets cinétiques et les sous-harmoniques comparé à l'évolution du mode fondamental pour une simulation avec uniquement les effets cinétiques. Paramètres utilisés : $I\lambda_0^2 = 1 \cdot 10^{14} W/cm^2$, $T_e/T_i = 18$, $\nu/\omega_s \approx 0.001$	160
5.22. (a) spectre de la densité $ n(k, t) ^{1/2}$ en fonction du temps réalisé sur une fenêtre de longueur $L = 66k_0^{-1}$ autour du centre du plateau pour une simulation avec les effets cinétiques et les sous-harmoniques, (b) évolution du mode fondamental et des sous-harmoniques au cours du temps pour une simulation avec les effets cinétiques et les sous-harmoniques comparé à l'évolution du mode fondamental pour une simulation avec uniquement les effets cinétiques. Paramètres utilisés : $I\lambda_0^2 = 2.5 \cdot 10^{14} W/cm^2$, $T_e/T_i = 18$, $\nu/\omega_s \approx 0.001$	160
5.23. Réflectivité Brillouin instantanée $R(t)$: (a) comparaison PIC avec Harmony1D en introduisant les sous-harmoniques et les effets cinétiques, (b) comparaison PIC avec Harmony1D sans introduire les sous-harmoniques et les effets cinétiques. Paramètres utilisés : $I\lambda_0^2 = 10^{14} W/cm^2$, $T_e/T_i = 18$, $\nu/\omega_s \approx 0.001$	161
5.24. Réflectivité Brillouin instantanée $R(t)$: (a) comparaison PIC avec Harmony1D en introduisant les sous-harmoniques et les effets cinétiques, (b) comparaison PIC avec Harmony1D sans introduire les sous-harmoniques et les effets cinétiques. Paramètres utilisés : $I\lambda_0^2 = 5 \cdot 10^{14} W/cm^2$, $T_e/T_i = 12$, $\nu/\omega_s \approx 0.01$	161
5.25. Evolution de la densité ionique pour trois instants : (a) simulation sans effets cinétiques ni sous-harmoniques, (b) simulation avec effets cinétiques et sous-harmoniques, (c) simulation avec uniquement les effets cinétiques. Paramètres utilisés : $I\lambda_0^2 = 10^{14} W/cm^2$, $T_e/T_i = 18$, $\nu/\omega_s \approx 0.001$	162
5.26. Spectre en temps de la densité ionique prise en trois endroits dans le plasma pour une simulation sans effets cinétiques ni sous-harmoniques. Paramètres utilisés : $I\lambda_0^2 = 10^{14} W/cm^2$, $T_e/T_i = 18$, $\nu/\omega_s \approx 0.001$	163
5.27. Spectre en temps de la densité ionique prise en trois endroits dans le plasma pour une simulation avec les effets cinétiques et les sous-harmoniques. Paramètres utilisés : $I\lambda_0^2 = 10^{14} W/cm^2$, $T_e/T_i = 18$, $\nu/\omega_s \approx 0.001$	163

Liste des tableaux

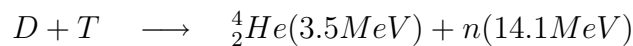
3.1.	Valeurs de n_0/n_c , $k_s\lambda_D$, λ_D et nombres de points NGZ utilisés pour les simulations 1D avec le code complet	49
3.2.	Valeurs du paramètre Γ , des réflectivités théoriques moyennes issues de la formule 3.20 et des réflectivités moyennes issues des simulations numériques par rapport à la densité n_0/n_c	56
3.3.	Pas de discrétisation Δz nécessaire pour obtenir convergence dans le cas $k_s\lambda_D = 0.25$	86
4.1.	Comparaison des réflectivités moyennées sur la durée de l'impulsion entre les résultats expérimentaux et les résultats des simulations effectuées avec le transport non-local, pour deux intensités $\langle I \rangle = 8 \cdot 10^{13} W/cm^2$ et $\langle I \rangle = 2.5 \cdot 10^{13} W/cm^2$	109
4.2.	Comparaison des amplitudes de la composante fondamentale et de sa deuxième harmonique pour les résultats des simulations effectuées avec et sans le transport non-local, pour $\langle I \rangle = 8 \cdot 10^{13} W/cm^2$	112

1. Introduction

1.1. La fusion par confinement inertiel (FCI)

1.1.1. La réaction de fusion thermonucléaire

Le considérable potentiel de libération d'énergie ayant lieu lors de la réaction de fusion de deux noyaux légers, qui existe au sein des étoiles comme notre soleil, est connu depuis longtemps. Depuis les années 50, la possibilité de remplacer la *fission* par la fusion pour produire une source d'énergie alternative a été envisagée. L'intérêt scientifique de reproduire le fonctionnement des étoiles en laboratoire s'est aussi imposé de lui-même. La principale difficulté dans la reproduction de la fusion en laboratoire est la nécessité d'apporter aux noyaux une grande quantité d'énergie cinétique pour lutter contre la répulsion Coulombienne existant entre particules de même signe. Une fois suffisamment rapprochés, c'est à dire pour des distances inférieures au *Fermi* ($10^{-15}m$), les deux noyaux subissent les forces d'attraction nucléaires. Cette barrière de potentiel peut néanmoins être franchie par *effet tunnel*, prédit par la théorie quantique, avec une énergie plus faible. La section efficace de fusion, parmi toutes les réactions envisageables, est plus importante pour la fusion des noyaux de *deutérium* et de *tritium* (deux isotopes de l'hydrogène), donnant alors la réaction de fusion suivante :



L'énergie libérée au cours de cette réaction l'est sous forme d'énergie cinétique et se répartie entre les produits de fusion (le noyau d'hélium -ou particule α - et le neutron), de manière inversement proportionnelle à leurs masses.

L'un des grands avantages de la fusion réside justement dans les combustibles utilisés. Le deutérium se trouve en abondance dans la nature (en particulier dans l'eau de mer) et le tritium peut être produit directement à travers la réaction de fusion par fission entre les neutrons et du lithium introduit dans la réaction. L'autre avantage de la fusion, par rapport à la fission, est la considérable diminution des déchets radioactifs lors de la production d'énergie.

Deux voies existent pour reproduire la fusion en laboratoire, la fusion par *confinement magnétique* et la fusion par *confinement inertiel*.

La première, qui fut développée dans les années 50, repose sur le confinement d'un plasma de densité relativement faible ($n \approx 10^{14}cm^{-3}$) par un champ magnétique intense sur une durée de confinement suffisamment longue ($\tau \approx 1s$) pour permettre la fusion. L'avènement dans les années 60 du laser a permis d'envisager son utilisation pour réaliser la fusion par une autre voie : la fusion par confinement inertiel (FCI).

Le principe général consiste à irradier uniformément par plusieurs faisceaux lasers intenses (entre 10^{14} et 10^{15}W/cm^2) une cible, le “micro-ballon”, renfermant le mélange deutérium-tritium. Un plasma (gaz fortement ionisé) se forme rapidement sur la surface du solide. La cible est alors comprimée à des densités très élevées et la durée du confinement ($\tau \approx 10^{-11} \text{s}$) repose sur l’inertie du plasma, c’est à dire la durée de détente du plasma (de densité $n \approx 10^{25} \text{cm}^{-3}$), d’où le nom de fusion par confinement inertiel. La compression de la cible peut se faire selon deux schémas différents : une attaque *directe* et une attaque *indirecte*.

1.1.2. L’attaque directe et indirecte

L’attaque directe consiste à comprimer la cible directement par une multitude de faisceaux laser[1] provoquant ainsi la compression du coeur de celle-ci par effet fusée. Bien que plus efficace, ce schéma présente l’inconvénient majeur de devoir utiliser un nombre très important de faisceaux pour assurer l’uniformité de l’éclairement. Cette approche est choisie, entre autres, sur les installations du Laser Ω à Rochester (EU), Gekko à Osaka (Japon) et LULI (Laboratoire pour l’Utilisation des Lasers Intenses) à l’Ecole Polytechnique (Palaiseau-France).

Dans l’attaque indirecte, approche retenue dans le cadre du projet du laser Mégajoule (Bordeaux-France) et le NIF (EU), la cible est placée dans une cavité cylindrique (d’environ 1cm^3) de Z élevé (en général de l’or) appelée *hohlraum*[2, 3]. Les faisceaux lasers (240 pour le Mégajoule), pénètrent alors dans la cavité et irradient les parois du hohlraum. Un rayonnement X est alors émis qui va provoquer la compression du combustible. Cette méthode permet de rendre l’éclairement plus uniforme et d’assurer une réduction des instabilités hydrodynamiques qui peuvent se développer lors de la compression du micro-ballon. Afin de ralentir l’expansion du plasma d’or, un gaz léger (un mélange d’hélium et d’hydrogène) est introduit dans la cavité. Le laser va donc traverser, dès son entrée dans le hohlraum, un plasma sous-dense (dont la densité est inférieure à la densité critique n_c et d’environ $n_c/10$, où la densité critique est la densité maximale au-dessus de laquelle le laser ne peut plus se propager dans le plasma) homogène en densité et d’un grand volume. Il est très important pour assurer une bonne compression de la cible, que le maximum de l’énergie entrante soit déposée dans l’or. Malheureusement, au cours de la propagation du laser dans le plasma sous-dense ainsi que dans le plasma d’or en expansion, il existe une compétition entre une absorption normale de l’énergie (absorption collisionnelle) et des processus non-linéaires d’interaction laser-plasma. En effet, au cours de la propagation de champs électromagnétiques intenses, des couplages non-linéaires avec les fluctuations de densités électroniques et ioniques, présentes dans le plasma, vont conduire à des processus qui s’opposent au bon transfert de l’énergie : les *instabilités paramétriques*. Ces instabilités pourront conduire soit à une perte d’énergie par diffusion du rayonnement incident (instabilités de rétrodiffusion Brillouin et Raman) soit à une perte d’uniformité de l’éclairement (instabilité de filamentation et d’auto-focalisation), soit à la création d’électrons suprathermiques et à une absorption anormale (autrement qu’en transférant l’énergie lumineuse en énergie thermique) de l’onde laser (instabilité deux plasmons). Sous l’action d’une onde électromagnétique de grande in-

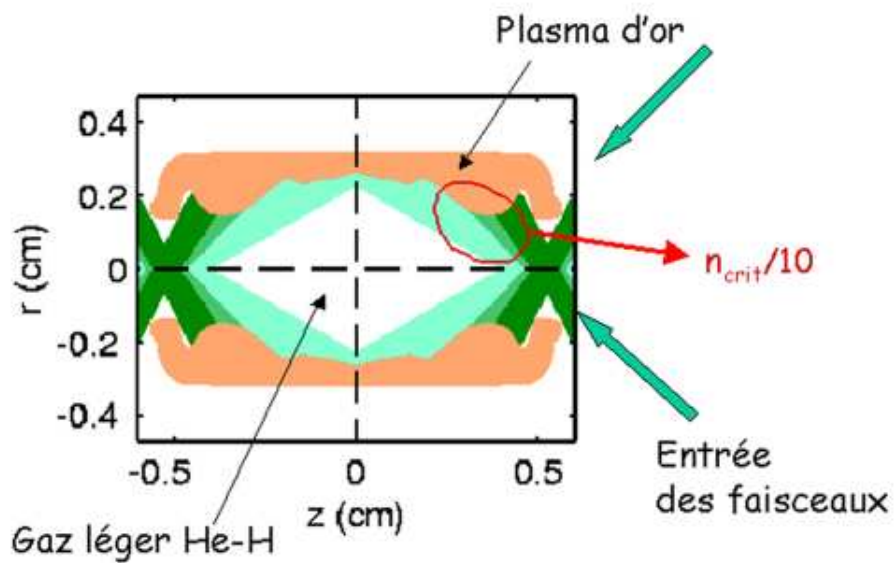


FIG. 1.1.: Cavité dans le schéma d'attaque indirecte : le hohlraum

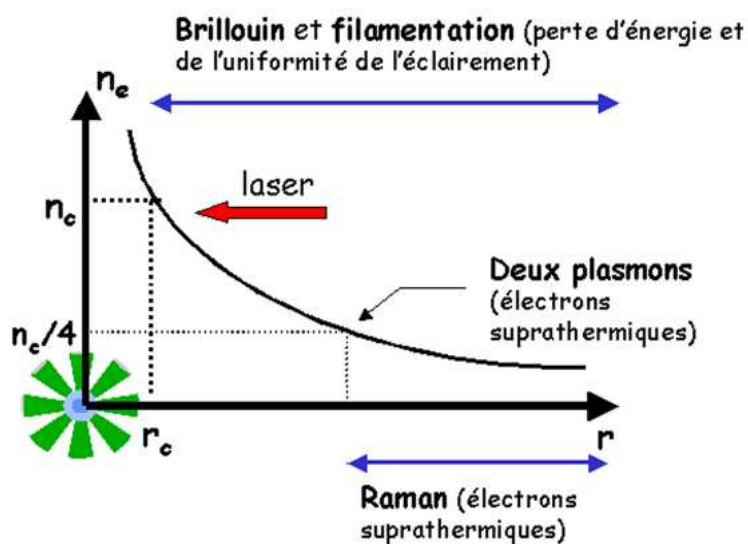


FIG. 1.2.: Instabilités paramétriques dans l'interaction laser-plasma

tensité, telle qu'une onde laser, les oscillations au sein de cette onde peuvent donner lieu à l'excitation progressive d'ondes secondaires, pompant l'énergie de l'onde de grande amplitude. Ce couplage est un couplage résonnant entre l'onde laser incidente, une onde électrostatique qui peut être de deux natures différentes dans un milieu totalement ionisé : *ionique* (basse-fréquence) ou *électronique* (haute-fréquence) et une ou deux ondes électromagnétiques. Leur étude et la maîtrise des effets indésirables qu'elles provoquent est un sujet primordial dans le contexte de la fusion par confinement inertiel[4, 5, 6, 7]. Ces trois modes (électromagnétique, sonore et électronique) sont caractérisés par les relations de dispersion suivantes :

$$\omega_0^2 = \omega_{pe}^2 + k_0^2 c^2 \quad (1.1)$$

$$\omega_s = k_s c_s \quad (1.2)$$

$$\omega_{epw} = \omega_{pe}^2 + 3k_{epw}^2 v_{the}^2 \quad (1.3)$$

où ω_{pe} est la fréquence de plasma électronique, c la vitesse de la lumière, c_s la vitesse acoustique ionique et v_{the} la vitesse thermique électronique. Les indices 0 , s (ou iaw) et epw désignant les trois modes respectivement électromagnétiques, sonore (*Ion Acoustic Wave*) et plasma électronique (*Electron Plasma Wave*).

Une instabilité paramétrique est caractérisée soit par un couplage résonnant à trois ondes correspondant à la **branche de désintégration**, soit par un couplage non résonnant à quatre ondes correspondant à la **branche modulationnelle**.

Dans la branche de désintégration, si l'onde de pompe (onde laser) est de pulsation et de vecteur d'onde (ω_0, \vec{k}_0) et l'onde basse fréquence appelée "onde fille" de pulsation et de vecteur d'onde (ω_2, \vec{k}_2) , seul le mode Stokes de pulsation $\omega_0 - \omega_2 = \omega_1$ est résonnant. Les conditions de résonance en pulsations et vecteurs d'ondes s'écrivent alors :

$$\omega_0 = \omega_1 + \omega_2 \quad (1.4)$$

$$\vec{k}_0 = \vec{k}_1 + \vec{k}_2 \quad (1.5)$$

Dans la branche modulationnelle, le couplage se fait entre l'onde incidente (ω_0, \vec{k}_0) , l'onde basse fréquence (ω_2, \vec{k}_2) et les modes Stokes $\omega_0 - \omega_2$ et Anti-Stokes $\omega_0 + \omega_2$.

Les instabilités paramétriques mettant en jeu les perturbations de la densité ionique du plasma sont l'instabilité de **Diffusion Brillouin stimulée** (SBS) et l'instabilité de **filamentation** et d'**autofocalisation** du faisceau laser incident.

- L'instabilité de Diffusion Brillouin stimulée (*Stimulated Brillouin scattering*) correspond à la branche de désintégration et provient du couplage avec une onde acoustique ionique basse fréquence. Le couplage fait donc intervenir l'onde laser incidente de pulsation ω_0 ("onde de pompe"), l'onde sonore basse fréquence de pulsation ω_s (onde fille). L'onde rétrodiffusée a alors une fréquence donnée par $\omega_1 = \omega_0 - \omega_s$ et par conséquent sa fréquence est légèrement inférieure à celle de l'onde incidente. De plus puisque pour les ondes électromagnétiques, on a $\omega_0 > \omega_{pe}$, on voit que la diffusion peut se faire dans toute la partie sous-dense définie par $n_e < n_c$.
- L'instabilité de filamentation correspond à la branche modulationnelle. Sous l'effet d'une surintensité, une diminution de la densité peut apparaître sous l'action de

deux phénomènes : i) une augmentation de l'absorption collisionnelle conduisant à une augmentation de la température puis de l'expansion thermique du plasma et ainsi une diminution de la densité, ii) la force pondéromotrice ayant pour effet d'expulser les électrons des régions où l'intensité du champ est la plus élevée provoque une diminution de la densité. On parle alors de filamentation *thermique* dans le premier cas ou de filamentation *pondéromotrice* dans le deuxième cas.

Quand la densité diminue, l'indice de réfraction $\sqrt{1 - n_e/n_c}$ du plasma augmente et conduit à renforcer la surintensité initialement présente par réfraction : c'est le processus *d'auto focalisation* qui renforce l'instabilité. Lorsque l'intensité est très élevée, le faisceau se brise en plusieurs filaments présentant de nombreuses surintensités.

L'instabilité mettant en jeu le couplage avec une onde de plasma électronique est la **Diffusion Raman stimulée** (SRS) et appartient, comme l'instabilité de Diffusion Brillouin stimulée à la branche de désintégration. Cette instabilité ne peut se développer que dans le plasma sous-quart-critique (pour des densités $n < n_c/4$). Des électrons suprathermiques peuvent être générés qui risquent de perturber le bon déroulement du chauffage de la cible en préchauffant son centre. Très proche de l'instabilité Raman, l'**instabilité à deux plasmons** se développe uniquement à la densité sous-quart-critique et résulte du couplage entre une onde électromagnétique et deux ondes de plasma électronique (instabilité de désintégration).

1.2. Etat de l'art sur la modélisation des instabilités paramétriques

Une partie des recherches menées dans le domaine de l'interaction laser-plasma depuis plusieurs années et visant à optimiser le couplage entre le laser et la cible a été centrée sur la compréhension de ces instabilités paramétriques. Néanmoins, malgré les efforts conjugués entre théoriciens et expérimentateurs, on ne parvient toujours pas à expliquer les différences observées dans les réflectivités dues aux instabilités paramétriques entre les prédictions théoriques et les résultats expérimentaux. En effet, même si le développement linéaire de ces instabilités est connu, les mécanismes de saturation non-linéaires et les couplages entre ces différentes instabilités sont assez peu connus.

La principale difficulté pouvant expliquer les origines de cette incapacité à prédire et à reproduire par des simulations numériques les taux d'énergie rétrodiffusée est due au fait qu'au cours de l'interaction de nombreux mécanismes intervenant sur des échelles temporelles et spatiales différentes vont intervenir : les modifications hydrodynamiques du plasma (température et densité) sur des échelles de l'ordre de la nanoseconde et de plusieurs millimètres, l'évolution non-linéaire de l'onde sonore (pour l'instabilité de diffusion Brillouin stimulée) sur des échelles spatiales de quelques micromètres et temporelles de l'ordre de la picoseconde, alors que des effets cinétiques (conduisant à une modification de la fonction de distribution des particules) interviennent sur des échelles spatiales de quelques micromètres et temporelles de la picoseconde voire du femtoseconde. Modéliser l'ensemble de ces mécanismes en même temps, semble donc extrêmement complexe.

Le développement de codes cinétiques (ou PIC) décrivant l'interaction d'un laser avec un plasma a permis, malgré les contraintes numériques imposées par ces simulations, de nombreuses études fondamentales qui ont aidé à mieux comprendre les différents mécanismes mis en jeu. Néanmoins, l'insuffisance d'une géométrie unidimensionnelle ne prenant pas en compte les effets 2D tels que l'autofocalisation du faisceau a rendu inaccessible par ce type de codes la possibilité d'être prédictif. Il est par conséquent important à l'heure actuelle, de pouvoir développer des outils numériques de manière à améliorer nos capacités prédictives. Pour cela, il apparaît nécessaire de posséder des codes de simulations permettant de modéliser l'ensemble de ces mécanismes dans des modèles simplifiés sans trop de contraintes numériques. C'est là que repose l'enjeu actuel des études sur l'interaction laser-plasma, posséder une modélisation à grande échelle incluant toute (ou un maximum) de la physique mise en jeu et permettant de simuler des grands volumes de plasma. Des codes de simulations de ce type permettraient de mieux comprendre les mécanismes à l'origine de la saturation des ondes du plasma.

Dans le cadre de la diffusion Brillouin stimulée, qui sera le sujet de manuscrit, différents mécanismes ont été invoqués pour expliquer la saturation des ondes sonores : l'appauvrissement de l'onde de pompe [3], des effets de type fluides [8, 9], c'est à dire la non-linéarité des ondes sonores ainsi que des effets cinétiques comme le piégeage de particules, ou une croissance de l'amortissement Landau dû au chauffage ionique [10]. La non-linéarité des ondes sonores, bien que n'étant pas en elle-même suffisante pour expliquer les réflectivités observées expérimentalement, n'en reste pas moins très importante et doit être prise en compte dans les modèles développés. De récentes études sur la stabilité d'une onde acoustique ionique [86, 88], ont montré la possibilité d'une désintégration d'une onde sonore en composantes de grandeurs longueurs d'ondes : les sous-harmoniques. Ce transfert d'énergie vers les grandes longueurs d'ondes, observé expérimentalement [70, 69], pourrait être un mécanisme supplémentaire pour expliquer la saturation des ondes sonores à de faibles niveaux.

1.3. Plan et objectifs de la thèse

L'objectif de cette thèse est de présenter un nouveau modèle décrivant l'instabilité de diffusion Brillouin stimulée en plasma inhomogène. Ce modèle, la *méthode de décomposition en harmoniques*, est basé sur une décomposition des quantités caractérisant le plasma (densité, vitesse) en leurs composantes de grandes et courtes longueurs d'ondes. Cette méthode permet de simuler la propagation d'un faisceau laser dans un plasma ainsi que la réponse du plasma et les modifications subies par le faisceau au cours de sa propagation. Basé sur une description fluide, ce modèle décrit donc :

- la propagation de l'onde laser (incidente et réfléchie provoquée par le couplage avec le plasma)
- l'évolution de l'onde sonore
- L'évolution hydrodynamique à grande échelle du plasma, c'est à dire l'expansion du plasma au cours du temps et par conséquent l'inhomogénéité de ce dernier.

Etant non limité à une géométrie unidimensionnelle, ce modèle décrit aussi bien la diffusion Brillouin stimulée que la filamentation et l'autofocalisation ainsi que le couplage entre ces différentes instabilités. En outre, ce modèle décrit les effets non-linéaires de l'onde sonore (la génération des harmoniques de vecteurs d'ondes multiples du vecteur d'onde k_s) et peut prendre en compte par des termes phénoménologiques les effets cinétiques et les effets de transport nonlocaux.

Nous commencerons d'abord, au chapitre 1, par rappeler des notions théoriques essentielles au reste de l'étude sur la diffusion Brillouin stimulée, la filamentation et l'autofocalisation. Nous terminerons ce chapitre par la présentation de la méthode de décomposition en harmoniques.

Au chapitre 2, nous présenterons la validation de cette méthode par comparaison avec un modèle hydrodynamique dit "complet", c'est à dire sans la moindre approximation, et décrivant l'instabilité de diffusion Brillouin (et en 2D l'autofocalisation et la filamentation). Cette étude de validité faite en 1D et en 2D montrera que les deux descriptions sont très proches et que la méthode de décomposition en harmonique présente un moindre temps de calcul.

Le chapitre 3 sera consacré à l'application de ce modèle à l'interprétation d'expériences d'interaction laser-plasma faites au LULI (Laboratoire pour l'Utilisation des Lasers Intenses) à l'Ecole Polytechnique (Palaiseau France). Nous rappellerons d'abord des notions de base sur le lissage des faisceaux lasers utilisés lors des expériences, puis nous étudierons dans quelles mesures ce modèle peut reproduire les résultats expérimentaux et nous essayerons de comprendre les observations faites dans ces simulations.

Au chapitre 4, nous présenterons les moyens mis en oeuvre pour améliorer la description en incluant les effets cinétiques, ainsi que la prise en compte de la décomposition de l'onde sonore en composantes de plus grandes longueurs d'ondes, qui peut être favorisée par les effets cinétiques ioniques. Par comparaison avec des simulations PIC, nous étudierons la validité de cette approche et nous essayerons d'interpréter les résultats des simulations PIC.

2. Présentation du modèle théorique étudié

L'objectif de ce chapitre est de présenter plus en détail les instabilités paramétriques liées à notre étude (Diffusion Brillouin stimulée et instabilité de filamentation) et les grandeurs les caractérisant, telles que les seuils et les taux de croissance. Nous commencerons donc d'abord par dériver la relation de dispersion générale du couplage entre les ondes sonores basse-fréquence du plasma et une onde électromagnétique haute-fréquence, et nous présenterons les équations et les grandeurs caractéristiques de l'instabilité de Diffusion Brillouin Stimulée (SBS) puis de l'instabilité de filamentation et d'autofocalisation [3, 4, 5, 6, 7].

Après avoir présenté le modèle hydrodynamique décrivant l'instabilité de diffusion Brillouin stimulée en plasma inhomogène, nous dériverons les équations régissant la *méthode de décomposition en harmoniques*.

2.1. Relation de dispersion générale du couplage entre les ondes sonores et une onde électromagnétique

La propagation d'une onde électromagnétique transverse dans un plasma est décrite par l'équation suivante obtenue par les équations de Maxwell (plus précisément à partir de la loi de Faraday et de la Loi d'Ampère) et reliant la densité de courant au champ électromagnétique :

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{E} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = -\mu_0 \frac{\partial \mathbf{J}}{\partial t} \quad (2.1)$$

En utilisant la relation suivante :

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{E} = -\nabla^2 \mathbf{E} + \nabla(\nabla \cdot \mathbf{E})$$

On obtient alors :

$$\left(\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \nabla^2 \right) \mathbf{E} + \nabla(\nabla \cdot \mathbf{E}) = -\mu_0 \frac{\partial \mathbf{J}}{\partial t}$$

Les ondes électromagnétiques de nature transverse sont telles que : $\nabla \cdot \mathbf{E} = 0$. Par conséquent, cette équation devient :

$$\left(\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \nabla^2 \right) \mathbf{E} = -\mu_0 \frac{\partial \mathbf{J}_t}{\partial t}$$

Où \mathbf{J}_t est le courant transverse. Ce dernier est donné par l'expression suivante : $\mathbf{J}_t = \sum_j q_j n_j \mathbf{v}_j$ où q_j est la charge de l'espèce j ($q = -e$ pour les électrons et Ze pour les ions), n_j et \mathbf{v}_j respectivement la densité et la vitesse de l'espèce j .

Puisque les ondes électromagnétiques sont des ondes hautes-fréquences, seuls les électrons répondront au champ externe et les ions sont supposés immobiles et n'interviennent donc pas. Or puisque l'on a : $\frac{\partial}{\partial t} \mathbf{v}_e = -\frac{e}{m_e} \mathbf{E}$, l'équation de propagation des ondes électromagnétiques devient alors en remplaçant le courant transverse par son expression : $\mathbf{J}_t \simeq -en_e \mathbf{v}_e$:

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} - c^2 \nabla^2 \right) \mathbf{E} = -\frac{e^2}{\epsilon_0 m_e} n_e \mathbf{E} \quad (2.2)$$

On voit apparaître directement à partir de cette équation, en passant dans l'espace de Fourier (en temps et en espace) la relation de dispersion des ondes électromagnétiques définie en 1.1 : $\omega_0^2 = \omega_{pe}^2 + k_0^2 c^2$.

Pour étudier la relation de dispersion de l'instabilité de diffusion Brillouin stimulée, on va décrire l'évolution des fluctuations de densité basse-fréquence associées à une acoustique ionique sous l'action d'un champ électromagnétique. On doit maintenant tenir compte du mouvement ionique et du mouvement électronique. Cette évolution est gouvernée par les équations suivantes pour les ions de charge Ze et de masse m_i pour lesquels on suppose une équation d'état adiabatique :

$$\frac{\partial n_i}{\partial t} + \nabla \cdot (n_i \mathbf{v}_i) = 0 \quad (2.3)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \mathbf{v}_i + (\mathbf{v}_i \cdot \nabla) \mathbf{v}_i + \frac{\gamma_i T_i}{m_i} \nabla (\ln n_i) = -\frac{Ze}{m_i} \nabla \phi \quad (2.4)$$

avec Z la charge des ions, T_i la température ionique, $\gamma_i = 3$, et avec ϕ le potentiel basse-fréquence.

La densité électronique n_e est déterminée à partir de l'équation d'impulsion pour les électrons :

$$m_e \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{v}_e = e \nabla \phi - e (\mathbf{v}_e \times \mathbf{B}) - m_e (\mathbf{v}_e \cdot \nabla) \mathbf{v}_e - \frac{\nabla (T_e n_e)}{n_e} \quad (2.5)$$

Les deuxième et troisième termes du membre de droite correspondent à la force pondéromotrice. En conséquence en négligeant l'inertie des électrons et en supposant un gaz isotherme :

$$0 = e \nabla (\phi - \phi_p) - T_e \frac{\nabla n_e}{n_e} \quad (2.6)$$

Une force non-linéaire apparaît en terme source :

$$\mathbf{F}_{nl} = -e (\mathbf{v}_e \times \mathbf{B}) - m_e (\mathbf{v}_e \cdot \nabla) \mathbf{v}_e \quad (2.7)$$

Avec l'hypothèse d'une onde monochromatique, on a pour la vitesse et le champ la relation : $\mathbf{E} = i \mathbf{v}_e m_e \omega / e$. L'équation de Maxwell-Ampère donne : $\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{E} / i \omega$. En

utilisant ces deux relations dans l'expression de cette force non-linéaire, on voit qu'elle possède deux composantes : l'une à fréquence nulle, la force *pondéromotrice* et l'autre à fréquence rapide la force de *radiation*. En ne conservant que la composante basse-fréquence, la force non-linéaire devient la force pondéromotrice à partir de laquelle on définit le potentiel pondéromoteur :

$$e\phi_p = \frac{m_e}{2} \langle \mathbf{v}_e^2 \rangle \quad (2.8)$$

la notation $\langle \cdot \rangle$ signifie que l'on ne conserve que la composante basse-fréquence. La force pondéromotrice, associée au potentiel pondéromoteur, est proportionnelle au gradient de la densité de l'énergie électromagnétique et représente les effets de pression produit par l'onde électromagnétique intense. Cette force de pression tend à expulser les électrons des zones de champ intense. La force pondéromotrice appliquée sur les ions est très faible devant celle appliquée aux électrons en raison du rapport des masses, c'est pourquoi nous ne la prendrons pas en considération dans la suite.

Pour étudier la relation de dispersion, on supposera pour simplifier que le plasma est quasi-neutre en négligeant l'équation de Poisson et en écrivant : $n_e = Zn_i$. Pour traiter la réponse ionique, on linéarise les équations hydrodynamiques des ions autour de l'équilibre : $n_i = n_i^0 + \delta n_i$, $\mathbf{v}_i = \mathbf{v}_i^0 + \mathbf{v}_i \equiv \mathbf{v}_i$, et $\phi = \phi^0 + \phi \equiv \phi$. Par conséquent, les équations hydrodynamiques linéarisées conduisent à :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \delta n_i}{\partial t} + n_i^0 \nabla \cdot \mathbf{v}_i &= 0 \\ \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{v}_i + \frac{\gamma_i T_i}{m_i} \nabla \left(\frac{\delta n_i}{n_i^0} \right) &= -\frac{Ze}{m_i} \nabla \phi \end{aligned}$$

En remplaçant le potentiel électrostatique avec l'équation 2.6, et en utilisant l'approximation quasi-neutre, on obtient alors :

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} - c_s^2 \nabla^2 \right) \frac{\delta n_i}{n_i^0} = \frac{Zm_e}{2m_i} \nabla^2 \langle \mathbf{v}_e^2 \rangle \quad (2.9)$$

Avec la vitesse ionique donnée par : $c_s^2 = \frac{\gamma_i T_i}{m_i} + \frac{ZT_e}{m_i}$ et avec $\gamma_i = 3$. On voit apparaître ici la relation de dispersion des ondes sonores définies en 1.2 : $\omega_s = k_s c_s$.

La diffusion d'une onde laser de grande amplitude, décrite par un champ \mathbf{E}_0 (une onde laser incidente ou *onde de pompe*), par une fluctuation de densité δn_i est obtenue en remplaçant dans les équations (2.2) et (2.9) : $\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 + \mathbf{E}_s$ soit $\mathbf{v}_e = \mathbf{v}_0 + \mathbf{v}_s$ et $n_i = n_i^0 + \delta n_i$, où \mathbf{E}_s et \mathbf{v}_s est l'onde diffusée et δn_i^0 est la fluctuation de densité ionique du plasma. Le champ total s'écrit comme la somme du champ de l'onde de pompe et du champ de l'onde diffusée.

En ignorant l'appauvrissement de l'onde de pompe, on obtient alors l'équation décrivant la propagation du champ électromagnétique diffusé en présence du couplage entre l'onde de pompe et les fluctuations de densité ionique du plasma, ainsi que l'équation décrivant l'évolution des fluctuations de la densité ionique du plasma via le couplage entre l'onde

de pompe et l'onde diffusée par la force pondéromotrice :

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} + 2i\nu_0\frac{\partial}{\partial t} - c^2\nabla^2 + \omega_{pe}^2\right)\mathbf{E}_s = -\omega_{pe}^2\frac{\delta n_i}{n_i^0}\mathbf{E}_0 \quad (2.10)$$

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} + 2\nu_s\frac{\partial}{\partial t} - c_s^2\nabla^2\right)\frac{\delta n_i}{n_i^0} = \frac{Zm_e}{m_i}\nabla^2(\mathbf{v}_0 \cdot \mathbf{v}_s) \quad (2.11)$$

Avec \mathbf{v}_s la vitesse d'oscillations des électrons dans l'onde diffusée et \mathbf{v}_0 la vitesse d'oscillations des électrons dans l'onde de pompe. On notera que l'on a rajouté le taux d'amortissement des ondes électromagnétiques ν_0 (relié à la fréquence de collisions et au mécanisme de Bremsstrahlung inverse -notions sur lesquels nous reviendrons plus tard dans le manuscrit-) et des ondes acoustiques ioniques ν_s .

On peut désormais obtenir la relation de dispersion du couplage entre l'onde électromagnétique et les fluctuations de densité ionique du plasma. On suppose que les deux ondes électromagnétiques sont monochromatiques et données par :

$\mathbf{E}_\alpha = [E_\alpha \exp(-i(\omega_\alpha t - \mathbf{k}_\alpha \mathbf{x})) + c.c]\vec{e}_z$ et donc $\mathbf{v}_\alpha = [v_\alpha \exp(-i(\omega_\alpha t - \mathbf{k}_\alpha \mathbf{x})) + c.c]\vec{e}_z$, où \vec{e}_z désigne le vecteur unitaire de polarisation du champ et avec $\alpha = 0, 1$. Avec cette convention d'écriture, la vitesse d'oscillation maximale des électrons dans l'onde de pompe est définie par : $v_{osc,Max} = 2|v_0| = 2e|E_0|/m_e\omega_0$. Elle peut-être reliée à l'éclairement laser I_L . Ce dernier est défini par le flux d'énergie électromagnétique circulant à la vitesse de la lumière c par unité de surface : $I_L = c\epsilon_0 E^2(z)/2$. On a donc la relation entre la vitesse d'oscillation maximale des électrons et l'intensité laser :

$$\frac{v_{osc,Max}}{c} = 0.0854[I_{14}\lambda_0^2]^{1/2} \quad (2.12)$$

avec I_{14} l'éclairement en unités de $10^{14}W/cm^2$ et λ_0 la longueur d'onde de l'onde électromagnétique en μm .

Par transformée de Fourier-Laplace (défini par l'expression suivante : $FT[f(\vec{x}, t)] = \int d\vec{x} dt f(\vec{x}, t) \exp(i(\omega t - \vec{k}\vec{x}))$), on obtient les équations suivantes en utilisant le fait que la transformée de Fourier-Laplace de l'onde de pompe fait apparaître des distributions de Dirac suivantes : $\frac{1}{2}[E_0\delta(\omega - \omega_0) + E_0^*\delta(\omega + \omega_0)]$:

$$D_T(\omega, \mathbf{k})E_1(\mathbf{k}, \omega) = \frac{\omega_{pe}^2}{2}[E_0^*\frac{\delta n_i}{n_i^0}(\omega_+, \mathbf{k}_+) + E_0\frac{\delta n_i}{n_i^0}(\omega_-, \mathbf{k}_-)] \quad (2.13)$$

$$D_S(\omega, \mathbf{k})\frac{\delta n_i}{n_i^0}(\omega, \mathbf{k}) = \frac{Zm_e k^2}{2m_i}[v_0^*v_1(\omega_+, \mathbf{k}_+) + v_0v_1(\omega_-, \mathbf{k}_-)] \quad (2.14)$$

où l'on utilise pour simplifier les notations : $\omega_\pm = \omega \pm \omega_0$ et $\mathbf{k}_\pm = \mathbf{k} \pm \mathbf{k}_0$.

Les propagateurs pour les ondes transverses et sonores sont définis par :

$$D_T(\omega, \mathbf{k}) = \omega^2 + 2i\nu_0\omega - \mathbf{k}^2c^2 - \omega_{pe}^2 \quad (2.15)$$

$$D_S(\omega, \mathbf{k}) = \omega^2 + 2i\nu_s\omega - \mathbf{k}^2c_s^2 \quad (2.16)$$

En utilisant le fait que dans l'espace de Fourier-Laplace on a la relation suivante entre le champ et la vitesse : $v_\alpha = -ieE_\alpha/(m_e\omega_\alpha)$, avec α la composante considérée.

On peut éliminer dans l'équation (2.14) les composantes $v_1(\omega \pm \omega_0, \mathbf{k} \pm \mathbf{k}_0)$ et en ne conservant que les modes résonants (donc en ignorant les modes $(\omega \pm 2\omega_0, \mathbf{k} \pm 2\mathbf{k}_0)$), on obtient alors la relation de dispersion générale du couplage entre les ondes sonores et les ondes électromagnétiques :

$$D_S(\omega, \mathbf{k}) = \frac{\omega_{pi}^2 k^2 v_0^2}{4} \left[\frac{\omega_0}{(\omega_0 + \omega) D_T(\omega - \omega_0, \mathbf{k} - \mathbf{k}_0)} + \frac{\omega_0}{(\omega_0 - \omega) D_T(\omega + \omega_0, \mathbf{k} + \mathbf{k}_0)} \right]$$

Et puisque ω est une composante basse-fréquence par rapport à la composante haute-fréquence ω_0 et donc que $\omega_0 \pm \omega \simeq \omega_0$, cette relation de dispersion générale du couplage se simplifie en :

$$D_S(\omega, \mathbf{k}) = \frac{\omega_{pi}^2 k^2 v_0^2}{4} \left[\frac{1}{D_T(\omega - \omega_0, \mathbf{k} - \mathbf{k}_0)} + \frac{1}{D_T(\omega + \omega_0, \mathbf{k} + \mathbf{k}_0)} \right] \quad (2.17)$$

où l'on a utilisé le fait que $Zm_e \omega_{pe}^2 / m_i = \omega_{pi}^2$.

2.2. Diffusion Brillouin stimulée SBS

Nous commencerons par déterminer la relation de dispersion dans le cas de l'instabilité Brillouin à partir de la relation précédente du couplage entre les ondes sonores et les ondes électromagnétiques, puis nous présenterons les grandeurs caractéristiques de l'instabilité en plasma homogène puis inhomogène.

2.2.1. Relation de dispersion de l'instabilité et constante de couplage

Dans le cas de la diffusion Brillouin stimulée, l'onde basse-fréquence est une onde acoustique ionique et l'instabilité est une instabilité de désintégration, c'est par conséquent un couplage à trois ondes, et le mode anti-Stokes non-résonant peut être négligé. La relation de dispersion s'écrit alors :

$$D_S(\omega, \mathbf{k}) D_T(\omega - \omega_0, \mathbf{k} - \mathbf{k}_0) = \frac{\omega_{pi}^2 k^2 v_0^2}{4} \quad (2.18)$$

L'opérateur D_T peut-être linéarisé (approximation d'enveloppe) :

$$\begin{aligned} \tilde{D}_T(\omega - \omega_0, \mathbf{k} - \mathbf{k}_0) &\simeq \frac{\partial D_T^R}{\partial(-\omega_0)} \left[\omega + i \frac{D_T^I(-\omega_0, -\mathbf{k}_0)}{\partial D_T^R / \partial(-\omega_0)} - \mathbf{k} \cdot \frac{-\partial D_T^R / \partial(-\mathbf{k}_0)}{\partial D_T^R / \partial(-\omega_0)} \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{2} \mathbf{k} \cdot \mathbf{k} \frac{\partial^2 D_T^R / \partial(-\mathbf{k}_0)^2}{\partial D_T^R / \partial(-\omega_0)} \right] \end{aligned}$$

Où D_T^I est la partie imaginaire de l'opérateur incluant l'amortissement, D_T^R la partie réelle, et où l'on a utilisé $D_T^R(\omega_0, \mathbf{k}_0) = \omega_0^2 - \mathbf{k}_0^2 c^2 - \omega_{pe}^2 = 0$.

On peut faire apparaître la vitesse de groupe des ondes électromagnétiques v_g :

$$\begin{aligned}\frac{\partial D_T^R}{\partial(-\omega_0)} &\simeq -2\omega_0 \\ i\frac{D_T^I(-\omega_0, -\mathbf{k}_0)}{\partial D_T^R/\partial(-\omega_0)} &\simeq i\nu_0 \\ -\frac{\partial D_T^R/\partial(-\mathbf{k}_0)}{\partial D_T^R/\partial(-\omega_0)} &\simeq \frac{c^2\mathbf{k}_0}{\omega_0} \equiv \mathbf{v}_g \\ \frac{\partial^2 D_T^R/\partial(-\mathbf{k}_0)^2}{\partial D_T^R/\partial(-\omega_0)} &= \frac{c^2}{\omega_0}\end{aligned}$$

On obtient finalement pour l'opérateur linéarisé des ondes transverses :

$$\tilde{D}_T(\omega - \omega_0, \mathbf{k} - \mathbf{k}_0) \simeq -2\omega_0[\omega - \mathbf{k} \cdot \mathbf{v}_g + i\nu_0 + \frac{k^2 c^2}{2\omega_0}]$$

Soit la relation de dispersion pour l'instabilité de diffusion Brillouin stimulée :

$$\boxed{[\omega^2 + 2i\nu_s\omega - \mathbf{k}^2 c_s^2][\omega - \mathbf{k} \cdot \mathbf{v}_g + i\nu_0 + \frac{k^2 c^2}{2\omega_0}] + \frac{\omega_{pi}^2 k^2 v_0^2}{8\omega_0} = 0} \quad (2.19)$$

On peut maintenant déterminer la constante de couplage du système γ_0 .

Les conditions de résonances (1.4) et (1.5) s'écrivent en termes des opérateurs :

$$\begin{aligned}D_S(\omega_s, \mathbf{k}_s) &= 0 \\ \tilde{D}_T(\omega_s - \omega_0, \mathbf{k}_s - \mathbf{k}_0) &= 0\end{aligned}$$

Avec ces deux conditions, on trouve :

$$\omega_s = \mathbf{k}_s \cdot \mathbf{v}_g - \frac{k_s^2 c^2}{2\omega_0} \quad (2.20)$$

Soit la condition pour le vecteur d'onde :

$$k_s = 2k_0 \sin(\theta/2) - \frac{2\omega_0 c_s}{c} \quad (2.21)$$

avec θ l'angle de diffusion entre l'onde incidente et l'onde diffusée. La quantité $2\omega_0 c_s/c^2$ est très petite devant $2k_0 \sin(\theta/2)$, par conséquent : $k_s = 2k_0 \sin(\theta/2)$.

On pose alors $\omega = k_s c_s + \delta\omega$ (avec $\delta\omega$ complexe) et $\mathbf{k} = \mathbf{k}_s + \delta\mathbf{k}$. Le taux de croissance et la fréquence des ondes sonores sont définis par les parties imaginaires et réelles de la solution instable.

Dans le régime dit de *couplage faible* défini par $|\delta\omega| \ll k_s c_s$, on peut faire l'approximation d'enveloppe dans l'espace conjugué pour l'opérateur des ondes sonores :

$$D_S(\omega, \mathbf{k}) \simeq \frac{\partial D_S^R}{\partial \omega_s} [\delta\omega - c_s \delta\mathbf{k} \cdot \frac{\mathbf{k}_s}{|\mathbf{k}_s|} + i\nu_s]$$

Et l'opérateur linéarisé des ondes transverses devient en utilisant la relation (2.20) :

$$\tilde{D}_T(\omega_s - \omega_0, \mathbf{k}_s - \mathbf{k}_0) \simeq -2\omega_0[\delta\omega - \delta\mathbf{k} \cdot \mathbf{v}_g + i\nu_0]$$

On a alors la relation de dispersion des instabilités en régime dit de *désintégration standard* :

$$\boxed{[\delta\omega - \delta\mathbf{k} \cdot \mathbf{v}_s + i\nu_s][\delta\omega - \delta\mathbf{k} \cdot \mathbf{v}_g + i\nu_0] + \frac{\omega_{pi}^2 k_s^2 v_0^2}{16\omega_0\omega_s} = 0} \quad (2.22)$$

avec la vitesse des ondes sonores $\mathbf{v}_s = c_s \cdot \frac{\mathbf{k}_s}{|\mathbf{k}_s|}$.

Cette relation devient alors un polynôme d'ordre 2 pour $\delta\omega$, et on trouve en régime de couplage faible que $\delta\omega$ est un imaginaire pur avec $\delta\omega = i\gamma_0$. La constante de couplage (ou le taux de croissance lorsque l'amortissement des ondes sonores et des ondes électromagnétiques est nul) en régime dit de *désintégration standard* de l'instabilité de diffusion Brillouin stimulée est :

$$\gamma_0 = \left[\frac{\omega_{pi}^2 k_s^2 v_0^2}{16\omega_0\omega_s} \right]^{1/2} \quad (2.23)$$

En unités physiques et pour la rétrodiffusion (soit $\theta = \pi$), la constante de couplage de l'instabilité Brillouin devient :

$$\boxed{\gamma_0(ps^{-1}) = 4.1 \frac{(Z/A)^{1/4} (n_0/n_c)^{1/2} (1 - n_0/n_c)^{1/4} (I_L \lambda_0^2)^{1/2}}{(10^{14})^{1/2} \lambda_0 (T_e (1 + 3T_i/ZT_e))^{1/4}}} \quad (2.24)$$

Avec T_e la température électronique en keV , T_i la température ionique en keV , I_L l'intensité laser et la longueur d'onde laser λ_0 en micromètres. On a utilisé ici le fait que : $\frac{v_0}{c} = \frac{v_{osc,Max}}{2c} = 0.0427 [I_{14} \lambda_0^2]^{1/2}$.

Et la fréquence des ondes sonores est donnée par en unités physiques par :

$$\omega_s = k_s c_s = 2 \cdot 10^{-3} (Z/A)^{1/2} (1 - n_0/n_c)^{1/2} (T_e (1 + 3T_i/ZT_e))^{1/2} \quad (2.25)$$

Dans le régime opposé dit de *couplage fort* ou de *désintégration modifiée*, on a alors $|\delta\omega| \gg k_s c_s$, (l'approximation d'enveloppe pour les ondes sonores ne peut plus être faite) et l'on obtient alors en ne conservant que les termes en $(\delta\omega)^3$: $(\delta\omega)^3 = -\frac{\omega_{pi}^2 k_s^2 v_0^2}{8\omega_0}$. Soit :

$$\delta\omega = \left(\frac{\omega_{pi}^2 k_s^2 v_0^2}{8\omega_0} \right)^{1/3} \left[\frac{1}{2} + i \frac{\sqrt{3}}{2} \right]$$

Donc on trouve la constante de couplage de l'instabilité en régime de couplage fort donnée par $\delta\omega = i\gamma_M$:

$$\gamma_M = \frac{\sqrt{3}}{2} \left(\frac{\omega_{pi}^2 k_s^2 v_0^2}{8\omega_0} \right)^{1/3}$$

Soit en unités physiques :

$$\boxed{\gamma_M = 4.4 \frac{(Z/A)^{1/3} (n_0/n_c)^{1/3} (1 - n_0/n_c)^{1/6} (I_L \lambda_0^2)^{1/3}}{(10^{14})^{1/3} \lambda_0}} \quad (2.26)$$

La fréquence des ondes sonores se trouve alors décalée : $\omega_s = k_s c_s + \frac{1}{2} \left(\frac{\omega_{pi}^2 k_s^2 v_0^2}{8\omega_0} \right)^{1/3}$.

2.2.2. Instabilité absolue et convective dans un plasma de longueur finie :

Dans un milieu infini, les critères de Bers et Briggs [11] définissent l'évolution spatio-temporelle asymptotique d'une instabilité paramétrique. Appliqué à l'instabilité Brillouin, si la constante de couplage γ_0 est telle que : $\gamma_0 > (\nu_s \nu_0)^{1/2}$, le système est instable. On distingue alors deux régimes : l'instabilité **absolue**, où l'amplitude des ondes stimulées croît exponentiellement en temps en un point donné de l'espace avec un taux de croissance temporelle γ (les ondes évoluent en $E \propto e^{\gamma t}$) et l'instabilité **convective** où le maximum de la perturbation croît en se propageant dans le plasma, le système étant le siège d'amplification spatiale [12, 13, 14, 15].

Dans un plasma de longueur finie, le système suit les critères de Bers et Briggs si la longueur de ce système est plus grande que la longueur caractéristique définie pour l'instabilité absolue par :

$$L_{car,abs} = \frac{\pi}{2} L_g = \frac{\pi}{2} \frac{|v_s v_g|^{1/2}}{\gamma_0} \quad (2.27)$$

où $|v_s|$ et $|v_g|$ sont respectivement les modules de la vitesse des ondes sonores et des ondes électromagnétiques et L_g la longueur de gain de la diffusion Brillouin stimulée.

Le régime d'amortissement faible est défini par $\gamma_0 > \frac{1}{2} \sqrt{\frac{v_g}{v_s}} \nu_s$ (ou encore $2v_s/\nu_s > L_g$) et

le régime d'amortissement fort par $\gamma_0 < \frac{1}{2} \sqrt{\frac{v_g}{v_s}} \nu_s$ (ou encore $2v_s/\nu_s < L_g$).

On distingue le régime **linéaire** (où l'on n'en retient pas le mécanisme d'appauvrissement de l'onde de pompe, que l'on suppose constante) et le régime **non-linéaire** (où l'onde de pompe décroît en communiquant son énergie aux ondes filles).

i) Amortissement faible-instabilité absolue en régime linéaire

- Le système présente initialement un régime caractérisé par $t < L/v_g$, avec une évolution des ondes filles en $\exp(\gamma_0 t)$.
- Après cette évolution exponentielle, le système présente un régime transitoire pour $L/v_g < t < 4(L-z)\gamma_0^2/v_g \nu_s^2$ caractérisé par une croissance des ondes filles en $\exp(2\gamma_0 \sqrt{(L-z)t/v_g})$, où $(L-z)$ représente la distance parcourue par l'onde diffusée depuis sa création en $x=L$.
- Enfin le système entre dans un régime d'instabilité absolue pour $t > 4(L-z)\gamma_0^2/v_g \nu_s^2$ dans lequel les ondes évoluent en : $\exp(2\gamma_0 \sqrt{\frac{v_s}{v_g}} - \nu_s)t$.

ii) Amortissement faible-instabilité absolue en régime non-linéaire

En retenant l'appauvrissement de l'onde de pompe, le comportement des ondes filles en régime d'amortissement faible a été établi par *Fuchs* [13], et il est donné par des fonctions elliptiques de Jacobi pour l'onde E_α où $\alpha = 0, 1$ respectivement pour l'onde

de pompe et l'onde rétrodiffusée :

$$|E_0(z)|^2 = \left[1 - Rsn^2\left(\frac{z}{L_g}, \sqrt{R}\right) \right] \quad (2.28)$$

$$|E_1(z)|^2 = Rcn^2\left(\frac{z}{L_g}, \sqrt{R}\right) \quad (2.29)$$

où R est la réflectivité ($R \equiv |E_1(0)|^2/|E_0(0)|^2$) donnée pour $z = L$ par l'expression suivante :

$$R = \frac{\epsilon}{cn^2\left(\frac{z}{L_g}, \sqrt{R}\right)} \quad (2.30)$$

où ϵ est le bruit $|E_1(L)|^2/|E_0(0)|^2$. Cette expression de la réflectivité présente un changement très abrupt en passant de $L < L_g$ et $L > L_g$.

iii) Amortissement fort-instabilité convective en régime linéaire

L'instabilité est de nature convective dans un plasma de longueur finie si le système n'est pas instable de manière absolue ou si sa longueur dépasse la longueur caractéristique en régime convectif définie par $L_{car,conv} = \frac{|v_g v_s| \max(\nu_i/\nu_i)_{i=\alpha,0}}{\gamma_0^2 - \nu_s \nu_0}$ dans le régime d'amortissement fort.

- Lorsque $t < L/v_g$, les ondes évoluent en $\exp(\gamma t)$ avec le taux de croissance en présence d'amortissement :

$$\gamma = -\frac{\nu_s + \nu_0}{2} + \sqrt{\frac{(\nu_s + \nu_0)^2}{4} + \gamma_0^2 - \nu_0 \nu_s}$$

- De nouveau le système présente un régime transitoire pour $L/v_g < t < 4(L - z)\gamma_0^2/v_g \nu_s^2$ caractérisé par un croissance des ondes filles en $\exp(2\gamma\sqrt{(L - z)t/v_g})$,
- pour $t > 4(L - z)\gamma_0^2/v_g \nu_s^2$, le système ne présente pas une instabilité absolue mais une instabilité convective. Il est alors le siège d'amplification spatiale. Le taux de croissance spatial est donné par :

$$K = \frac{\gamma_0^2 - \nu_s \nu_0}{\nu_s |v_g|} \quad (2.31)$$

Les ondes filles seront alors amplifiées au maximum par le facteur $\exp(KL)$:

$$R \propto R_{th} \exp^G$$

Avec R_{th} le niveau thermique initial des fluctuations, et G le facteur de gain donné par : $G = KL$.

On définit G_0 le gain obtenu en négligeant l'amortissement des ondes électromagnétiques : $G_0 = \gamma_0^2 L / (\nu_s v_g)$, soit en unités physiques :

$$G_0 = 0.015 \frac{(n/n_c)(I_L \lambda_0^2)(L/\lambda_0)}{T_e(1 + 3T_i/ZT_e)(\nu_s/\omega_s)(1 - n_e/n_c)^{1/2}} \quad (2.32)$$

iv) Amortissement fort-instabilité convective en régime non-linéaire

Le régime stationnaire de l'instabilité convective a été établi par *Tang* [16]. En utilisant les relations de Manley-Rowe exprimant la conservation du flux des ondes :

$$|E_0|^2 - |E_1|^2 = \text{Constante} \quad (2.33)$$

on trouve l'évolution suivante des ondes :

$$|E_0(z)|^2 = \left[\frac{(1-R)e^{2K(1-R)z}}{e^{2K(1-R)z} - R} \right] \quad (2.34)$$

$$|E_1(z)|^2 = \left[\frac{(1-R)R}{e^{2K(1-R)z} - R} \right] \quad (2.35)$$

A partir de ces expressions, on peut déterminer le niveau de bruit ϵ :

$$\epsilon = \frac{(1-R)R}{e^{2K(1-R)L} - R} \quad (2.36)$$

Le comportement de la réflectivité dans ce régime est donné par :

$$(1 - R + \epsilon)R = e^{2G(1-R)} \rightarrow R \approx e^{2G} \quad \text{pour } R \ll 1 \quad (2.37)$$

$$\text{avec } G = KL = \frac{\gamma_0^2 L}{\nu_s \nu_g} \quad (2.38)$$

2.2.3. Evolution de l'instabilité en présence d'inhomogénéité du plasma

Lorsque le plasma est inhomogène, toutes les quantités apparaissant dans la relation de dispersion (constante de couplage, nombres d'onde) dépendent de l'espace et par conséquent les conditions de résonances (1.4) et (1.5) ne pourront être satisfaites que localement. Dans le cas de l'instabilité de Diffusion Brillouin stimulée, l'importance de l'inhomogénéité intervient principalement à travers la vitesse d'expansion du plasma. On introduit l'écart à la résonance pour les nombres d'ondes aussi appelé *fonction de désaccord*, qui dans le cas de la rétrodiffusion s'écrit :

$$\Delta k(z) = k_0(z) - k_1(z) - k_s(z)$$

Qui sera nulle au point de résonance que l'on peut fixer de manière arbitraire au point $z = 0$.

Pour le cas le plus représentatif d'un profil de densité linéaire $n(x) \simeq n_0 \frac{x}{L}$, la fonction de désaccord peut être approchée par $\Delta k(z) = \kappa'(0)z$ lorsque la résonance a lieu en $z = 0$, avec $\kappa'(0) = (\partial \Delta k / \partial z)_{z=0}$ la dérivée de la fonction de désaccord au point de résonance.

- le système présente une **instabilité absolue** si les conditions déjà citées précédemment sont satisfaites à savoir la condition de seuil pour l'instabilité absolue $2v_s/\nu_s > L_g$ et si les vitesses des ondes filles sont de signes opposés. On définit la

longueur de résonance $l_{R,abs} = \frac{4\gamma_0}{|\kappa'(0)||v_s v_g|^{1/2}}$ sur laquelle sont satisfaites les conditions de résonances, par l'équation :

$$|\Delta k| \leq \frac{2\gamma_0}{|v_s v_g|^{1/2}}$$

La longueur sur laquelle l'instabilité a lieu est alors donnée par : $L_{car} = \text{Min}(L, l_{R,abs})$ et le système qui est fini, doit satisfaire : $L_{car} > \frac{\pi}{2} \left(\frac{|v_s v_g|^{1/2}}{\gamma_0} \right)$.

- le système présente une **instabilité convective** s'il ne présente pas d'instabilité absolue, ou bien s'il satisfait les conditions pour une instabilité convective en milieu homogène : $2v_s/\nu_s < L_g$ (régime d'amortissement fort). Dans ce cas la longueur de résonance $l_{R,conv}$ sur laquelle on satisfait :

$$|\Delta k| \leq \max \left(\frac{\nu_i}{|v_i|} \right)_{i=\alpha,0}$$

est donnée par : $l_{R,conv} = \frac{2}{|\kappa'(0)|} \text{Max}(\nu_i/|v_i|)_{i=\alpha,0}$. Le système subit alors de l'amplification spatiale en régime fortement amorti avec une longueur d'amplification appelée *longueur de Rosenbluth* :

$$L_{car} = \frac{2\nu_s}{\kappa'(0)|v_s|} \quad (2.39)$$

Les ondes filles sont alors amplifiées au maximum par le facteur d'amplification de Rosenbluth $\exp^{G_{Ros}}$. Le facteur de gain de Rosenbluth est donné par :

$$G_{Ros} = \frac{\pi\gamma_0^2}{v_g v_s \kappa'(0)} \quad (2.40)$$

Si l'on définit le gradient de vitesse du plasma par $L_u = c_s(du/dz)^{-1}$ et le gradient de densité par $L_n = n_e(dn_e/dz)^{-1}$ (où u est la vitesse d'expansion du plasma), on détermine $\kappa' = \partial(k_0(z) - k_1(z) - k_s(z))/\partial z$ en utilisant : $\omega_s = k_s(c_s - u)$ et $k_s = (2\omega_0/c)\sqrt{1 - n_e/n_c}$, et on trouve :

$$\kappa' = \frac{2\pi}{\lambda_0 L_u} \left[\frac{n_e/n_c}{\sqrt{1 - n_e/n_c}} \frac{L_u}{L_n} - 2 \frac{\sqrt{1 - n_e/n_c}}{1 - u/c_s} \right]$$

Soit lorsque le gradient de vitesse est supposé plus important que le gradient de densité $L_u \gg L_n$:

$$|\kappa'| \simeq \frac{2\pi}{\lambda_0 L_u} 2 \frac{\sqrt{1 - n_e/n_c}}{1 - u/c_s}$$

Le gain de Rosenbluth devient alors :

$$\boxed{G_{Ros} \simeq 0.045 \frac{n_e/n_c}{\sqrt{1 - n_e/n_c}} \frac{L_u}{\lambda_0} \frac{I_{14} \lambda_0^2}{T_e (1 + 3T_i/ZT_e)}} \quad (2.41)$$

2.3. Autofocalisation et filamentation - éléments théoriques

L'instabilité de filamentation correspond à la branche *modulationnelle* du couplage entre les ondes sonores et les ondes transverses. C'est un mécanisme non-linéaire qui mène à l'éclatement d'un faisceau en plusieurs sous-faisceaux.

L'autofocalisation est un mécanisme non-linéaire existant dans tout milieu matériel et qui conduit à la convergence d'un faisceau lumineux (par opposition au phénomène de diffraction). Cette convergence va donc se traduire par une diminution de la largeur du faisceau et donc à une augmentation de l'intensité dans la zone de convergence. Une surintensité dans le faisceau laser peut provoquer une diminution de la densité. Cette diminution de la densité va augmenter l'indice de réfraction dans le plasma défini par : $\sqrt{1 - n_e/n_c}$ et ainsi le milieu peut-être assimilé à une lentille convergente. En effet, la réfraction de la lumière va se faire dans les zones où la densité est la plus faible, et conduire ainsi à un renforcement des surintensités initialement présentes. Le mécanisme provoquant la diminution de la densité dans les surintensités trouve deux origines différentes. C'est ce phénomène qui distingue les deux types d'instabilités de filamentation : la filamentation *pondéromotrice* et la filamentation *thermique*.

- dans l'instabilité de filamentation **pondéromotrice**, c'est la force pondéromotrice qui expulse les électrons des zones de hautes intensités, qui provoque ainsi la diminution de la densité locale.
- dans l'instabilité de filamentation **thermique**, c'est l'augmentation de l'absorption de l'onde transverse par Bremsstrahlung inverse (absorption collisionnelle) qui conduit ensuite par une augmentation de la température à une modification de la pression et ainsi à une expulsion des électrons et donc à une diminution de la densité locale.

Une autre instabilité de filamentation, de type *relativiste*, due aux effets relativistes qui augmentent la masse électronique (et indirectement diminue la densité) peut aussi exister, mais nous ne ferons que la citer puisque l'on s'intéresse uniquement ici au régime non-relativiste.

2.3.1. Filamentation pondéromotrice

La relation de dispersion générale du couplage entre les ondes sonores et les ondes électromagnétiques via la force pondéromotrice, permet de décrire l'instabilité de filamentation pondéromotrice. La filamentation correspondant à la croissance d'une perturbation de densité de fréquence nulle dans un plan perpendiculaire à l'onde incidente, par conséquent, on a : $\mathbf{k} \cdot \mathbf{k}_0 = 0$. Puisque les deux modes Stokes et anti-Stokes doivent être conservés tous les deux, l'opérateur linéarisé défini précédemment $\tilde{D}_T(\omega \pm \omega_0, \mathbf{k} \pm \mathbf{k}_0)$ (valable car on a toujours $\omega \ll \omega_0$) s'écrit maintenant :

$$\tilde{D}_T(\omega - \omega_0, \mathbf{k} - \mathbf{k}_0) \simeq \pm 2\omega_0 \left[\omega + i\nu_0 \mp \frac{k^2 c^2}{2\omega_0} \right]$$

La relation de dispersion de l'instabilité de filamentation pondéromotrice s'écrit alors :

$$\boxed{[\omega^2 + 2i\nu_s\omega - \mathbf{k}^2 c_s^2][(\omega + i\nu_0)^2 - \frac{k^4 c^4}{4\omega_0^2}] - \frac{\omega_{pi}^2 k^4 v_0^2 c^2}{8\omega_0^2} = 0} \quad (2.42)$$

Dans le cas d'une croissance purement temporelle, on peut alors déterminer le nombre d'onde donnant le taux de croissance maximum. En dérivant l'équation précédente pour $\delta\omega = i\gamma$ et en imposant la condition $\partial\gamma/\partial k = 0$, on trouve le nombre d'onde optimum ainsi que le taux de croissance maximum correspondant :

$$k_{max} = \frac{1}{2} \frac{\omega_{pe}}{c} \frac{v_0}{v_{the}} \quad (2.43)$$

$$\gamma_{fil} = \frac{1}{8} \left(\frac{v_0}{v_{the}} \right)^2 \frac{\omega_{pe}^2}{\omega_0} \quad (2.44)$$

Dans le cas où le système est le siège d'amplification spatiale, le facteur d'amplification K est donné par le rapport entre le taux de croissance temporelle et la vitesse de groupe de l'onde laser lorsque l'on prend $\omega = 0$: $K = \gamma/v_g = \gamma/(c(1 - n_e/n_c)^{1/2})$:

$$K = k \frac{[2 \frac{n_e}{n_c} \frac{v_0^2}{v_{the}^2} - \frac{k^2 c^2}{\omega_0^2}]^{1/2}}{2(1 - n_e/n_c)^{1/2}}$$

Soit pour le taux d'amplification spatiale maximum :

$$K_{max} = \frac{1}{8} \frac{\omega_0}{v_g} \frac{v_0^2}{v_{the}^2} \frac{n_e}{n_c}$$

Cette instabilité présente une longueur d'onde minimale en-dessous de laquelle elle ne peut plus se développer, soit un vecteur d'onde de coupure. Les effets de dimension transverse peuvent influencer sur l'instabilité de filamentation, en effet [17] la relation suivante garantit les résultats précédents dans le cas d'un faisceau Gaussien (on fait l'hypothèse que le faisceau incident présente un profil transverse Gaussien $|E_0(x_\perp)|^2 = |E_0|^2 \exp(-x_\perp^2/a^2)$) :

$$a > a_c \equiv 2/k_{max}$$

Où a est la dimension transverse du faisceau, et a_c le rayon critique. Si cette inégalité n'est pas satisfaite, les effets de diffraction dus à la taille finie transverse l'emportent sur l'instabilité de filamentation. Inversement si cette relation est satisfaite, le faisceau s'autofocalise. Cette condition peut se réécrire en terme de la puissance du faisceau : $P = c\epsilon_0 |\mathbf{E}_0|^2 \pi a^2 / 2$ et on trouve :

$$\boxed{P > P_c \equiv P_0 \frac{(1 - n_e/n_c)^{1/2}}{n_e/n_c}} \quad (2.45)$$

Avec P_0 donnée par : $P_0(MW) = 34T_e(keV)$.

Nous reviendrons plus en détail au cours du chapitre suivant, sur les effets d'autofocalisation et de filamentation en discutant en particulier ces effets en fonction de la géométrie étudiée.

2.3.2. Filamentation thermique

Dans le cas de la filamentation thermique, le terme de couplage entre les ondes sonores et les ondes électromagnétiques est un terme purement thermique et non plus pondéromoteur. Par conséquent dans l'équation des ondes sonores, le terme source n'est plus la force pondéromotrice mais la force thermique. Nous reviendrons plus en détail dans le chapitre 4 sur la modélisation et l'explication de la filamentation thermique via les effets de transports non-locaux.

2.4. Description hydrodynamique de l'instabilité de diffusion Brillouin stimulée et de la filamentation

L'instabilité de Diffusion Brillouin stimulée telle qu'elle apparaît dans les équations (2.10) et (2.11) n'est décrite que dans des régimes linéaires. Le comportement non-linéaire des ondes sonores doit être pris en compte. Ces dernières sont susceptibles de provoquer une génération d'harmoniques importante caractérisées par des nombres d'ondes et des pulsations qui sont des multiples de la composante fondamentale (ω_s, \mathbf{k}_s) et il a été montré lors d'études précédentes [8, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24] que le caractère non-linéaire des ondes sonores pouvaient modifier très fortement le couplage entre le plasma et l'onde électromagnétique et diminuer le taux d'énergie rétrodiffusée. Il est donc très important de considérer ce comportement lorsque l'on veut décrire l'instabilité de Diffusion Brillouin stimulée. Pour décrire les effets de filamentation, il est en outre essentiel de décrire le couplage avec l'hydrodynamique du plasma.

On utilise alors une description hydrodynamique avec les quantités fluides, densité et vitesse, sans faire de linéarisation. L'onde électromagnétique, peut être écrite sous la forme : $\mathbf{E} = \text{Re}[\vec{E}(z, x_\perp, t) \exp(-i\omega_0 t)]$, et il est possible de faire l'hypothèse d'enveloppe lentement variable consistant à dire que les variations temporelles de l'enveloppe du champ $\vec{E}(z, x_\perp, t)$ sont lentes devant sa période d'oscillation ω_0 . Cela revient donc à négliger les dérivées temporelles du second ordre de l'enveloppe du champ devant ω_0^2 . Par conséquent, l'équation pour le champ électromagnétique (2.2) devient en terme de son enveloppe temporelle :

$$\frac{2i\omega_0}{c^2} \frac{\partial}{\partial t} \vec{E} + \nabla^2 \vec{E} + \frac{\omega_0^2}{c^2} \vec{E} = \frac{\omega_0^2}{c^2} \frac{n_e}{n_c} \vec{E} \quad (2.46)$$

Pour le plasma, on doit résoudre les équations données précédemment pour les ions supposés adiabatiques de charge Ze et de masse m_i :

$$\frac{\partial}{\partial t} n_i + \nabla \cdot (n_i \vec{v}_i) = 0 \quad (2.47)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \mathbf{v}_i + (\mathbf{v}_i \cdot \nabla) \mathbf{v}_i + \frac{3T_i}{m_i} \nabla(\ln n_i) = -\frac{Ze}{m_i} \nabla \phi \quad (2.48)$$

On utilisera les températures $T_{e,i}$ normalisées à la constante de Boltzmann k_B , c'est à dire représentant $k_B T_{e,i}$.

Et comme précédemment, la densité des électrons de charge $-e$ et de masse m_e , où pour le moment nous n'imposons pas d'équation d'état, est donnée par la loi de Boltzmann obtenue par un équilibre entre la force électrostatique et le gradient de pression :

$$n_e(\phi) = n_{e0} \left[1 + \left(\frac{\gamma_e - 1}{\gamma_e} \right) \frac{e(\phi - \phi_p)}{T_e} \right]^{1/(\gamma_e - 1)} \quad (2.49)$$

Avec γ_e déterminant l'équation d'état :

$$\begin{aligned} n_e &= n_{e0} \left[1 + \left(\frac{\gamma_e - 1}{\gamma_e} \right) \frac{e(\phi - \phi_p)}{T_e} \right]^{1/(\gamma_e - 1)} & \gamma_e \neq 1 \\ n_e &= n_{e0} e^{\frac{e}{T_e}(\phi - \phi_p)} & \gamma_e = 1 \end{aligned} \quad (2.50)$$

et avec le potentiel pondéromoteur en terme de l'enveloppe du champ $\phi_p = \epsilon_0 |E|^2 / en_c$. Et en considérant cette fois l'équation de Poisson, sans supposer un plasma quasi-neutre, la densité ionique, et électronique sont reliées au potentiel par :

$$\nabla^2 \phi = \frac{e}{\epsilon_0} (n_e - Zn_i) \quad (2.51)$$

Le système précédent peut se réécrire plus simplement en adoptant une normalisation adéquate que nous conserverons dans la suite, les vitesses sont normalisées à la vitesse acoustique c_s , les potentiels à e/T_e par $\varphi \equiv e\phi/T_e$. On obtient alors l'ensemble d'équations décrivant l'instabilité de diffusion Brillouin stimulée avec la non-linéarité des ondes sonores ainsi que la filamentation (en 2D) pour une densité électronique supposée isotherme :

$$\frac{\partial}{\partial t} n_i + \nabla \cdot (n_i \vec{v}_i) = 0 \quad (2.52)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \mathbf{v}_i + (\mathbf{v}_i \cdot \nabla) \mathbf{v}_i + c_{si}^2 \nabla (\ln n_i) = -c_{se}^2 \nabla \varphi \quad (2.53)$$

$$\lambda_D^2 \nabla^2 \varphi = \left(\frac{n_e}{n_{e0}} - \frac{n_i}{n_{i0}} \right) \quad (2.54)$$

$$\frac{2i\omega_0}{c^2} \frac{\partial}{\partial t} \vec{E} + \nabla \vec{E} + \frac{\omega_0^2}{c^2} \vec{E} = \frac{\omega_0^2}{c^2} \frac{n_e}{n_c} \vec{E} \quad (2.55)$$

$$n_e = n_{e0} \exp(\varphi - \varphi_p) \quad (2.56)$$

avec la vitesse sonore :

$$c_s^2 = c_{se}^2 + c_{si}^2 = \frac{ZT_e + 3T_i}{m_i}$$

Et où l'on a introduit la longueur de Debye $\lambda_D^2 = T_e \epsilon_0 / n_{e0} e^2$ déterminée à partir de la densité électronique à l'équilibre satisfaisant la condition de quasi-neutralité : $n_{e0} = Zn_{i0}$.

Ce modèle qui décrit de manière auto-consistante le couplage laser-plasma, servira de référence dans la suite de ce manuscrit. Il décrit ce couplage sans perte d'information, tant que l'on suppose que l'on reste dans une description hydrodynamique (sans effets cinétiques) et c'est pour cette raison que nous le désignerons par la terminologie de "code complet".

2.5. Modèle de Décomposition en harmoniques

Comme nous l'avons déjà vu, la difficulté dans la description de l'instabilité Brillouin est principalement due aux nombreux phénomènes que l'on doit décrire simultanément et surtout au fait que ces mécanismes ont lieu sur des échelles spatiales et temporelles différentes lors de la propagation du laser dans le plasma. En effet, l'évolution hydrodynamique non-linéaire du plasma se fait sur des échelles spatiales et temporelles de l'ordre du millimètre et de la nanoseconde alors que l'évolution de l'onde sonore excitée par l'instabilité Brillouin se fait sur des échelles spatiales et temporelles de l'ordre du micromètre et de la picoseconde.

Une description par une hydrodynamique complète (modèle précédent) conduit à devoir résoudre très finement les équations pour pouvoir capter les phénomènes et devient par conséquent très difficile d'utilisation pour des plasmas de très grandes tailles et en géométrie 2D ou 3D.

Nous présenterons ici la dérivation du modèle de décomposition en harmoniques. Avant tout, il convient de simplifier les équations fluides (B.1-B.5) (avec les électrons supposés isothermes) en éliminant le potentiel électrostatique et la densité électronique et en ne conservant pour commencer que les corrections dues à l'équation de Poisson à l'ordre le plus bas.

Nous verrons dans la suite qu'une réécriture du système peut se faire en incluant l'ensemble des corrections à la dispersion aux ordres supérieurs.

2.5.1. Approximation de l'équation de Poisson

A partir du système précédent (B.1-B.5), on peut éliminer la densité électronique ainsi que le potentiel électrostatique en utilisant l'équation de Poisson et en développant autour de la solution quasi-neutre, en ne conservant que les corrections en " $\lambda_D^2 \nabla^2$ ".

On a en effet :

$$\lambda_D^2 \nabla^2 \varphi = \left(\frac{n_e}{n_{e0}} - \frac{n_i}{n_{i0}} \right) \Rightarrow \frac{n_e}{n_{e0}} = \frac{n_i}{n_{i0}} + \lambda_D^2 \nabla^2 \varphi$$

Or la loi de Boltzmann s'inverse pour donner le potentiel électrostatique :

$$\varphi = \varphi_p + \ln\left(\frac{n_e}{n_{e0}}\right)$$

Donc en remplaçant n_e/n_{e0} issu de l'équation de Poisson, on obtient :

$$\varphi = \varphi_p + \ln\left[\frac{n_i}{n_{i0}} + \lambda_D^2 \nabla^2 \varphi\right] \quad (2.57)$$

On retrouve la solution quasi-neutre quand on néglige les corrections en λ_D^2 : $\varphi^{(0)} = \varphi_p + \ln(n_i/n_{i0})$. On a donc :

$$\begin{aligned}\varphi &= \varphi_p + \ln \left\{ \frac{n_i}{n_{i0}} \left[1 + \frac{n_{i0} \lambda_D^2 \nabla^2 \varphi}{n_i} \right] \right\} \\ &= \varphi_p + \ln \left(\frac{n_i}{n_{i0}} \right) + \underbrace{\ln \left[1 + \frac{n_{i0} \lambda_D^2 \nabla^2 \varphi}{n_i} \right]}_{\simeq (n_{i0} \lambda_D^2 \nabla^2 \varphi^{(0)})/n_i + \theta(\lambda_D^4 \nabla^4)}\end{aligned}$$

Soit finalement :

$$\varphi \simeq \varphi_p + \ln \left(\frac{n_i}{n_{i0}} \right) + \frac{n_{i0} \lambda_D^2 \nabla^2 \varphi^{(0)}}{n_i} = \left[1 + \frac{n_{i0} \lambda_D^2 \nabla^2}{n_i} \right] \left(\varphi_p + \ln \left(\frac{n_i}{n_{i0}} \right) \right) \quad (2.58)$$

On utilise cette expression de φ pour la densité électronique : (à l'ordre " $\lambda_D^2 \nabla^2$ ")

$$\frac{n_e}{n_{e0}} = \frac{n_i}{n_{i0}} + \lambda_D^2 \nabla^2 \left[\varphi_p + \ln \left(\frac{n_i}{n_{i0}} \right) \right] \quad (2.59)$$

On remplace cette expression du potentiel dans l'équation d'impulsion (en utilisant $c_s^2 = c_{se}^2 + c_{si}^2$) :

$$\begin{aligned}\frac{\partial}{\partial t} \mathbf{v}_i + (\mathbf{v}_i \cdot \nabla) \mathbf{v}_i + c_{si}^2 \left(\frac{\nabla n_i}{n_i} \right) &= -c_{se}^2 \nabla \left[1 + \frac{n_{i0} \lambda_D^2 \nabla^2}{n_i} \right] \left(\varphi_p + \ln \left(\frac{n_i}{n_{i0}} \right) \right) \\ \Rightarrow \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{v}_i + (\mathbf{v}_i \cdot \nabla) \mathbf{v}_i + c_s^2 \left(\frac{\nabla n_i}{n_i} \right) &= -c_{se}^2 \nabla \left[1 + \frac{n_{i0} \lambda_D^2 \nabla^2}{n_i} \right] \varphi_p - c_{se}^2 \lambda_D^2 \nabla \left[\frac{n_{i0}}{n_i} \nabla^2 \ln \frac{n_i}{n_{i0}} \right]\end{aligned}$$

Les équations hydrodynamiques et l'équation de Maxwell, affranchies de l'équation de Poisson-Boltzmann à l'ordre " $\lambda_D^2 \nabla^2$ " s'écrivent finalement :

$$\frac{\partial}{\partial t} n_i + \nabla \cdot (n_i \mathbf{v}_i) = 0 \quad (2.60)$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial}{\partial t} \mathbf{v}_i + (\mathbf{v}_i \cdot \nabla) \mathbf{v}_i + c_s^2 \left(\frac{\nabla n_i}{n_i} \right) &= -c_{se}^2 \nabla \left[1 + \frac{n_{i0} \lambda_D^2 \nabla^2}{n_i} \right] \varphi_p - 2\nu \frac{(n_i \mathbf{v}_i)}{n_i} \\ &\quad - c_{se}^2 \lambda_D^2 \nabla \left[\frac{n_{i0}}{n_i} \nabla^2 \ln \frac{n_i}{n_{i0}} \right]\end{aligned} \quad (2.61)$$

$$\begin{aligned}\frac{2i\omega_0}{c^2} \frac{\partial}{\partial t} \vec{E} + \nabla \vec{E} + \frac{\omega_0^2}{c^2} \vec{E} &= \frac{\omega_0^2}{c^2} \left(\frac{Z n_i}{n_c} \vec{E} \right) \\ &\quad + \frac{\omega_0^2}{c^2} \frac{Z n_{i0}}{n_c} \left(\lambda_D^2 \nabla^2 \ln \left(\frac{n_i}{n_{i0}} \right) \vec{E} \right)\end{aligned} \quad (2.62)$$

On a introduit l'amortissement pour les ondes sonores par l'opérateur d'amortissement ν qui prend en compte l'amortissement Landau, ainsi que les collisions ions-ions. Ce système d'équations qui permet de décrire l'instabilité de diffusion Brillouin stimulée avec les corrections dues à l'équation de Poisson à l'ordre le plus bas, va nous servir de base au développement de la méthode de décomposition en harmoniques.

2.5.2. Equations du modèle de décomposition en harmoniques

Les équations de la décomposition en harmoniques vont permettre de décrire simultanément :

- La propagation des ondes transverses incidentes et diffusées.
- L'excitation de l'onde acoustique ionique générée par l'instabilité Brillouin, ainsi que ses harmoniques
- L'évolution hydrodynamique non-linéaire du plasma (due à l'expansion du plasma, ainsi que le chauffage du plasma dû à la propagation des ondes transverses incidentes et diffusées, ainsi que les transferts de moment et d'énergie [25] entre les ondes acoustiques ioniques et le plasma thermique).

L'ensemble de ces équations va donc pouvoir décrire l'instabilité de Diffusion Brillouin de manière auto-consistante dans un plasma de grande dimension, en tenant compte de la génération d'harmoniques, de la composante fondamentale, ainsi que la modification locale des conditions de résonance à 3 ondes provoquée par le décalage Doppler associé à l'expansion du plasma, et de la réaction du flot sur le développement de l'instabilité.

La décomposition en harmoniques est basée sur une décomposition en fonctions variant lentement et rapidement. Le champ électrique transverse \vec{E} est décomposé en 2 ondes électromagnétiques se propageant dans des directions opposées : \vec{E}_+ l'onde incidente et \vec{E}_- l'onde diffusée. On a alors :

$$\vec{E}(z, x_\perp, t) = \vec{E}_+(z, x_\perp, t)e^{ik_0 z} + \vec{E}_-(z, x_\perp, t)e^{-ik_0 z} \quad (2.63)$$

Le vecteur d'onde \mathbf{k}_0 est choisi selon l'axe z et il est défini par sa valeur absolue :

$$k_0(z) = \frac{\omega_0}{c} \left[1 - \frac{n_{e0}}{n_c} \right]^{1/2}.$$

Où n_{e0} est la densité électronique locale à l'équilibre.

A l'équilibre, on prendra l'approximation quasi-neutre soit : $n_{e0} = Zn_{i0}$, et on supposera que les enveloppes \vec{E}_+ et \vec{E}_- sont lentement variables par rapport à k_0 (validité de l'approximation paraxiale).

La densité ionique et la vitesse ionique sont décomposées de la manière suivante :

$$Zn_i(z, x_\perp, t) = N_0(z, x_\perp, t) + n_{SBS} \quad (2.64)$$

$$\vec{v}_i(z, x_\perp, t) = \vec{v}_0(z, x_\perp, t) + \vec{v}_{SBS} \quad (2.65)$$

Avec :

- N_0 et \vec{v}_0 qui représentent la densité et vitesse moyennées sur des grandes échelles spatiales (grandes devant la longueur d'onde laser).
- n_{SBS} , \vec{v}_{SBS} représentent les fluctuations de densité et de vitesse associées aux ondes sonores excitées par le Brillouin.

La densité N_0 est elle-même décomposée de la manière suivante :

$$N_0(z, x_\perp, t) = n_{i0} + n_0(z, x_\perp, t) \quad (2.66)$$

avec n_{i0} donné par : $n_{i0} = n_{e0}/Z$.

La quantité $n_0(z, x_\perp, t)$ mesure l'écart à la densité de référence n_{i0} : $n_0(z, x_\perp, t) = N_0(z, x_\perp, t) - n_{i0}$, c'est à dire l'inhomogénéité du plasma.

La densité et la vitesse caractérisant le Brillouin (n_{SBS} et v_{SBS}) sont décomposées de la manière suivante :

$$n_{SBS} = \sum_{p=1}^{p_{max}} n_p(z, x_\perp, t) e^{(ip2k_0z)} + c.c \quad (2.67)$$

$$v_{SBS} = \sum_{p=1}^{p_{max}} v_p(z, x_\perp, t) e^{(ip2k_0z)} + c.c \quad (2.68)$$

Dans cette notation, p indique l'harmonique considérée, p_{max} le nombre maximum d'ondes considérées. On peut écrire de manière générale en regroupant les termes, la décomposition de la densité, de la vitesse ionique et du champ électromagnétique, en utilisant $k_s = 2k_0$:

$$\begin{aligned} n_i &= n_{i0} + n_0 + \left[\sum_{p=1}^{p_{max}} n_p e^{ipk_s z} + c.c \right] \\ v_i &= v_0 + \left[\sum_{p=1}^{p_{max}} v_p e^{ipk_s z} + c.c \right] \\ \vec{E} &= \vec{E}_+ e^{ik_0(z)} + \vec{E}_- e^{-ik_0(z)} \end{aligned}$$

Si l'on insère cette décomposition dans le système précédent (2.60-2.62), on obtient un jeu d'équations décrivant chaque mécanisme séparément.

Ondes électromagnétiques

On utilise, dans l'équation (2.62), le fait que :

$$\begin{aligned} \nabla^2(\vec{E} e^{ik_0 z}) &= (\nabla_\perp^2 + \nabla_z^2)(\vec{E} e^{ik_0 z}) \\ &\simeq (-k_0^2 + i(\nabla_z k_0) + 2ik_0 \nabla_z + \nabla_\perp^2) \vec{E} \end{aligned}$$

Et on obtient, puisque la vitesse de groupe des ondes électromagnétiques définie par $v_g = c^2 k_0 / \omega_0$ ne dépend pas de l'espace (la vitesse de groupe est déterminée à la densité de référence, et la prise en compte du changement de la densité se fait dans le couplage $n_0 \vec{E}_\pm = (N_0 - n_{i0}) \vec{E}_\pm$) :

$$\begin{aligned} (\partial_t + v_g \partial_z - \frac{ic^2}{2\omega_0} \nabla_\perp^2) \vec{E}_+ &= \frac{-i\omega_0}{2n_c} \left\{ n_0 \vec{E}_+ + n_1 \left[1 - \frac{k_s^2 \lambda_D^2}{N_0/n_{i0}} \right] \vec{E}_- \right\} \\ (\partial_t - v_g \partial_z - \frac{ic^2}{2\omega_0} \nabla_\perp^2) \vec{E}_- &= \frac{-i\omega_0}{2n_c} \left\{ n_0 \vec{E}_- + n_1^* \left[1 - \frac{k_s^2 \lambda_D^2}{N_0/n_{i0}} \right] \vec{E}_+ \right\} \end{aligned}$$

On peut noter, en anticipant sur le système contenant l'ensemble des corrections à la dispersion que l'on obtiendra plus tard, que si l'on conserve l'ensemble des corrections en $k_s \lambda_D$, il apparaît une série géométrique que l'on peut regrouper sous la forme :

$$1 - k_s^2 \lambda_D^2 + k_s^4 \lambda_D^4 + \dots \simeq \frac{1}{1 + k_s^2 \lambda_D^2}.$$

On peut rajouter dans le système précédent, l'amortissement collisionnel des ondes électromagnétiques correspondant au phénomène de Bremsstrahlung inverse, qui s'écrit comme un facteur de la fréquence de collisions électrons-ions : $\nu_{em} = \frac{n_e}{n_c} \nu_{ei}$. Le système s'écrit finalement :

$$(\partial_t + v_g \partial_z - \frac{ic^2}{2\omega_0} \nabla_\perp^2 + \frac{\nu_{em}}{2}) \vec{E}_+ = \frac{-i\omega_0}{2n_c} \left\{ n_0 \vec{E}_+ + \frac{n_1}{[1 + \frac{k_s^2 \lambda_D^2}{N_0/n_{i0}}]} \vec{E}_- \right\} \quad (2.69)$$

$$(\partial_t - v_g \partial_z - \frac{ic^2}{2\omega_0} \nabla_\perp^2 + \frac{\nu_{em}}{2}) \vec{E}_- = \frac{-i\omega_0}{2n_c} \left\{ n_0 \vec{E}_- + \frac{n_1^*}{[1 + \frac{k_s^2 \lambda_D^2}{N_0/n_{i0}}]} \vec{E}_+ \right\} \quad (2.70)$$

Hydrodynamique

A partir de l'équation 2.60, on obtient pour la composante hydrodynamique décrivant l'évolution du plasma :

$$\partial_t N_0 + \nabla(N_0 \vec{v}_0) = -\nabla[n_1 \vec{v}_1^* + n_1^* \vec{v}_1]$$

De même pour la vitesse \vec{v}_0 , on utilise l'équation 2.61. Or sachant que l'on a :

$$\left\langle \frac{c_s^2 \nabla n_i}{n_i} \right\rangle_0 \simeq \frac{c_s^2 \nabla N_0}{N_0} - c_s^2 \nabla \left\{ \left| \frac{n_1}{N_0} \right|^2 \right\}$$

Où la notation $\langle \cdot \rangle_0$ signifie que l'on ne conserve que la composante basse-fréquence. Par conséquent en reportant dans l'équation 2.61, on obtient :

$$\partial_t \vec{v}_0 + (\vec{v}_0 \cdot \nabla) \vec{v}_0 + \frac{c_s^2 \nabla N_0}{N_0} = -[(\vec{v}_1 \cdot \nabla) \vec{v}_1^* + c.c] + c_s^2 \nabla \left| \frac{n_1}{N_0} \right|^2 - c_{se}^2 \nabla \langle \varphi_{p0} \rangle$$

Avec le potentiel pondéromoteur "d'ordre 0", donnée par : $\langle \varphi_{p0} \rangle = \frac{e_0}{n_c T_e} [|E_+|^2 + |E_-|^2]$.

Il est possible de généraliser l'expression précédente en tenant compte de l'influence des harmoniques supérieures sur les composantes hydrodynamiques (puisque la deuxième harmonique conduit à un couplage $n_2 \vec{v}_2^*$ qu'il faut conserver).

Comme nous l'avons indiqué précédemment le terme d'amortissement apparaissant dans les équations hydrodynamiques est un opérateur et il possède donc une partie correspondant à chaque composante ν_0, ν_1 . Le terme d'amortissement s'écrit alors pour la composante hydrodynamique :

$$\left\langle 2 \frac{(\nu n_i \vec{v}_i)}{n_i} \right\rangle_0 = 2\nu_0 \vec{v}_0 + 2\nu_1 \left(\frac{n_1}{N_0} \vec{v}_1^* + \frac{n_1^*}{N_0} \vec{v}_1 \right)$$

Par conséquent, le système décrivant l'évolution hydrodynamique non-linéaire du plasma

est donné par :

$$\partial_t N_0 + \nabla(N_0 \vec{v}_0) = -\nabla \left\{ \sum_{p=1}^{p_{max}} [n_p \vec{v}_p^* + c.c.] \right\} \quad (2.71)$$

$$\begin{aligned} \partial_t(N_0 \vec{v}_0) + \nabla(N_0 \vec{v}_0 \vec{v}_0) + c_s^2 \nabla N_0 &= -c_{se}^2 N_0 \nabla \left\{ \frac{\epsilon_0}{n_e T_e} [|E_+|^2 + |E_-|^2] \right\} \\ &- 2 \sum_{p=1}^{p_{max}} \nu_p [n_p \vec{v}_p^* + c.c.] + N_0 c_s^2 \sum_{p=1}^{p_{max}} \nabla \left| \frac{n_p}{N_0} \right|^2 \\ &- N_0 \sum_{p=1}^{p_{max}} [(\vec{v}_p \cdot \nabla) \vec{v}_p^* + c.c.] \\ &- \vec{v}_0 \cdot \nabla \left\{ \sum_{p=1}^{p_{max}} [n_p \vec{v}_p^* + c.c.] \right\} \end{aligned} \quad (2.72)$$

Onde sonore excitée par l'instabilité Brillouin et non-linéarité

Nous allons maintenant chercher les équations régissant l'évolution de l'onde sonore excitée par l'instabilité Brillouin, dans un premier temps sur la composante fondamentale puis nous généraliserons aux harmoniques. En partant de l'équation 2.60, on obtient pour la variable n_1/N_0 :

$$\partial_t \left(\frac{n_1}{N_0} \right) + (\vec{v}_0 \cdot \nabla) \frac{n_1}{N_0} + \nabla \cdot \vec{v}_1 = -\vec{v}_1 \cdot \frac{\nabla N_0}{N_0} - \frac{n_1}{N_0} \left[\frac{\partial_t N_0 + \nabla(N_0 \vec{v}_0)}{N_0} \right]$$

De même avec l'équation 2.61, on obtient pour la vitesse v_1 :

$$\begin{aligned} \partial_t \vec{v}_1 + (\vec{v}_0 \cdot \nabla) \vec{v}_1 + (\vec{v}_1 \cdot \nabla) \vec{v}_0 + c_s^2 \nabla \left(\frac{n_1}{N_0} \right) &= -\frac{c_{se}^2 \lambda_D^2}{N_0/n_{i0}} \nabla \nabla^2 \left(\frac{n_1}{N_0} \right) - c_{se}^2 \nabla \langle \varphi_{p1} \rangle \\ &- \frac{c_{se}^2 \lambda_D^2}{N_0/n_{i0}} \nabla \nabla^2 \langle \varphi_{p1} \rangle \end{aligned}$$

où l'on a utilisé le fait que :

$$\begin{aligned} \left\langle c_s^2 \frac{\nabla n_i}{n_i} \right\rangle_1 &= c_s^2 \nabla \left(\frac{n_1}{N_0} \right) \\ \left\langle -c_{se}^2 \lambda_D^2 \nabla \left[\frac{n_{i0}}{n_i} \nabla^2 \ln \frac{n_i}{n_{i0}} \right] \right\rangle_1 &= -\frac{c_{se}^2 \lambda_D^2}{N_0/n_{i0}} \nabla \nabla^2 \left(\frac{n_1}{N_0} \right) \end{aligned}$$

Où la notation $\langle \cdot \rangle_1$ signifie que l'on ne conserve que les variations en $\exp(ik_s z)$.

Dans ces deux équations décrivant l'évolution de la densité et de la vitesse de la composante fondamentale, on peut désormais faire l'approximation paraxiale en écrivant : $n_1 = \tilde{n}_1 \exp(ik_s z) + cc$. Avec :

$$\nabla n_1 \rightarrow (\nabla + ik_s) \tilde{n}_1 \quad (2.73)$$

Par souci de simplicité dans l'écriture, on utilisera désormais la notation n_1 (et \vec{v}_1) pour la variable lente (au lieu de \tilde{n}_1).

Avec l'approximation paraxiale les deux équations précédentes deviennent après quelques calculs :

$$\begin{aligned} (\partial_t + i\vec{k}_s \vec{v}_0 + \vec{v}_0 \cdot \nabla) \frac{n_1}{N_0} + [i\vec{k}_s + \nabla] \vec{v}_1 &= -\frac{n_1}{N_0} \left[\frac{\partial_t N_0 + \nabla(N_0 \vec{v}_0)}{N_0} \right] \\ &- \vec{v}_1 \frac{\nabla N_0}{N_0} \end{aligned} \quad (2.74)$$

$$\begin{aligned} (\partial_t + i\vec{k}_s \vec{v}_0 + \vec{v}_0 \cdot \nabla) \vec{v}_1 + \vec{v}_1 \nabla \vec{v}_0 + 2\nu_1 \vec{v}_1 &+ i\vec{k}_s c_s^2 \left[1 - \frac{k_s^2 \lambda_D^2}{N_0/n_{i0}} \frac{c_{se}^2}{c_s^2} \right] \frac{n_1}{N_0} \\ - c_s^2 \left(1 - 3 \frac{k_s^2 \lambda_D^2}{N_0/n_{i0}} \frac{c_{se}^2}{c_s^2} \right) \nabla \frac{n_1}{N_0} &= -i\vec{k}_s c_{se}^2 \left[1 - \frac{k_s^2 \lambda_D^2}{N_0/n_{i0}} \right] \langle \varphi_{p1} \rangle \\ &- c_{se}^2 \left(1 - 3 \frac{k_s^2 \lambda_D^2}{N_0/n_{i0}} \right) \nabla \langle \varphi_{p1} \rangle \end{aligned} \quad (2.75)$$

Avec le potentiel pondéromoteur $\langle \varphi_{p1} \rangle$ défini par :

$$\langle \varphi_{p1} \rangle = \frac{\epsilon_0 \vec{E}_+ \vec{E}_-^*}{n_c T_e}$$

Ce système permet de décrire l'instabilité de diffusion Brillouin stimulée dans le régime dit de *désintégration modifiée*, sans faire d'approximation d'enveloppe temporelle.

Nous présentons dans la suite, la méthode pour réduire ce système à une équation du premier ordre en temps et en espace sur une seule variable, n_1/N_0 . Pour simplifier, nous supposons un plasma homogène de sorte que \vec{v}_0 et N_0 soit indépendant de l'espace. Le plasma étant homogène, les termes de droite de l'équation 2.74 s'annulent ainsi que les dérivées spatiales de \vec{v}_0 dans l'équation 2.75, et le système se réécrit en posant : $D_t = \partial_t + i\vec{k}_s \cdot \vec{v}_0 + \vec{v}_0 \cdot \nabla$:

$$\begin{aligned} D_t \left(\frac{n_1}{N_0} \right) + [i\vec{k}_s + \nabla] \vec{v}_1 &= 0 \\ D_t \vec{v}_1 + 2\nu_1 \vec{v}_1 + i\vec{k}_s c_s^2 \left[1 - \frac{k_s^2 \lambda_D^2}{N_0/n_{i0}} \frac{c_{se}^2}{c_s^2} \right] \frac{n_1}{N_0} &+ c_s^2 \left(1 - 3 \frac{k_s^2 \lambda_D^2}{N_0/n_{i0}} \frac{c_{se}^2}{c_s^2} \right) \nabla \frac{n_1}{N_0} \\ &= -i\vec{k}_s c_{se}^2 \left[1 - \frac{k_s^2 \lambda_D^2}{N_0/n_{i0}} \right] \langle \varphi_{p1} \rangle \\ &- c_{se}^2 \left(1 - 3 \frac{k_s^2 \lambda_D^2}{N_0/n_{i0}} \right) \nabla \langle \varphi_{p1} \rangle \end{aligned}$$

Puisque nous supposons un plasma homogène, le passage de deux équations du deuxième ordre en temps à une équation du premier ordre est simple car les opérateurs D_t et ∂_t commutent. En effet, on a :

$$[D_t, \partial_t] = D_t \partial_t - \partial_t D_t = 0$$

On peut appliquer l'opérateur D_t à la première équation et utiliser $:D_t[i\vec{k}_s + \nabla]\vec{v}_1 = [i\vec{k}_s + \nabla](D_t\vec{v}_1)$, et on remplace $D_t\vec{v}_1$ en utilisant la deuxième équation. Après quelques manipulations algébriques, on arrive à l'expression suivante :

$$\begin{aligned} D_t D_t \left(\frac{n_1}{N_0} \right) + k_s^2 c_s^2 \left[1 - \frac{k_s^2 \lambda_D^2}{N_0/n_{i0}} \frac{c_{se}^2}{c_s^2} \right] \frac{n_1}{N_0} - 2i\vec{k}_s c_s^2 \left[1 - 2 \frac{k_s^2 \lambda_D^2}{N_0/n_{i0}} \frac{c_{se}^2}{c_s^2} \right] \nabla \frac{n_1}{N_0} + \\ c_s^2 \left[1 - 3 \frac{k_s^2 \lambda_D^2}{N_0/n_{i0}} \frac{c_{se}^2}{c_s^2} \right] \nabla^2 \frac{n_1}{N_0} + k_s^2 c_{se}^2 \left[1 - \frac{k_s^2 \lambda_D^2}{N_0/n_{i0}} \right] \langle \varphi_{p1} \rangle - \\ 2i\vec{k}_s c_s^2 \left[1 - 2 \frac{k_s^2 \lambda_D^2}{N_0/n_{i0}} \right] \nabla \langle \varphi_{p1} \rangle - c_{se}^2 \left[1 - 3 \frac{k_s^2 \lambda_D^2}{N_0/n_{i0}} \right] \nabla^2 \langle \varphi_{p1} \rangle = 0 \end{aligned}$$

Avec les expressions de la relation de dispersion, de la vitesse de groupe (avec les corrections à la dispersion à l'ordre le plus bas et les corrections thermiques) :

$$\begin{aligned} \omega_s &= k_s c_s \left[1 - \frac{k_s^2 \lambda_D^2}{N_0/n_{i0}} \frac{c_{se}^2}{c_s^2} \right]^{1/2} \\ v_{gs} &= \frac{\partial \omega_s}{\partial k_s} = c_s \left\{ \frac{1 - 2 \frac{k_s^2 \lambda_D^2}{N_0/n_{i0}} \frac{c_{se}^2}{c_s^2}}{\left(1 - \frac{k_s^2 \lambda_D^2}{N_0/n_{i0}} \frac{c_{se}^2}{c_s^2} \right)} \right\} \\ v_{gs}^2 &\simeq c_s^2 \left[1 - 3 \frac{k_s^2 \lambda_D^2}{N_0/n_{i0}} \frac{c_{se}^2}{c_s^2} \right] \end{aligned}$$

On a alors en négligeant les dérivées du potentiel pondéromoteur (approximation valable car ce sont des quantités négligeables) :

$$D_t D_t \left(\frac{n_1}{N_0} \right) - \left[i\omega_{0,s} + \vec{v}_{gs} \cdot \nabla \right]^2 \frac{n_1}{N_0} = -k_s^2 c_{se}^2 \left[1 - \frac{k_s^2 \lambda_D^2}{N_0/n_{i0}} \right] \langle \varphi_{p1} \rangle$$

On arrive donc à une équation sur une seule variable, et l'on peut maintenant faire une approximation d'enveloppe temporelle, afin d'obtenir l'équation décrivant l'instabilité Brillouin en régime de *désintégration standard*. On suppose que : $\Psi_1 = \bar{\Psi}_1 \exp(-i\omega_{s\pm}t)$, avec $\omega_{s\pm} = \vec{k}_s \cdot \vec{v}_0 \pm \omega_s$ où ω_s satisfait la relation de dispersion précédente et la fonction Ψ symbolise le potentiel pondéromoteur et la densité.

$$\mp 2i\omega_s \left[\partial_t + \nu_1 + (\vec{v}_0 + \vec{v}_{gs}) \nabla - \frac{iv_{gs}^2}{2\omega_s} \nabla_{\perp}^2 \right] \frac{\bar{n}_1}{N_0} = -k_s^2 c_{se}^2 \left[1 - \frac{k_s^2 \lambda_D^2}{N_0/n_{i0}} \right] [\langle \varphi_{p1} \rangle \exp(i\omega_{s\pm}t)]$$

Une seule solution donne lieu à une instabilité dans le régime de désintégration standard : $\omega_{s+} = \vec{k}_s \cdot \vec{v}_0 + \omega_s$. L'équation précédente se réécrit en revenant à la variable n_1 et en ne conservant que la solution instable.

$$\left[\partial_t + \nu_1 + (i\vec{k}_s \cdot \vec{v}_0 + \omega_s) + (\vec{v}_0 + \vec{v}_{gs}) \nabla - \frac{iv_{gs}^2}{2\omega_s} \nabla_{\perp}^2 \right] \frac{n_1}{N_0} = -i \frac{k_s^2 c_{se}^2}{2\omega_s} \left[1 - \frac{k_s^2 \lambda_D^2}{N_0/n_{i0}} \right] \langle \varphi_{p1} \rangle$$

Lorsque le plasma est inhomogène toutes les dépendances en \vec{v}_0 et N_0 doivent être conservés. Par conséquent, cette procédure de réduction du système du deuxième ordre

en temps à une équation du premier ordre en temps est plus complexe. En effet, dans ce cas, les dérivées spatiales du terme : $\exp(-i(\vec{k}_s \cdot \vec{v}_0 + \omega_{0,s}t))$ conduisent, puisque le flot est inhomogène, à des termes séculaires en temps, du type : $-it\vec{k}_s \cdot (\nabla \vec{v}_0) \exp(-i(\vec{k}_s \cdot \vec{v}_0 + \omega_{0,s}t))$. Un traitement plus approprié doit être alors adopté [26] conduisant à des termes supplémentaires dans le propagateur classique des ondes sonores assurant la conservation de l'impulsion.

On peut généraliser le système précédent aux harmoniques et pour les deux régimes, désintégration modifiée et standard, on obtient alors pour un plasma inhomogène (en ne conservant que les termes dominants c'est à dire sans les dérivées du potentiel pondéromoteur) :

Régime de désintégration modifiée

$$\begin{aligned} D_t\left(\frac{n_p}{N_0}\right) + [ip\vec{k}_s + \nabla]\vec{v}_p + \frac{n_p}{N_0} \left[\frac{\partial_t N_0 + \nabla(N_0 \vec{v}_0)}{N_0} \right] &= -\vec{v}_p \frac{\nabla N_0}{N_0} + Q_{n_p} \\ D_t \vec{v}_p + 2\nu_p \vec{v}_p + \left[i\vec{k}_p \frac{\omega_p^2}{k_p^2} + v_{g,p}^2 \nabla \right] \frac{n_p}{N_0} &= -i\delta_{p,p_f} \vec{k}_p c_{se}^2 \left[1 - \frac{k_s^2 \lambda_D^2}{N_0/n_{i0}} \right] \langle \varphi_{p1} \rangle \\ &\quad - \vec{v}_p \cdot \nabla \vec{v}_0 + Q_{\vec{v}_p} \end{aligned}$$

Avec le terme de couplages quadratiques entre harmoniques, sous-harmoniques et la composante fondamentale :

$$\begin{aligned} Q_{\vec{v}_p} &= -i \frac{\vec{k}_p}{2} \sum_l \left[v_{l/p_f} v_{(p-l)/p_f} - \frac{\omega_p^2}{k_p^2} \frac{n_{l/p_f}}{N_0} \frac{n_{(p-l)/p_f}}{N_0} \right] \\ Q_{n_p} &= -i \vec{k}_p \cdot \left(\sum_l \frac{n_{l/p_f}}{N_0} \vec{v}_{(p-l)/p_f} \right) \end{aligned}$$

Avec :

$$\begin{aligned} \vec{k}_p &= p\vec{k}_s \\ \omega_p &= \omega(k_p) = pk_s c_s \left[1 - \frac{(p)^2 k_s^2 \lambda_D^2}{N_0/n_{i0}} \frac{c_{se}^2}{c_s^2} \right]^{1/2} \\ v_{g,p} &= \frac{\partial \omega_p}{\partial k_s} = c_s \left\{ \frac{1 - 2 \frac{(p)^2 k_s^2 \lambda_D^2}{N_0/n_{i0}} \frac{c_{se}^2}{c_s^2}}{\left(1 - \frac{(p)^2 k_s^2 \lambda_D^2}{N_0/n_{i0}} \frac{c_{se}^2}{c_s^2} \right)} \right\} \\ v_{g,p}^2 &\simeq c_s^2 \left[1 - 3 \frac{(p)^2 k_s^2 \lambda_D^2}{N_0/n_{i0}} \frac{c_{se}^2}{c_s^2} \right] \end{aligned}$$

Régime de désintégration standard

$$\begin{aligned} \left[\partial_t + i\omega_p + i\vec{k}_p \cdot \vec{v}_0 + (\vec{v}_0 + \vec{v}_{g,p}) \cdot \nabla - \frac{iv_{g,p}^2}{2\omega_p} \nabla_{\perp}^2 + \nu_p \right] \frac{n_p}{N_0} + \tau_{inh} \left(\frac{n_p}{N_0} \right) &= \\ -i \frac{k_s^2 c_{se}^2}{2\omega_p} \left[1 - \frac{k_s^2 \lambda_D^2}{N_0/n_{i0}} \right] \delta_{p,p_f} \langle \varphi_{p1} \rangle + C_p & \end{aligned}$$

Avec le terme de couplages quadratiques à l'ordre le plus bas :

$$C_p = -i \frac{\omega_p}{2} \sum_l \frac{n_{l/p_f}}{N_0} \frac{n_{p-l/p_f}}{N_0}$$

Et le terme nécessaire à la conservation du moment :

$$\tau_{inh} \left(\frac{n_p}{N_0} \right) = \frac{1}{2} \left(\nabla_z \vec{v}_{0z} + c_s \frac{\nabla_z N_0}{N_0} \right) \frac{n_p}{N_0} - \frac{i}{2k_p} \left(\nabla_\perp \vec{v}_{0z} + c_s \frac{\nabla_\perp N_0}{N_0} \right) \nabla_\perp \frac{n_p}{N_0}$$

2.5.3. Conservation de l'ensemble des corrections à la dispersion

Comme nous l'avons déjà cité précédemment, dans la dérivation de ces équations, nous nous sommes limités aux corrections à l'ordre le plus bas en $k_s^2 \lambda_D^2$. Néanmoins, pour assurer que notre modèle ne reste pas limité à des régimes où la dispersion est faible, il faut prendre en compte les corrections aux ordres supérieurs. En partant des équations fluides et de l'équation de Poisson, une redérivation des équations de couplages quadratiques permet de déterminer l'ensemble de ces corrections, à la fois sur les coefficients de couplages mais aussi sur les vitesses des ondes.

Le lecteur intéressé par ce calcul peut le trouver plus détaillé en annexe, nous présentons ici essentiellement les résultats obtenus.

Le propagateur de chaque composante s'écrit en régime de désintégration standard sous la même forme que précédemment :

$$\begin{aligned} \left[\partial_t + i\omega_p + i\vec{k}_p \cdot \vec{v}_0 + (\vec{v}_{g,p} + \vec{v}_0) \cdot \nabla - \frac{iv_{g,p}^2}{2\omega_p} \nabla_\perp^2 + \nu_p \right] \frac{n_p}{N_0} + \tau_{inh} \left(\frac{n_p}{N_0} \right) = \\ -i \frac{k_s c_s}{2} C_1^p \delta_{p,1} \langle \varphi_{p1} \rangle - i \frac{k_p c_s}{2} C_p \sum_l \frac{n_l}{N_0} \frac{n_{p-l}}{N_0} \end{aligned}$$

Avec cette fois les définitions suivantes tenant compte des corrections (où la longueur de Debye est ici locale, au sens où elle est définie par $\lambda_D \equiv \lambda_D(z) = T_e \epsilon_0 / N_0(z) e^2$) :

$$\begin{aligned} \vec{k}_p &= p \vec{k}_s \\ \nu_p &= p \nu_s \\ \omega_p &= \omega(k_p) = \frac{k_p c_s}{\sqrt{1 + k_p^2 \lambda_D^2}} \\ \vec{v}_{g,p} &= \frac{c_s}{[1 + \tau_i]^{1/2}} \left\{ \frac{\left[1 + \tau_i (1 + (p)^2 k_s^2 \lambda_D^2)^2 \right] \left[1 + k_s^2 \lambda_D^2 \right]^{1/2}}{\left[1 + \tau_i (1 + k_s^2 \lambda_D^2) \right]^{1/2} \left[1 + (p)^2 k_s^2 \lambda_D^2 \right]^2} \right\} \vec{e}_z \end{aligned}$$

Les harmoniques étant hors-résonance, c'est à dire ne satisfaisant pas la relation de dispersion : $D(p\omega - pkv_0, pk)n(pk, p\omega) \neq 0$, un écart à la résonance apparaît puisque

l'on a : $\omega_p = \omega(k_p) = p\omega_s + \delta_p$. Cet écart s'écrit en conservant les corrections à la dispersion sous la forme :

$$\begin{aligned}\delta_p &= -\frac{D(p\omega_s - pk_s v_0, pk_s)}{(\partial D / \partial \omega)_{\substack{\omega=p\omega_s \\ k=pk_s}}} \\ &= -\frac{\left[(p\omega_s)^2 - (pk_s)^2 c_{si}^2 - \frac{(pk_s)^2 c_{se}^2}{1+(pk_s)^2 \lambda_D^2} \right]}{2pk_s c_{se} \left[1 + \tau_i (1 + k_s^2 \lambda_D^2) \right]^{1/2}} \left[1 + k_s^2 \lambda_D^2 \right]^{1/2}\end{aligned}$$

Soit :

$$\delta_p = -\frac{pk_s c_s}{2[1 + \tau_i]^{1/2}} \left\{ \frac{k_s^2 \lambda_D^2 [p^2 - 1]}{[1 + k_s^2 \lambda_D^2]^{1/2} [1 + (pk_s)^2 \lambda_D^2] [1 + \tau_i (1 + k_s^2 \lambda_D^2)]^{1/2}} \right\} \quad (2.76)$$

où $\tau_i = 3T_i / ZT_e$. Enfin les termes de couplages s'écriront, d'une part pour le terme de couplage pondéromoteur C_1^p et le couplage entre les harmoniques C_p :

$$C_1^p = \frac{1}{(1 + k^2 \lambda_D^2)^{1/2} [1 + \tau_i (1 + k_s^2 \lambda_D^2)]^{(1/2)} (1 + \tau_i)^{(1/2)}} \quad (2.77)$$

$$C_p = \left[\frac{\frac{3}{2}(1 + k_s^2 \lambda_D^2)(1 + (pk_s)^2 \lambda_D^2) + \tau_i(1 + (pk_s)^2 \lambda_D^2)(1 + k_s^2 \lambda_D^2)^2 - \frac{1}{2}}{[1 + \tau_i(1 + k_s^2 \lambda_D^2)]^{1/2}(1 + (pk_s)^2 \lambda_D^2)(1 + k_s^2 \lambda_D^2)^{3/2}(1 + \tau_i)^{(1/2)}} \right] \quad (2.78)$$

Ces résultats sont nécessaires pour des grandes valeurs de la dispersion (typiquement dès que $k_s \lambda_D > 0.3$ où l'approche hydrodynamique est encore valable ($k_s^2 \lambda_D^2 \ll 1$) et où ces corrections jouent un rôle important, entre autres dans le taux de croissance de l'instabilité.

3. Validation du modèle de décomposition en harmoniques

L'objectif de ce chapitre est de présenter les résultats obtenus lors de la validation de la méthode de décomposition en harmoniques par comparaison avec une description par une hydrodynamique complète. Les deux modèles ayant été présentés au chapitre précédent. Par cette étude, nous cherchons à valider cette description de l'instabilité de diffusion Brillouin stimulée en plasma inhomogène.

Nous présenterons dans un premier temps l'étude de validation de la méthode de décomposition en harmoniques en 1D, en présentant les conditions de simulations ainsi que les résultats obtenus. Nous nous intéresserons aussi à une comparaison avec une autre description de la non-linéarité des ondes sonores par une équation de Korteweg-de-Vries. Puisque les effets multidimensionnels sont très importants pour l'instabilité de diffusion Brillouin stimulée, et en particulier le couplage avec les effets d'autofocalisation et de filamentation du faisceau laser [27], nous présenterons ensuite l'étude de la validation de la méthode de décomposition en harmoniques en 2D. Enfin, nous terminerons par une discussion sur les conditions de simulations choisies et sur l'approche numérique utilisée.

3.1. Validation de la méthode de décomposition en harmoniques en 1D

3.1.1. Conditions de simulations en 1D et premières observations

Afin effectuer des comparaisons sur des cas les plus réalistes possibles, les simulations sont faites avec des conditions similaires aux conditions réalistes de type "feuille explosée" où le plasma va se détendre au cours du temps sous l'action du laser. Ces conditions sont les plus adaptées pour effectuer une comparaison entre les deux codes numériques. On considère un plasma initialement homogène entre $z_1 < z < z_2$ le long de l'axe de propagation du faisceau laser, avec deux zones de vide de part et d'autre du plasma pour ($z_{ent} = 0 < z < z_1$) et ($z_2 < z < z_{bord} = L$), où z_{ent} représente le bord gauche où rentre le laser, et z_{bord} représente le bord droit. Ces zones de vide permettent d'éviter des interactions non-linéaires du champ transverse aux bords. Le plasma possède une longueur totale d'interaction de $L_{int} \simeq 160\lambda_0$. Au cours de la simulation le plasma se détend, et sa densité diminue.

Dans le code complet (et de manière équivalente dans le code de décomposition), on stimule la rétrodiffusion Brillouin à l'aide d'un germe au bord droit de boîte. On utilise une source de bruit d'amplitude $\langle |E_-(z = z_{bord})|^2 \rangle \sim 10^{-6} |E_+(z = 0)|^2$ et de largeur

spectrale plus grande que la fréquence de l'onde sonore dans le but de couvrir toutes les résonances possibles du Brillouin (c.f. Annexe).

La figure Fig. 3.1 illustre les profils de densité et de vitesse au temps initial et à un temps arbitraire durant la simulation. Au cours du temps, le profil de plasma se raréfie. Avec ce type de profils, on s'attend à ce que la zone d'activité du SBS, limitée par des forts gradients de vitesse, n'existe que sur la partie centrale du plateau. La taille du profil est choisie suffisamment grande de sorte que le temps hydrodynamique, correspondant au temps pour que le profil soit détendu, estimé à $t_{hyd} = L_{int}/2c_s$, soit plus long que le temps de simulation, ainsi l'activité Brillouin se fait sur des temps plus longs avant de disparaître en même temps que le profil. On s'attend ici à ce que l'instabilité se développe jusqu'à ce que le plasma atteigne la longueur critique L_c donnée par $L_c \simeq 3.66\lambda_0\sqrt{T_e(keV)}/(\sqrt{n_0/n_c}I_{14}\lambda_0^2)$ [3], qui est une limite pour l'instabilité en dessous de laquelle elle ne peut plus se développer. Les simulations ont été faites en régime d'instabilité absolue, en se plaçant dans un premier temps avec un très faible amortissement sur l'onde sonore de l'ordre de $\nu/\omega_s \sim 10^{-3}$ et avec une intensité de $I_L = 2.5 \cdot 10^{14} \text{W/cm}^2$ à $\lambda_0 = 1.064\mu\text{m}$ et une température électronique $T_e = 1keV$.

Le choix d'un amortissement faible est motivé par deux points essentiels : (i) la modification des quantités hydrodynamiques par le dépôt d'impulsion (c.f. [25]) est maximisée en régime d'instabilité absolue correspondant à la limite d'un très faible amortissement. La génération de l'onde rétrodiffusée va provoquer un transfert d'impulsion vers le plasma, et ce dernier provoque une diminution Δv du flot v_0 dans la direction de propagation du laser donnée par ([28]) :

$$\frac{\Delta v}{c_s} \simeq -2R_{sbs} \left(\frac{2\epsilon_0 |E_+|^2}{n_0 T_e} \right) \left(1 - \frac{n_0}{n_c} \right) \quad (3.1)$$

où R_{sbs} est la réflectivité Brillouin et n_0/n_c la densité du plasma à l'équilibre. Puisque la modification du flot augmente avec la réflectivité, on aura un dépôt d'impulsion maximum en présence d'un amortissement très faible. (ii) la deuxième raison justifiant le choix d'un amortissement très faible est que le rôle des harmoniques est plus important en présence d'une onde sonore très faiblement amortie. A l'opposée, (et nous reviendrons dessus plus tard) pour un amortissement important le comportement de l'onde rétrodiffusée est moins chaotique.

La figure Fig. 3.2 illustre l'évolution spatio-temporelle de la densité $n_i(z, t)/n_c$ et du champ électromagnétique $|E(z, t)|$ au cours d'une simulation typique (du code complet) correspondant à une densité de $n_0/n_c = 0.12$. Pour les paramètres choisis (densité et longueur de plasma) le modèle à trois ondes (onde incidente/onde rétrodiffusée/onde sonore) ne prenant pas en compte la non-linéarité des ondes sonores, prédit une croissance de la réflectivité en fonction de l'intensité, et une réflectivité $R_{sbs} \ll 1$ pour des faibles intensités et $R_{sbs} \simeq 1$ pour des intensités laser au-dessus de $I_L \lambda_0^2 \simeq 3 \cdot 10^{13} \text{W/cm}^2 \mu\text{m}^2$ pour $T_e = 1keV$. Par conséquent pour l'intensité choisie ici, $I_L = 2.5 \cdot 10^{14} \text{W/cm}^2$ à $\lambda_0 = 1.064\mu\text{m}$, on s'attend à une réflectivité proche de 100% lorsque l'on ne retient pas la non-linéarité des ondes sonores et la modification induite par le dépôt d'impulsion. Les simulations faites avec le code complet montrent un comportement de la réflectivité

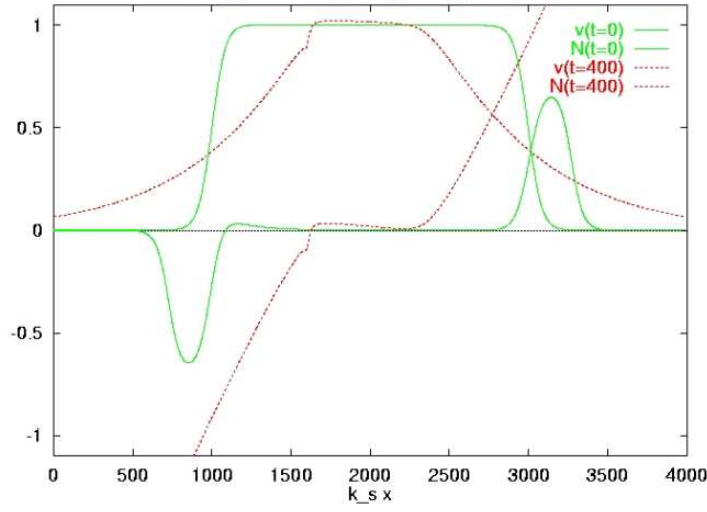


FIG. 3.1.: Profil de densité et de vitesse n_i/n_0 et v_0/c_s à l'instant initial $\omega_s t = 0$ et à $\omega_s t = 400$

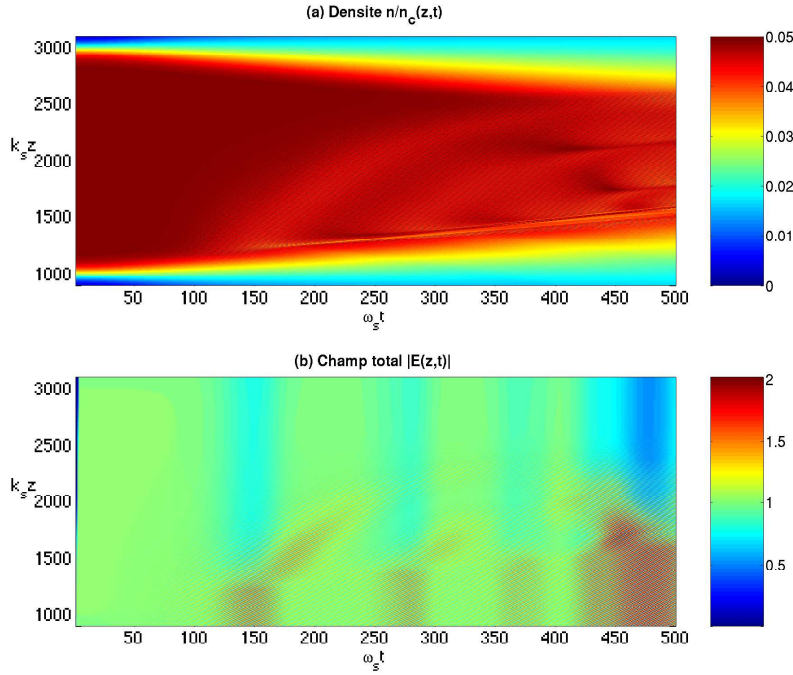


FIG. 3.2.: Evolution spatio-temporelle de la densité (a) et du champ électromagnétique (b) pour le cas $n_0 = 0.12n_c$ avec les paramètres suivants : $I_L = 2.5 \cdot 10^{14} \text{W/cm}^2$, $T_e = 1 \text{KeV}$

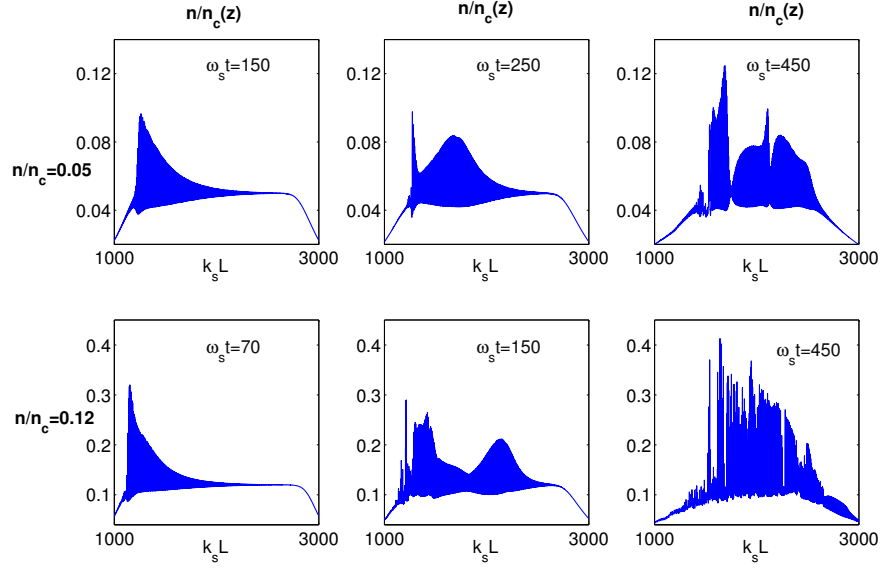


FIG. 3.3.: Evolution de la densité n_i/n_c à trois instants différents pour $n_0 = 0.05n_c$ en haut et $n_0 = 0.12n_c$ en bas

particulièrement chaotique avec une valeur moyenne d'environ $\langle R \rangle \simeq 0.6$ pour ces paramètres. Une simulation faite avec le code complet en conservant 5 harmoniques, conduit à un comportement similaire avec une réflectivité moyenne identique. L'avantage de cette méthode est sa grande flexibilité, il est en effet possible d'enlever ou de conserver les différents termes physiques. Ainsi, en faisant des simulations sans les harmoniques (mais avec la modification du flot) et sans la modification du flot (et avec les harmoniques) nous avons pu vérifier que l'effet dominant est la génération des harmoniques de l'onde sonore.

Ces premières observations semblent montrer un comportement semblable entre les deux types de codes et soulèvent l'importance de la non-linéarité des ondes sonores. La modification du flot change aussi le comportement de la réflectivité par rapport au couplage à trois ondes, mais son influence est faible devant celle de la non-linéarité de l'onde sonore.

Afin de valider cette approche sous un large régime de paramètres, nous commencerons par varier la densité du système, ce qui revient à changer la longueur de Debye du système (si la température électronique reste fixe), en conservant les mêmes conditions de simulations (taille de plasma, intensité, amortissement) et nous comparerons les résultats de simulations effectuées avec le code de référence (le code complet) et le code Harmony. Dans un deuxième temps, nous étudierons l'influence de l'intensité de la même manière en conservant cette fois les autres paramètres.

3.1.2. Variation de la densité n_0/n_c

Dans le tableau Tab. 3.1, les différents rapports à la densité critique utilisés sont reportés avec les valeurs de la longueur de Debye (en μm) et de $k_s \lambda_D$. Il est aussi reporté

n/n_c	$k_s \lambda_D$	λ_D (μ m)	NGZ
0.03	0.5	0.0404	16384
0.05	0.4	0.0318	20480
0.07	0.32	0.0264	25600
0.12	0.25	0.0212	32768
0.17	0.2	0.0175	40960
0.25	0.16	0.0147	51200
0.35	0.12	0.0118	68266
0.5	0.09	0.0100	91022
0.69	0.06	0.0081	136533

TAB. 3.1.: Valeurs de n_0/n_c , $k_s \lambda_D$, λ_D et nombres de points NGZ utilisés pour les simulations 1D avec le code complet

le nombre de points NGZ , utilisés lors des simulations, qui augmente avec la densité. En effet, nous verrons dans la dernière section, la nécessité pour obtenir une convergence correcte avec le code complet, de résoudre spatialement $\lambda_D/2$. Par conséquent, pour de grandes valeurs de n_0/n_c (et donc de très petites valeurs de λ_D) les simulations, mêmes en 1D, deviennent particulièrement contraignantes. On rappelle en effet que l'on a l'expression suivante pour la longueur de Debye :

$$\lambda_D(\mu m) = 7.43 \cdot 10^{-3} \sqrt{\frac{Te(keV)}{n_0/n_c}} \lambda_0 \quad (3.2)$$

Présentation des résultats

Avant de comparer avec les résultats obtenus à partir du code Harmony 1D, nous pouvons tenter d'établir une explication des observations communes faites sur les simulations en nous intéressant à l'évolution de la densité ionique et à la réflectivité.

Lorsque le laser rentre dans le plasma, l'instabilité commence à se développer et l'onde sonore apparaît sur le profil de densité à gauche, là où le laser pénètre. Elle croît jusqu'à une amplitude maximale en présentant des oscillations de période $\lambda_0/2 = \lambda_s$ puis au cours de la simulation se déplace (avec la vitesse c_s) pendant que le profil du plasma se détend (cf Fig. 3.3). Le champ électromagnétique est alors évidemment amplifié dans la région où est présent le maximum de l'onde sonore.

Au vu des résultats obtenus, il est possible de distinguer deux régimes (i) les faibles densités (typiquement inférieures à $n_0/n_c = 0.35$), soit de grandes valeurs de $k_s \lambda_D$ (ii) le régime de plus hautes densités (supérieures à $n_0/n_c = 0.35$), soit de faibles valeurs de $k_s \lambda_D$.

Dans le premier cas, on observe d'importants échanges d'énergie entre la composante fondamentale et ses harmoniques supérieures, qui se manifestent sur la réflectivité par des oscillations (cf Fig. 3.4 pour $n_0/n_c = 0.05$ et Fig. 3.5 pour $n_0/n_c = 0.12$). Ces échanges

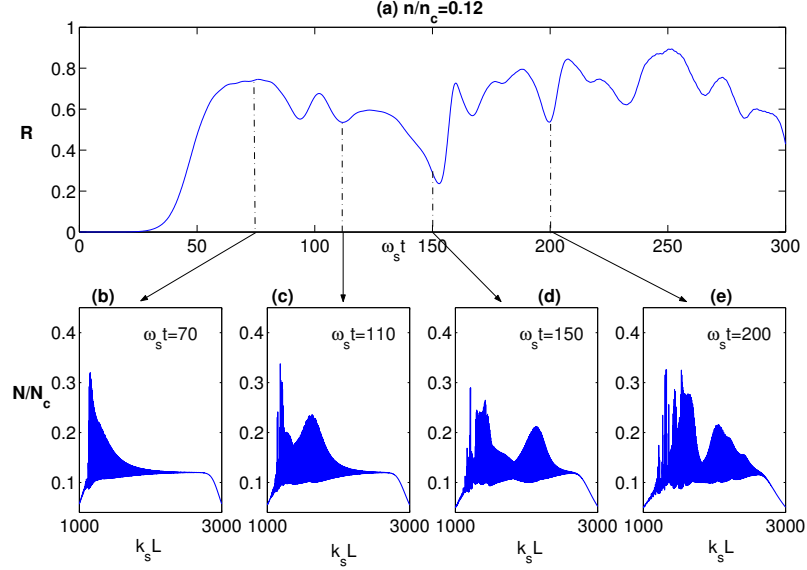


FIG. 3.4.: Réflectivité instantanée (a) et profil de densité à quatre instants (b)-(d) pour $n_0 = 0.12n_c$

d'énergie se manifestent aussi spatialement sur le profil de densité par des maxima qui se détachent du maximum de l'amplitude au cours du temps et qui traversent le plateau à des vitesses très supérieures à celle de l'onde acoustique qui se déplace avec c_s (c.f Fig. 3.5). Une caractéristique commune des simulations pour ces valeurs de n_0/n_c est l'apparition de "défauts" dans les profils de densité et de vitesse. Ces défauts apparaissent à gauche de la région d'activité principale du SBS et se propagent vers la droite. L'apparition de ces défauts à différents endroits va limiter la zone d'activité du Brillouin car ils vont provoquer une perte de cohérence spatiale et temporelle et créer plusieurs domaines spatiaux d'activité Brillouin indépendants les uns des autres.

Lorsque l'on augmente la densité (supérieure à $n_0/n_c = 0.35$), la phase de croissance initiale de l'onde sonore jusqu'à un maximum est toujours présente, mais nous n'observons pas d'autres zones d'activité Brillouin. En outre, la réflectivité ne présente plus de comportement chaotique et d'oscillations (cf Fig. 3.6 pour $n_0 = 0.35n_c$).

Ce comportement chaotique ou non de la réflectivité se répercute aussi sur le spectre de la lumière rétrodiffusée. En effet, comme nous pouvons le voir sur la figure 3.11, lorsque la densité est faible le spectre présente de nombreux pics et un domaine large qui diminue lorsque l'on augmente la densité, pour ne laisser finalement qu'un unique pic, centré en ω_s . Ces défauts et ce comportement chaotique sont liés à l'excitation des harmoniques qui vont être de plus en plus hors-phases à cause de la dispersion pour les densités plus "faibles". Pour les densités plus élevées, plus d'harmoniques seront présentes mais la dispersion est plus faible, et ainsi le comportement est plus "laminaire".

Le comportement non-stationnaire de la réflectivité a été précédemment étudié et comparé avec le cas linéaire du couplage à trois ondes ([23] et [3]). Les auteurs ont en effet montré que le décalage de fréquence non-linéaire induit par le couplage avec la deuxième harmonique de la composante fondamentale conduisait sous certaines conditions à un

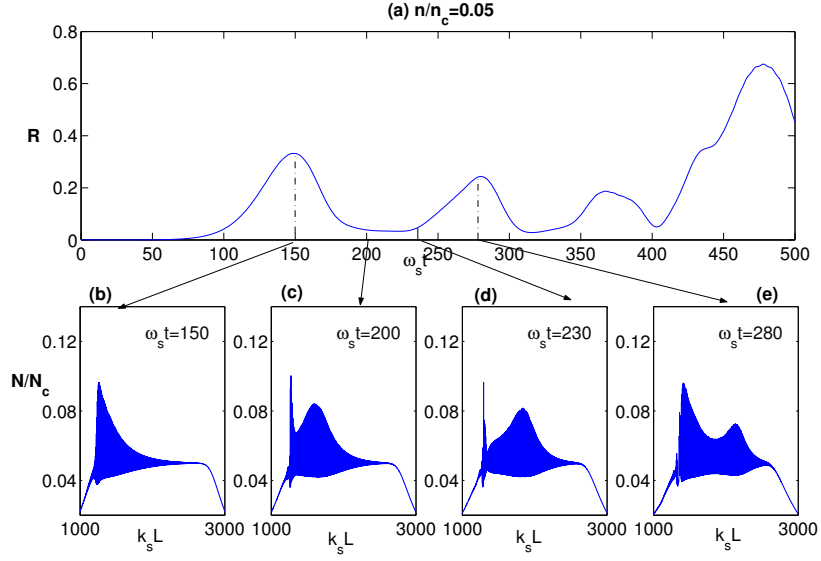


FIG. 3.5.: Réflectivité instantanée (a) et profil de densité à quatre instants (b)-(d) pour $n_0 = 0.05n_c$

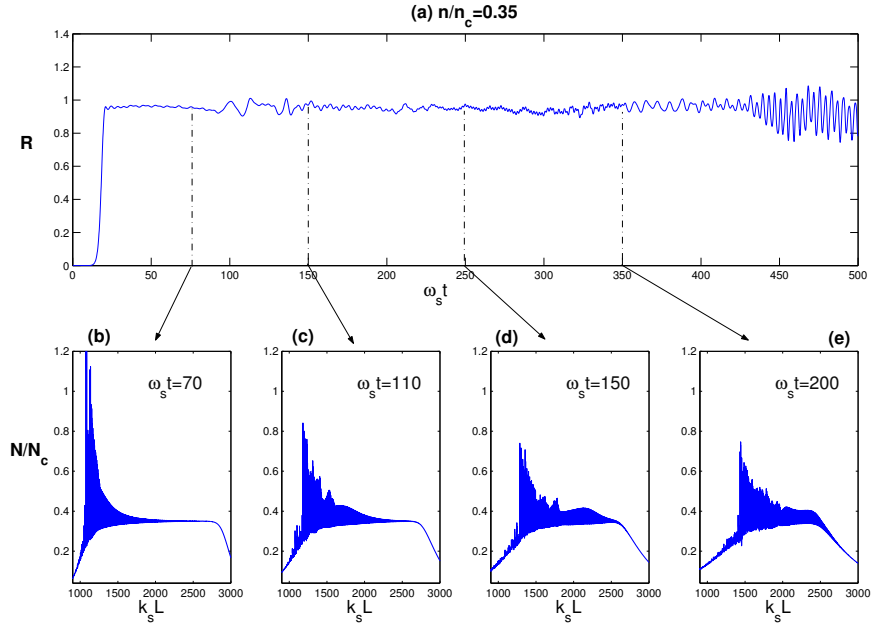


FIG. 3.6.: Réflectivité instantanée (a) et profil de densité à quatre instants (b)-(d) pour $n_0 = 0.35n_c$

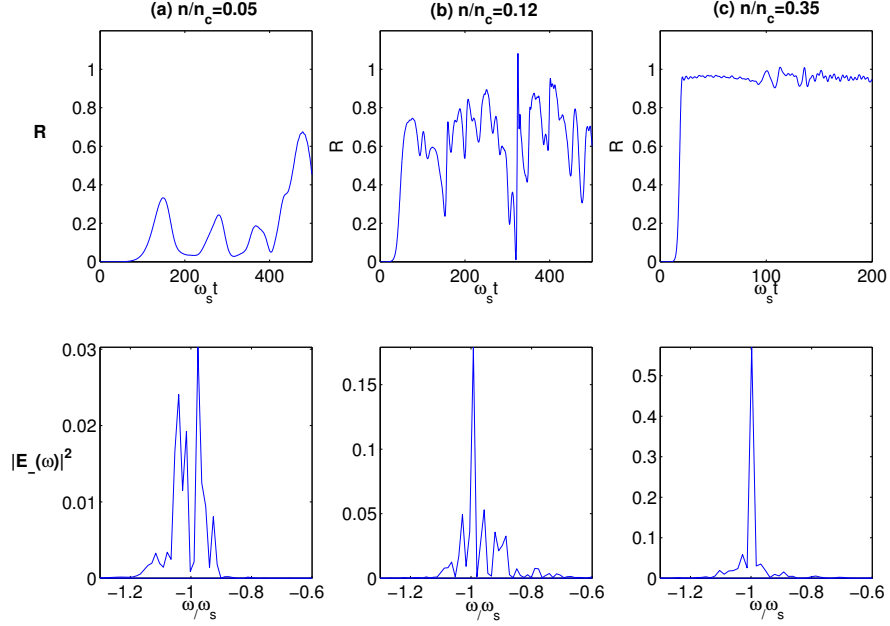


FIG. 3.7.: Réflectivité instantanée (en haut) et spectre de la lumière rétrodiffusée (en bas) pour trois densités (a) $n_0 = 0.05n_c$, (b) $n_0 = 0.12n_c$, (c) $n_0 = 0.35n_c$

comportement chaotique de la réflectivité, réduisant ainsi sa valeur moyenne, et menant à un spectre présentant de nombreuses structures, alors que le régime de couplage à 3 ondes prédit une réflectivité de 100%. Nous rappellerons brièvement ici l'essentiel de ce modèle.

Lorsque l'on se limite à la composante fondamentale et à sa première harmonique (en supposant que $n_p = 0$ pour $p > 2$), l'équation d'évolution des ondes sonores s'écrit :

$$\begin{aligned}
 (\partial_t + (v_{s,1} + v_0)\partial_x + ik_s v_0 + i\omega_s + i\nu_s) \frac{n_1}{N_0} &= -i \frac{k_s c_s C_1^p}{2} \varphi_p - ik_s c_s C_1 [n_2 n_1^*] \\
 (\partial_t + i\delta_{disp,2} + (v_{s,2} + v_0)\partial_x + i2k_s v_0 + 2i\omega_s + 2i\nu_s) \frac{n_2}{N_0} &= -2ik_s c_s C_2 \left[\frac{n_1^2}{2} \right]
 \end{aligned}$$

Où φ_p représente le battement entre l'onde incidente et l'onde diffusée, $\varphi_p \propto E_+ E_-^*$. Le terme $\delta_{disp,2}$ représente l'écart à la résonance donné en première approximation par $\delta_p \approx \omega(pk_s) - l\omega_s = f(k_s^2 \lambda_D^2)$. Les termes C_p et C_1^p sont les coefficients de couplages (harmoniques et pondéromoteur) contenant les corrections à la dispersion définis au chapitre précédent. Pour les paramètres précédents ($n_0/n_c = 0.12$, $k_s \lambda_D = 0.25$ et $T_e/T_i = 0.05$) on a : $C_1 \simeq 1.022$ et $C_2 \simeq 1.078$. Ces corrections sont importantes car pour les mêmes paramètres, les coefficients de couplages des harmoniques supérieures sont : $C_3 \simeq 1.141$, $C_4 \simeq 1.197$, $C_5 \simeq 1.240$, on s'éloigne donc du modèle sans les corrections qui prévoit $C_p = 1$, alors que la dispersion n'est pas très importante ici.

Nous allons rappeler les conditions de validité pour réduire la contribution de la deuxième harmonique à un décalage de fréquence non-linéaire.

Dans le régime asymptotique et lorsque l'on : $(v_{s,2} + v_0)/(\delta_{disp,2} + 2\nu_s + 2k_s v_0) < L_{int}$, on obtient une équation algébrique pour l'évolution de l'harmonique de la composante fondamentale :

$$\frac{n_2}{N_0} = \frac{-ik_s c_s C_2}{(i\delta_{disp,2} + 2ik_s v_0 + 2\nu_s)} \left(\frac{n_1}{N_0}\right)^2$$

Que l'on peut reporter dans l'équation de n_1/N_0 et on obtient alors :

$$(\partial_t + (v_{s,1} + v_0)\partial_x + ik_s v_0 + i\Delta\omega_{NL} + \nu_{NL}) \frac{n_1}{N_0} = -i \frac{k_s c_s C_1^p}{2} \varphi_p$$

L'équation d'évolution de la composante fondamentale présente maintenant un décalage de fréquence non-linéaire et un terme d'amortissement non-linéaire donné par :

$$\Delta\omega_{NL} = \frac{-(k_s c_s)^2 C_1 C_2 (\delta_{disp,2} + 2k_s v_0)}{[(\delta_{disp,2} + 2k_s v_0)^2 + 4\nu_s^2]} \left|\frac{n_1}{N_0}\right|^2 \quad (3.3)$$

$$\nu_{NL} = \frac{(k_s c_s)^2 C_1 C_2 2\nu_s}{[(\delta_{disp,2} + 2k_s v_0)^2 + 4\nu_s^2]} \left|\frac{n_1}{N_0}\right|^2 \quad (3.4)$$

Les équations hydrodynamiques pour l'évolution de N_0 et v_0 conduisent à l'ordre le plus bas en régime asymptotique à :

$$v_0 \simeq -2c_s \left|\frac{n_1}{N_0}\right|^2 \quad (3.5)$$

Par conséquent, le terme de décalage Doppler présent dans les équations, $pk_s v_0$, est de l'ordre de $|pk_s v_0| \simeq |2pk_s c_s| \left|\frac{n_1}{N_0}\right|^2$, conduisant dans le décalage de fréquence non-linéaire $\Delta\omega_{NL}$ à des termes d'ordre $(n_1/N_0)^4$ que l'on peut négliger.

La condition de validité de cette approximation est donnée en introduisant la troisième harmonique, en effet cette composante introduit de la même manière un décalage de fréquence non-linéaire dans l'évolution de la composante n_2/N_0 . On obtient en effet l'équation algébrique suivante (en négligeant les termes en v_0) :

$$\frac{n_3}{N_0} = \frac{-3ik_s c_s C_3}{(i\delta_{disp,3} + 3\nu_s)} \left(\frac{n_2 n_1}{N_0^2}\right)$$

Et ainsi avec la troisième harmonique, l'équation algébrique reliant la composante fondamentale à la deuxième harmonique s'écrit :

$$\left(i\delta_{disp,2} + 2\nu_s + \frac{6(k_s c_s)^2 C_2 C_3}{(i\delta_{disp,3} + 3\nu_s)} \left|\frac{n_1}{N_0}\right|^2\right) \frac{n_2}{N_0} = -2ik_s c_s C_2 \left[\frac{n_1^2}{2}\right]$$

On peut donc réduire la deuxième harmonique à un décalage de fréquence lorsque l'on peut négliger l'influence de la troisième harmonique c'est à dire lorsque l'on a :

$$\frac{6(k_s c_s)^2 C_2 C_3}{(i\delta_{disp,3} + 3\nu_s)} \left|\frac{n_1}{N_0}\right|^2 < (i\delta_{disp,2} + 2\nu_s) \quad (3.6)$$

Que l'on peut réécrire sous la forme :

$$6(k_s c_s)^2 C_2 C_3 \left| \frac{n_1}{N_0} \right|^2 < \text{Max}(6\nu_s^2, \delta_{disp,3} \delta_{disp,2}) \quad (3.7)$$

Soit encore :

$$\left| \frac{n_1}{N_0} \right| < \text{Max}(\nu_s, \sqrt{\delta_{disp,3} \delta_{disp,2}}) \frac{1}{\sqrt{6C_2 C_3} k_s c_s} \quad (3.8)$$

Que l'on peut réécrire plus simplement en approximant les termes d'écart à la résonance : $\sqrt{\delta_{disp,3} \delta_{disp,2}} \simeq 6(k_s \lambda_D)^2$.

Le régime où la non-linéarité est dite perturbative est donc défini par :

$$\left| \frac{n_1}{N_0} \right| < \text{Max}(\nu_s, \sqrt{6}(k_s \lambda_D)^2) \frac{1}{\sqrt{C_2 C_3} k_s c_s} \quad (3.9)$$

Lorsque cette inégalité est vérifiée, l'influence de la deuxième harmonique n_2/N_0 peut se réduire à un terme d'amortissement non-linéaire et à un décalage de fréquence non-linéaire dans l'équation d'évolution de la composante fondamentale, et dans ce cas, la méthode de décomposition en harmoniques est valable, puisque l'on a bien l'ordonnement suivant : $n_1 > n_2 > n_3 > n_4 \dots$. En théorie dans le cas opposé, on peut s'attendre à ce que les harmoniques soit du même ordre de grandeur que la composante fondamentale et alors le modèle de décomposition en harmoniques n'est plus valable, bien que l'on puisse observer dans les simulations un domaine plus large de validité de ce modèle.

Ce décalage de fréquence non-linéaire tend à perturber le couplage à trois ondes en le rendant incohérent. Il a été montré ([23] et [3]) que cet effet est géré par la valeur d'un paramètre Γ (lié au décalage $\Delta\omega_{NL}$). En effet, en normalisant le système onde incidente/onde rétrodiffusée/composante fondamentale de l'onde sonore (avec le décalage de fréquence dû à la deuxième harmonique), et dans la limite d'une plaque de plasma unidimensionnelle et homogène ($v_0 = 0$), on obtient le système suivant :

$$\left(\frac{v_{s,1}}{v_g} \partial_t + \partial_x \right) e_+ = -e_1 e_- \quad (3.10)$$

$$\left(\frac{v_{s,1}}{v_g} \partial_t - \partial_x \right) e_- = -e_1^* e_+ \quad (3.11)$$

$$\left(\partial_t + \partial_x + i4\Gamma |e_1|^2 \right) e_- = -e_1^* e_+ \quad (3.12)$$

La normalisation choisie est telle que les champs incidents et rétrodiffusés sont normalisés à l'amplitude du champ incident entrant en $z = 0$, $E_+(z = 0, t) = \hat{E}_+$, on a donc : $e_\alpha = E_\alpha / \hat{E}_+$ avec $\alpha = +, -$. Le temps et la dimension spatiale sont définis par : $\gamma_0 t / (v_g / v_{s,1})^{1/2}$ et $\gamma_0 x / (v_{s,1} v_g)^{1/2}$, où γ_0 est la constante de couplage de l'instabilité Brillouin qui s'exprime une fois normalisée à la fréquence acoustique $\omega_s = k_s c_s / [1 + k_s^2 \lambda_D^2]^{1/2}$:

$$\frac{\gamma_0}{\omega_s} = \left[\frac{1}{4} \frac{\omega_0}{\omega_s} \frac{n_0}{n_c} \frac{\epsilon_0 |\hat{E}_+|^2}{n_c T_e} \right]^{1/2} \quad (3.13)$$

$$\simeq 4.810^{-2} \left[\frac{\omega_0}{\omega_s} \frac{n_0}{n_c} \frac{(I_{14} \lambda_0^2)}{T_e} \right]^{1/2} \quad (3.14)$$

avec $\tau_i = 3T_i/ZT_e$, T_e en keV , et ω_0 la fréquence de l'onde électromagnétique donnée par $\omega_0(ps^{-1}) = 1.88 \frac{10^3}{\lambda_0}$, et où l'intensité lumineuse ici en unité de $10^{14} W cm^{-2}$ est relié au champ incident entrant en $z = 0$: $\epsilon_0 |\hat{E}_+|^2 / n_c T_e \simeq 9.3 \cdot 10^{-3} I_{14} \lambda_0^2 / T_e (keV)$.

Dans la suite, nous ne conserverons pas les corrections à la dispersion, conformément à [23].

L'onde sonore est définie ici sous une forme normalisée e_1 reliée à la densité n_1/N_0 par la relation :

$$e_1 \equiv i \left(\frac{v_{s,1}}{v_g} \right)^{1/2} \left(\frac{\omega_0}{2} \frac{n_0}{n_c} \right)^{1/2} \left(\frac{2n_c T_e}{\epsilon_0 |\hat{E}_+|^2 c_s k_s} \right)^{1/2} \quad (3.15)$$

Avec cette normalisation, le coefficient Γ est relié au décalage de fréquence non-linéaire $\Delta\omega_{NL}$ défini précédemment par la relation suivante :

$$\Gamma = \frac{1}{4} \left(\frac{v_g}{v_{s,1}} \right)^{1/2} \frac{\Delta\omega_{NL}}{|e_1|^2 \gamma_0} \quad (3.16)$$

Dans la limite d'une plaque de plasma homogène (sans flot), d'un amortissement nul et sans les corrections dues à la dispersion, le décalage de fréquence non-linéaire devient simplement : $\Delta\omega_{NL} = -[(k_s c_s)^2 / \delta_{disp,2}] | \frac{n_1}{N_0} |^2$. L'écart à la résonance pour la deuxième harmonique s'écrit sous la forme :

$$\frac{\delta_{disp,2}}{k_s c_s} = - \frac{3k_s^2 \lambda_D^2}{(1 + \tau_i)} \quad (3.17)$$

Dans ce cas le paramètre Γ s'écrit en unités physiques :

$$\Gamma = 5.8 \left(\frac{I_{14} \lambda_0^2 [1 + (3/2) T_i / Z T_e]^4}{[T_e (1 + 3 T_i / Z T_e)]^3 n_0 / n_c (1 - n_0 / n_c)^{1/2}} \right)^{(1/2)} \quad (3.18)$$

Lorsque ce paramètre est très grand devant l'unité, on observe une perte de cohérence du système, et inversement pour de plus petites valeurs de Γ le système reste cohérent. On peut faire apparaître une intensité de seuil lorsqu'il est défini par $\Gamma = [I \lambda_0^2 / (I \lambda_0^2)_{inc}]$ avec $(I \lambda_0^2)_{inc}$ un seuil pour l'intensité au-dessus de laquelle la génération d'harmoniques est suffisamment importante pour rendre chaotique le couplage entre l'onde laser l'onde rétrodiffusée et l'onde sonore. L'expression de $(I \lambda_0^2)_{inc}$ étant en unités physiques : (avec I_{14} l'intensité laser en unité de $10^{14} W/cm^2$, T_e en keV). Cette intensité est définie par l'expression suivante :

$$(I \lambda_0^2)_{inc} = 0.03 \frac{(n_0 / n_c) (1 - n_0 / n_c)^{1/2} [T_e (1 + 3 T_i / Z T_e)]^3}{[1 + (3/2) T_i / Z T_e]^4} \quad (3.19)$$

Les auteurs ont montré que la réflectivité obéissait pour des petites valeurs de Γ en régime perturbative, à la loi d'échelle suivante :

$$R_{th} \simeq 1 - \Gamma^{1/3} \frac{\pi L_0}{2L} \quad (3.20)$$

n/n_c	Γ	$\langle R \rangle$	$\langle R_{th} \rangle$
0.05	44.55	0.1995	0.7619
0.12	29.31	0.6442	0.8638
0.25	21.13	0.8967	0.9121
0.35	18.51	0.9134	0.9265

TAB. 3.2.: Valeurs du paramètre Γ , des réflectivités théoriques moyennes issues de la formule 3.20 et des réflectivités moyennes issues des simulations numériques par rapport à la densité n_0/n_c

où L est la longueur du profil et L_0 la longueur caractéristique pour la croissance de l'instabilité Brillouin donnée par $L_0 = (v_g c_s)^{1/2} / \gamma_0$ liée à la longueur critique L_c (liée à l'existence des modes instables pour un plasma de longueur L), par la relation : $L_0 = (2/\pi)L_c$. La longueur L_0 dépend des paramètres physiques du système (intensité et longueur d'onde) et est donnée par :

$$L_0 = 2.33\lambda_0 \left(\frac{T_e(1 + T_i/ZT_e)}{n_0/n_c(1 - n_0/n_c)^{1/2} I_{14}\lambda_0^2} \right)^{1/2} \quad (3.21)$$

Sans les harmoniques, la longueur L_0 est la longueur caractéristique de croissance de l'instabilité. En revanche, en présence d'harmoniques, la longueur caractéristique de croissance de l'instabilité passe de L_0 à $L_{inc} = \Gamma^{1/3}L_0$, devenant par conséquent plus grande, et ainsi la réflectivité est réduite par rapport au couplage à trois ondes.

Dans notre cas, les valeurs de Γ correspondant aux différentes valeurs de n/n_c sont reportées dans le tableau Tab 3.2, ainsi que les réflectivités moyennes $\langle R \rangle$ estimées d'après les simulations (où la moyenne est toujours calculée après la saturation, c'est à dire après que la réflectivité est atteint son maximum), et les réflectivités $\langle R_{th} \rangle$ estimées par la formule (3.20).

Lorsque n_0/n_c augmente, ce paramètre diminue et on confirme les observations faites à savoir que le couplage devint moins incohérent, comme nous pouvons le voir pour la réflectivité ou le spectre de la lumière rétrodiffusée (Fig.3.6 et Fig.3.11) lorsque $n_0 = 0.35n_c$.

Pour les densités les plus faibles correspondant à de très grandes valeurs de Γ , on constate que bien qu'en régime perturbatif, (conformément à l'expression 3.9), l'expression théorique de la réflectivité conduit à des valeurs beaucoup plus importantes que les simulations numériques). A l'inverse, pour les densités plus élevées (illustré ici avec $n_0 = 0.35n_c$), la loi précédente est valable et les réflectivités moyennes sont assez proches. Le domaine de validité de cette loi d'échelle est donc restreint à des valeurs du paramètre Γ assez faible. Si Γ devient très grand, ce qui peut-être le cas pour les intensités typiques des expériences d'interaction, la loi d'échelle fournit des réflectivités théoriques éloignées des résultats de simulations. Nous reviendrons plus tard, sur une généralisation de cette loi d'échelle pour un domaine plus large des valeurs de Γ .

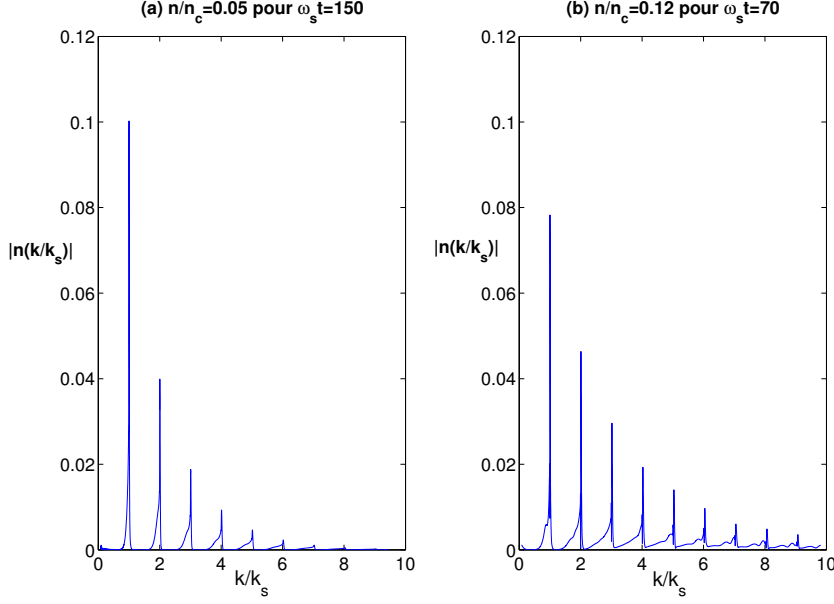


FIG. 3.8.: Spectre de la densité calculée avec le code complet au maximum de la réflectivité pour deux valeurs de n/n_c : (a) $n_0 = 0.05n_c$ et (b) $n_0 = 0.12n_c$

Validation du modèle

Nous allons étudier la possibilité de reproduire l'ensemble de ces comportements avec la méthode de décomposition en harmonique. Le développement en harmoniques est a priori valable en régime perturbatif, mais aussi au-delà, comme expliqué précédemment, lorsqu'il existe un nombre fini d'harmoniques avec une hiérarchie entre harmoniques respectée. Il se pose néanmoins la question du nombre de composantes à conserver lors des simulations.

Comme le montre la Fig 3.8 reportant le spectre de la densité (à partir du code complet) pour deux cas ($n_0/n_c = 0.05$ et $n_0/n_c = 0.12$) prises chacune lorsque la réflectivité est à son maximum (Soit $\omega_s t = 75$ pour $n_0/n_c = 0.12$ et $\omega_s t = 150$ pour $n_0/n_c = 0.05$), on voit que lorsque la densité augmente le nombre d'harmoniques présentes dans le système augmente aussi et surtout le rapport entre l'amplitude des harmoniques supérieures et celle de la composante fondamentale se réduit car cette dernière diminue, cédant son énergie à un plus grand nombre de composantes. On constate en effet que pour $n_0/n_c = 0.05$, le rapport entre la fondamentale et sa quatrième harmonique est d'environ 10 (au maximum de la réflectivité) alors que pour $n_0/n_c = 0.12$ celui n'est plus que d'environ 4. Par conséquent on s'attend à devoir introduire plus d'harmoniques pour représenter le système lorsque n_0/n_c est grand ($k_s \lambda_D$ petit) et moins lorsque n_0/n_c est petit ($k_s \lambda_D$ grand), ce qui est assez intuitif. La figure Fig 3.9 présente la réflectivité moyenne calculée pour différentes valeurs de $k_s \lambda_D$ en fonction du nombre d'harmoniques (obtenue avec le code Harmony). On constate d'abord que dans tous les cas (i) la réflectivité converge à partir d'un certain nombre d'harmoniques et (ii) que le nombre

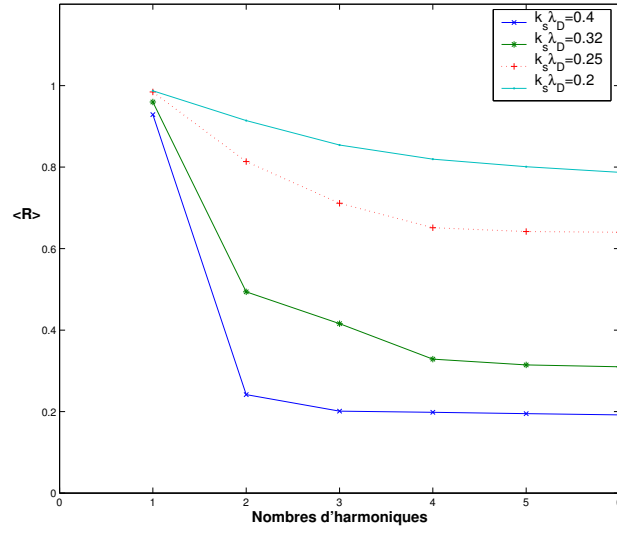


FIG. 3.9.: Réflectivité moyenne $\langle R \rangle$ en fonction du nombre d'harmoniques pour différentes valeurs de $k_s \lambda_D$ pour un amortissement $\nu_s/\omega_s = 10^{-3}$

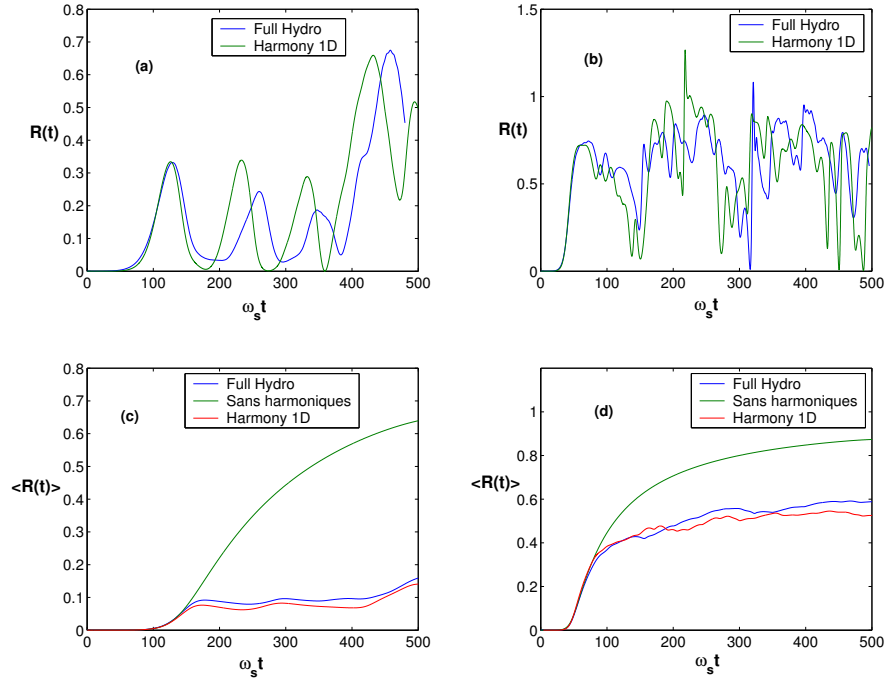


FIG. 3.10.: Réflectivité instantanée pour le code complet et le code de décomposition (a) pour $n_0 = 0.05n_c$ et (b) $n_0 = 0.12n_c$ et réflectivité moyenne cumulée pour les deux cas et avec le modèle à trois ondes (c) pour $n_0 = 0.05n_c$ et (d) $n_0 = 0.12n_c$

d'harmoniques nécessaire pour obtenir une convergence augmente avec $1/(k_s \lambda_D)$. En effet, on constate que lorsque $k_s \lambda_D = 0.4$, il est nécessaire de conserver environ deux harmoniques pour obtenir une convergence, et que lorsque $k_s \lambda_D = 0.25$, il est nécessaire de conserver environ 4 harmoniques. On peut assez facilement montrer que la longueur de Debye du système agit comme un filtre dans l'espace de Fourier, donnant une estimation assez simpliste, mais qui fonctionne relativement bien sous le régime de paramètres que nous étudions, du nombre d'harmoniques à conserver en fonction de n/n_c ou $k_s \lambda_D$. En effet, l'équation de Poisson s'écrit sous forme normalisée :

$$\nabla^2 \varphi = \frac{1}{\lambda_D^2} \left(\frac{n_e - Z n_i}{n_{e0}} \right) = k_D^2 \left(\frac{n_e}{n_{e0}} - \frac{n_i}{n_{i0}} \right) \quad (3.22)$$

Avec le potentiel $\varphi = e\phi/T_e$, et en utilisant $n_{e0} = Z n_{i0}$, où n_{e0} définit la longueur de Debye λ_D . Par conséquent, lorsque l'on suppose une non-linéarité assez faible conduisant pour la loi de Boltzmann des électrons à $\frac{n_e}{n_{e0}} \simeq 1 + \varphi$, cette équation s'écrit dans l'espace de Fourier :

$$\varphi_k \approx \frac{n_k/n_{e0}}{1 + k^2/k_D^2} \quad (3.23)$$

Où k_D^2 est l'inverse carré de la longueur de Debye ($k_D = 1/\lambda_D$) et ϕ_k et n_k les transformées de Fourier du potentiel et de la densité ionique. On voit alors que ce terme agit comme un filtre dans l'espace de Fourier, nous indiquant de manière approximative le nombre d'harmoniques à conserver :

$$(n_H)_{max} \simeq \frac{1}{k_s \lambda_D} \quad (3.24)$$

Ce résultat est en effet confirmé par la courbe de la réflectivité moyenne en fonction du nombre d'harmoniques Fig 3.9, où l'on constate que pour les différentes valeurs de $k_s \lambda_D$, la convergence est établie lorsque l'on prend un nombre d'harmoniques donné par $1/(k_s \lambda_D)$, et dans le cas d'un amortissement de $\nu_s = 0.001\omega_s$. On peut s'attendre à une convergence plus rapide avec un amortissement plus important.

En faisant varier la densité du système, et en prenant le nombre d'harmoniques donné par n_H , nous pouvons comparer les réflectivités obtenues dans le code complet et avec le code de décomposition en harmoniques. En effet, la figure Fig. 3.10 présente pour deux valeurs de $k_s \lambda_D$, $k_s \lambda_D = 0.4$ (soit $n_0 = 0.05 n_c$) et $k_s \lambda_D = 0.25$ (soit $n_0 = 0.12 n_c$), les réflectivités instantanées obtenues à partir du code complet et à partir du code Harmony 1D, ainsi que les réflectivités moyennes cumulées en temps $\langle R(t) \rangle = \frac{1}{t} \int_0^t R(t') dt'$ et comparés pour les deux codes ainsi qu'avec le modèle à trois ondes. Comme nous pouvons le voir, les résultats montrent un comportement très semblables pour les réflectivités instantanées, avec des oscillations parfaitement reproduites, des croissances identiques et des valeurs de saturations correctes. Cet excellent accord est comparé au modèle à trois ondes pour les réflectivités cumulées et souligne encore une fois l'importance et le rôle des harmoniques dans les simulations.

Afin d'illustrer l'importance des harmoniques et l'écart par rapport au modèle à trois ondes, nous avons comparé sur la figure Fig 3.11 (a) et (b) les profils spatiaux de la

densité obtenus à partir du code complet et les enveloppes du profil de densité reconstruit en ne conservant que la composante hydrodynamique et la composante fondamentale obtenus avec le code de décomposition pour deux instants différents. Pour reconstruire ce profil, nous avons tracé les maxima locaux $N_0(z) + \max(n_1(z))$ et les minima locaux $N_0(z) + \min(n_1(z))$. La différence en amplitude observée entre les deux profils est due aux harmoniques, ce qui confirme leur importance dans les simulations. Néanmoins, on peut observer que cette reconstruction, même sans les harmoniques, reproduit correctement les “défauts” qui se forme au cours du temps. En effet, comme on peut le voir sur la figure Fig 3.11-(c), les structures incohérentes qui se développent entre $k_s L = 1050$ et $k_s L = 1200$, sont correctement reproduites par la reconstruction des maxima et des minima locaux, en particulier les noeuds et les maxima qui se développent au cours du temps.

En outre, afin d’effectuer des comparaisons plus complètes entre les deux modèles, nous avons reconstruit la densité ionique réelle $n_i(z, t)$ à partir des enveloppes des ondes $n_p(z, t)$ calculées dans Harmony 1D. On écrit en effet :

$$n_i(z, t) = N_0(z, t) + \sum_{p=1}^{n_H} \tilde{n}_p(z, t) \exp^{p(ik_s z - i\omega_s t)} + c.c \quad (3.25)$$

A partir de cette densité hydrodynamique reconstruite, nous avons pu effectuer des transformées de Fourier identiques à celles faites avec le code complet. On constate alors en comparant les Fig 3.12 et Fig 3.8, que les amplitudes de la composante fondamentale pour les deux cas ($n_0 = 0.05n_c$ et $n_0 = 0.12n_c$) sont similaires. De même, les amplitudes des harmoniques supérieures sont correctement reproduites, ce qui confirme bien que conserver le nombre d’harmoniques données par $(n_H)_{max} = 1/(k_s \lambda_D)$ est suffisant pour reproduire les résultats obtenus à partir du code complet.

3.1.3. Variation de l’intensité $I\lambda_0^2$

Nous avons fait varier l’intensité entre $(10^{14} - 10^{15})W/cm^2$ pour une densité $n_0 = 0.12n_c$ et un amortissement sur l’onde sonore $\nu_s/\omega_s = 10^{-3}$. En présence d’une intensité plus élevée, les profils de densité et de vitesse obtenus à partir du code complet présente des défauts plus nombreux. Intuitivement, on s’attend à ce qu’en augmentant l’intensité la transformée de Fourier de la densité obtenue à partir du code complet présente plus d’harmoniques. Néanmoins, comme le montre la Fig 3.13, on obtient, en changeant l’intensité, un excellent accord entre les deux modèles en conservant le nombre d’harmoniques défini par $1/(k_s \lambda_D)$. Bien que les réflectivités moyennes soient assez proches, les réflectivités instantanées présentent localement de nombreuses différences. En particulier, de grandes oscillations présentent dans le code complet ne sont pas reproduites avec le code de décomposition en harmoniques. Ces différences peuvent s’expliquer, par le changement de régime qui intervient lorsque l’on augmente l’intensité. On se rapproche du régime dit de désintégration modifiée (ou régime dit de couplage fort) que le modèle de décomposition en harmoniques ne peut décrire en raison des variations temporelles

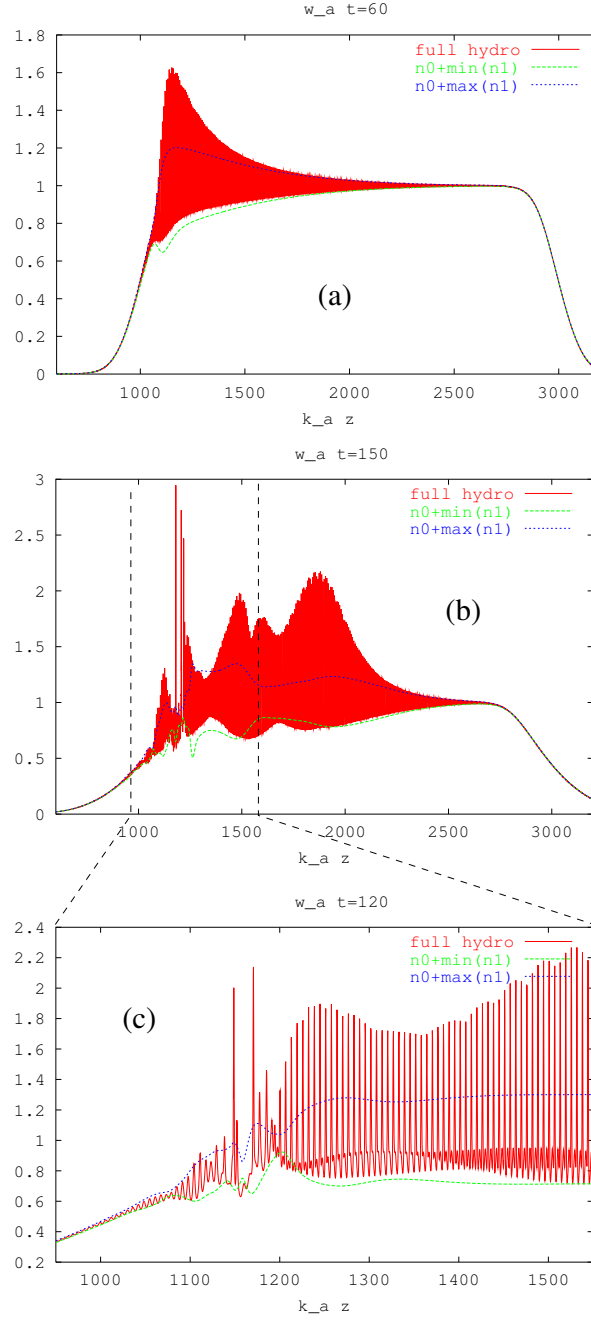


FIG. 3.11.: Profils spatiaux de la densité électronique obtenus à partir du code complet, présentant des oscillations de période $\lambda_0/2$, et obtenus à partir du code de décomposition, reconstruit en ne conservant que la composante fondamentale n_1 : (a) pour $\omega_s t = 60$, (b) $\omega_s t = 150$ (c) agrandissement du domaine compris entre $900 < k_s L < 1600$ au temps $\omega_s t = 120$

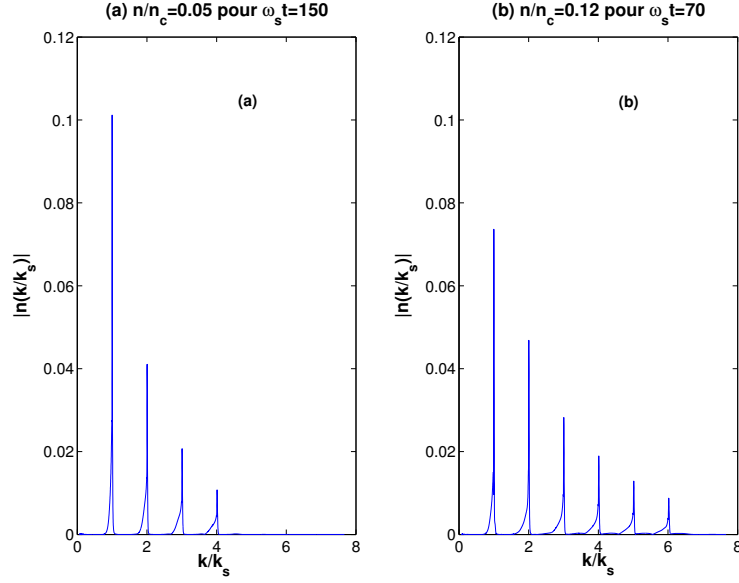


FIG. 3.12.: Spectre de la densité calculée avec le code de décomposition en harmoniques Harmony 1D au maximum de la réflectivité pour deux valeurs de n/n_c : (a) $n_0 = 0.05n_c$ et (b) $n_0 = 0.12n_c$

très importantes dans la réflectivité. Dans ce régime, comme nous l'avons déjà vu, rien ne justifie de se ramener à une équation pour la densité seulement.

3.1.4. Écart à la quasi-neutralité : Modèle perturbatif de Poisson et corrections dues à la dispersion

Pour de faibles valeurs de la densité, les corrections dues à la dispersion ne peuvent plus être négligées car les valeurs importantes de $k_s \lambda_D$ conduisent à des modifications importantes sur les coefficients de couplages pondéromoteur et entre harmoniques. Les différences peuvent être illustrés en comparant le modèle quasi-neutre où l'on suppose $\lambda_D = 0$ et donc dans l'équation de Poisson $n_e = n_i$, et le modèle où l'on résout l'équation de Poisson complète (comme nous l'avons fait dans les simulations précédentes).

Afin d'illustrer l'importance des corrections dues à la dispersion, et aussi dans le but d'obtenir une méthode numérique plus rapide résolvant l'équation de Poisson, nous avons étudié la possibilité de développer une méthode permettant de donner une solution approchée de Poisson en conservant les corrections à l'ordre le plus bas (mais au-dessus de l'approximation quasi-neutre).

Lorsque l'on conserve les corrections en $k_s \lambda_D$ à l'ordre le plus bas, on a :

$$n_e = Zn_i + n_{e0} \lambda_D^2 \nabla^2 \varphi \quad (3.26)$$

Avec le potentiel normalisé $\varphi = e\phi/T_e$. Et le potentiel s'écrit, à l'ordre le plus bas :

$$\varphi = \varphi_p + \ln\left(\frac{Zn_i}{n_{e0}} + \lambda_D^2 \nabla^2 \varphi\right) \quad (3.27)$$

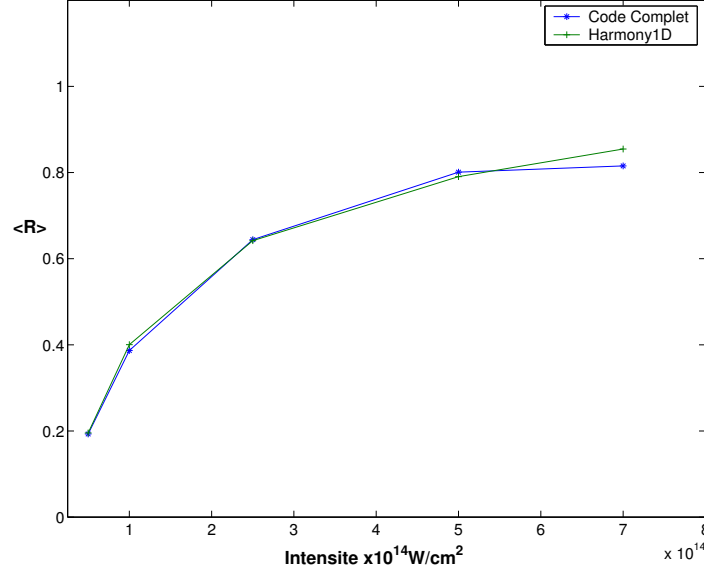


FIG. 3.13.: Réflectivité moyenne obtenues à partir du code complet et du code de décomposition en fonction de l'intensité, pour une densité $n_0 = 0.12n_c$ et un amortissement sur l'onde sonore $\nu_s/\omega_s = 10^{-3}$

On peut conserver des corrections supérieures : On a :

$$\begin{aligned}\varphi &= \varphi^{(0)} + \delta\varphi \\ \varphi^{(0)} &= \varphi_p + \ln\left(\frac{Zn_i}{n_{e0}}\right)\end{aligned}\quad (3.28)$$

Soit dans l'équation de Poisson en introduisant $(\varphi - \varphi_p)$:

$$\lambda_D^2 \nabla^2 \varphi = \underbrace{e^{(\varphi - \varphi_p)} - \frac{Zn_i}{n_{e0}}}_{(1)} + \underbrace{(\varphi - \varphi_p)}_{(2)} - (\varphi - \varphi_p) \quad (3.29)$$

Or on a :

$$\begin{aligned}(1) \implies \varphi - \varphi_p &= \delta\varphi + \ln\left(\frac{Zn_i}{n_{e0}}\right) \\ (2) \implies e^{(\varphi - \varphi_p)} - \left(\frac{Zn_i}{n_{e0}}\right) &= e^{(\varphi^{(0)} - \varphi_p + \delta\varphi)} - \left(\frac{Zn_i}{n_{e0}}\right)\end{aligned}\quad (3.30)$$

$$\simeq e^{(\varphi^{(0)} - \varphi_p)}(1 + \delta\varphi) - \left(\frac{Zn_i}{n_{e0}}\right) \quad (3.31)$$

$$\simeq \delta\varphi \left(\frac{Zn_i}{n_{e0}}\right) \quad (3.32)$$

Donc, en développant autour de la solution d'équilibre :

$$\left[1 - \lambda_D^2 \nabla^2\right] \varphi = \varphi_p + \ln\left(\frac{Zn_i}{n_{e0}}\right) + \delta\varphi \left[1 - \frac{Zn_i}{n_{e0}}\right] \quad (3.33)$$

On peut alors réécrire une équation pour $\delta\varphi$:

$$\left[\frac{Zn_i}{n_{e0}} - \lambda_D^2 \nabla^2 \right] \delta\varphi = \lambda_D^2 \nabla^2 \left[\varphi_p + \ln \left(\frac{Zn_i}{n_{e0}} \right) \right] \quad (3.34)$$

Cette équation se réécrit dans l'espace de Fourier (avec $\delta\varphi_k$ la transformée de Fourier de la perturbation du potentiel) :

$$\left(\frac{Zn_i}{n_{e0}} \right)_k * \delta\varphi_k + k^2 \lambda_D^2 \delta\varphi_k = -k^2 \lambda_D^2 \varphi_k^{(0)} \quad (3.35)$$

Soit en prenant l'hypothèse : $Zn_i \simeq Zn_{i0}$

$$\delta\varphi_k = -k^2 \lambda_D^2 \left(\frac{n_{e0}}{Zn_{i0}} \right) \varphi_k^{(0)} \left[1 + \left(\frac{n_{e0}}{Zn_{i0}} \right) k^2 \lambda_D^2 \right]^{-1} \quad (3.36)$$

Par conséquent le potentiel se réécrit dans l'espace réel sous la forme suivante :

$$\varphi = \varphi_p + \ln \left(\frac{Zn_i}{n_{e0}} \right) + \quad (3.37)$$

$$\int dk \exp(i\vec{k}\vec{x}) \left\{ \frac{1}{1 + k^2 \lambda_D^2 \left(n_{e0}/Zn_{i0} \right)} - 1 \right\} \varphi_k^{(0)} \quad (3.38)$$

Des simulations effectuées avec ce modèle et faites sur les mêmes paramètres que précédemment ont été comparées aux simulations faites avec le code complet et avec le modèle quasi-neutre. Ces comparaisons illustrent l'importance des écarts à la quasi-neutralité, en effet, ces corrections ne sont pas négligeables même pour des valeurs modérées de $k_s \lambda_D$. En revanche lorsque l'on conserve les premières corrections en $k_s \lambda_D$, comme l'illustre la Fig. 3.14, les différences s'estompent. En particulier pour les petites valeurs de n/n_c soit les grandes valeurs de $k_s \lambda_D$, le taux de croissance est même modifié.

3.1.5. Influence de l'amortissement et corrections thermiques

Le taux d'amortissement des ondes sonores est composé du taux d'amortissement Landau électronique et de la contribution ionique elle-même composée d'une partie correspondant à l'amortissement de type collisionnel et à l'amortissement Landau ionique. L'amortissement de type Landau électronique est donné par :

$$\frac{\nu_{e,L}}{\omega_s} = \left(\frac{\pi}{8} \right)^{1/2} \left(\frac{Zm_e}{m_i} \right)^{1/2} = 0.014 \left(\frac{Z}{A} \right)^{1/2} \quad (3.39)$$

Selon le régime (collisionnel ou non-collisionnel) la source de l'amortissement sera différente.

- Lorsque la longueur d'onde sonore (λ_s) est très grande devant le libre parcours moyen des ions (λ_{ii}), les collisions qui se produisent sur des échelles très petites devant la longueur d'onde, sont responsables de l'amortissement de l'onde.

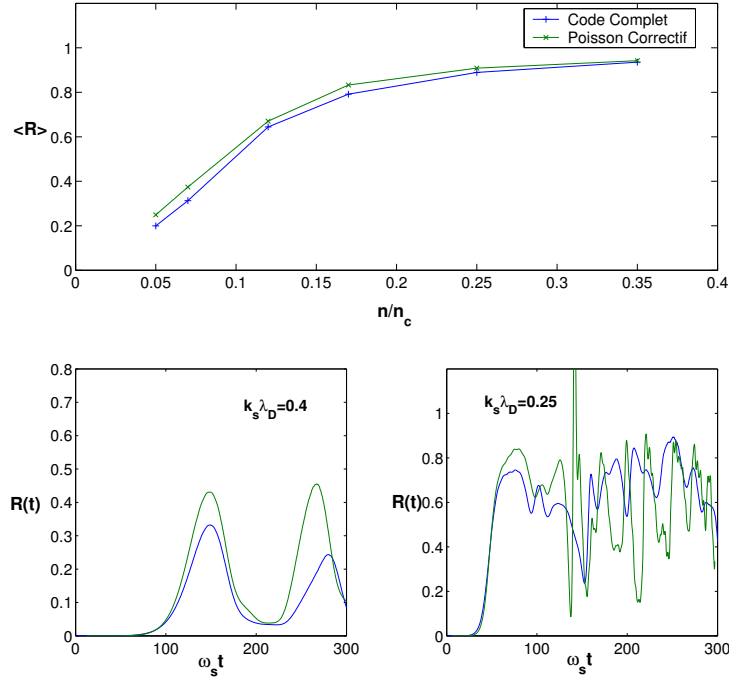


FIG. 3.14.: Comparaison des modèles : modèle hydrodynamique complet avec Poisson et modèle hydrodynamique avec le modèle approché de Poisson. En haut : réflectivité moyenne en fonction de n/n_c , en bas : réflectivité instantanée pour $k_s \lambda_D = 0.4$ (à gauche) et $k_s \lambda_D = 0.25$ (à droite)

- Dans le cas opposé, où la longueur d'onde sonore (λ_s) est très petite devant le libre parcours moyen des ions (λ_{ii}), les particules mettent plusieurs périodes acoustiques avant de subir des collisions, et ce sont les effets cinétiques résultant de l'interaction entre les particules dont la vitesse est voisine de la vitesse de phase de l'onde et l'onde elle-même qui sont responsables de l'amortissement : c'est l'amortissement de type Landau.

Lorsque l'amortissement Landau ionique domine ($k_s \lambda_{ii} \gg 1$), il est donné par :

$$\frac{\nu_{i,L}}{\omega_s} = \left(\frac{\pi}{8}\right)^{1/2} \left(\frac{Z T_e}{T_i}\right)^{3/2} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{Z T_e}{T_i} + 3\right)\right] \quad (3.40)$$

Et lorsque c'est l'amortissement collisionnel qui domine ($k_s \lambda_{ii} \ll 1$), son expression qui dépend de la fréquence de collisions ν_{ii} peut-être donnée par :

$$\frac{\nu_{i,C}}{\omega_s} = \frac{2}{3} k_s \lambda_{ii} \nu_{ii} \quad (3.41)$$

avec :

$$k_s \lambda_{ii} = 2.3 \cdot 10^{-3} \frac{Z}{\langle Z^2 \rangle^2} \left(\frac{T_i}{T_e}\right)^2 \frac{\lambda_0 T_e^2}{n_0/n_c \ln \Lambda_{ii}} \quad (3.42)$$

avec le logarithme coulombien pour les collisions ions-ions donné dans le domaine de $T_i < 50 \text{ keV}$:

$$\ln \Lambda_{ii} \simeq 8.49 + \ln \left(\frac{T_i^{3/2} \lambda_0}{Z Z_{eff}^{3/2} (n_0/n_c)^{1/2}} \right) \quad (3.43)$$

On a utilisé dans ces expressions la charge moyenne Z et la charge moyenne effective Z_{eff} définie par : $Z_{eff} \equiv \langle Z^2 \rangle / Z$. La fréquence de collisions ions-ions est donnée par :

$$\nu_{ii} = 1.69 \cdot 10^9 \frac{\langle Z^2 \rangle^2}{Z} \left(\frac{T_e}{A^{1/3} T_i}\right)^{3/2} \frac{n_0/n_c \ln \Lambda_{ii}}{\lambda_0^2 T_e^{3/2}} \quad (3.44)$$

Ces expressions sont des valeurs asymptotiques, il est nécessaire d'avoir recours à des tables pour avoir des expressions correctes. Ces tables [29] sont valables dans un large régime de paramètres défini par :

$$\begin{aligned} 1 &\leq \frac{Z T_e}{T_i} \leq 100 \\ 10^{-4} &\leq \frac{Z m_e}{m_i} \leq \frac{1}{1836} \\ 0 &\leq k_s \lambda_D \leq 3 \end{aligned} \quad (3.45)$$

Lorsque les effets cinétiques, résultants de l'interaction onde-particules, interviennent, pour des amplitudes modérées des fluctuations de densités, des effets de piégeages partiels (sur lesquels nous reviendrons au chapitre 5) peuvent donner naissance à une réduction

de l'amortissement Landau du fait d'un aplatissement de la fonction de distribution dans l'espace des vitesses.

Les simulations et les comparaisons précédentes ont été effectuées dans la limite d'un amortissement quasi-nul ($\nu_s/\omega_s = 10^{-3}$), et nous pouvons alors nous interroger sur le devenir de ces résultats en présence d'un amortissement physique de l'ordre de l'amortissement Landau ionique, soit quelques pourcent ($\nu_s/\omega_s \simeq 10^{-2}$).

En présence d'un amortissement de cet ordre (et plus important), le code complet présente toujours le même comportement avec néanmoins des défauts moins prononcés lors de la propagation de l'onde sonore. La densité présente un front, avec quelques défauts à droite du profil limitant toujours le développement de l'activité Brillouin, qui se déplace au cours du temps comme nous pouvons le voir sur la Fig. 3.20. La réflectivité dans ce

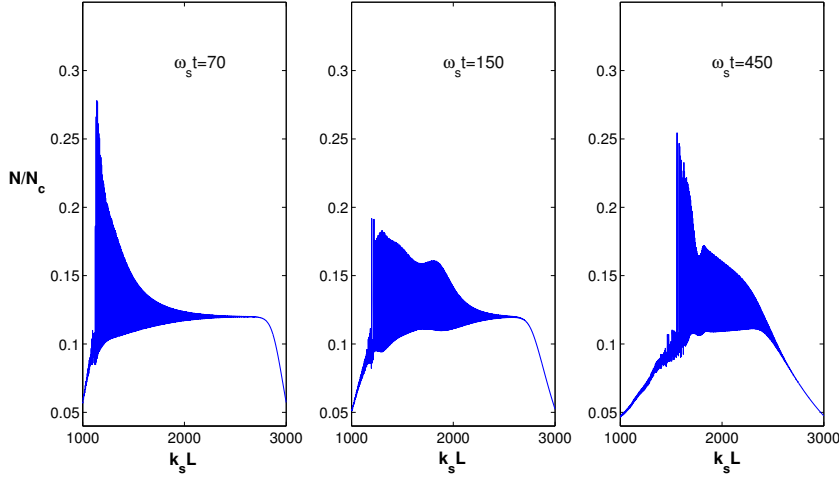


FIG. 3.15.: Évolution spatiale de la densité en présence d'un amortissement ionique $\nu_s/\omega_s \simeq 10^{-2}$ pour trois instants : $\omega_s t = 70$, $\omega_s t = 150$ et $\omega_s t = 450$, pour les paramètres suivant : $I\lambda_0^2 = 2.5 \cdot 10^{14} \text{ W/cm}^2$, $n_0 = 0.12 n_c$

cas, présente un comportement oscillant traduisant toujours des échanges d'énergie entre la composante fondamentale et ses harmoniques, que nous pouvons toujours reproduire avec le code de décomposition en conservant le même nombre d'harmoniques $(n_H)_{max}$ (c.f Fig 3.16). Dans ce cas, la convergence en harmoniques est plus rapide à obtenir, car les harmoniques supérieures sont plus amorties que la composante fondamentale.

Lorsque l'on introduit un amortissement important, la température ionique T_i n'est plus négligeable et son rôle devient important aussi bien dans le couplage pondéromoteur que dans le couplage avec les harmoniques, il convient alors d'introduire les corrections thermiques dans ces coefficients de couplages (c.f chapitre 1 et annexe A).

En augmentant l'amortissement, le système peut passer en régime d'instabilité convective. Dans ce régime, et pour un amortissement fort (tel que l'on puisse avoir $\nu_s \gg \frac{\partial}{\partial x}$), le système est le siège d'une amplification spatiale et les ondes filles croissent spatialement en $\exp G$, avec G le facteur de gain défini par :

$$G = \frac{\gamma_0^2 L}{\nu_s v_g} \quad (3.46)$$

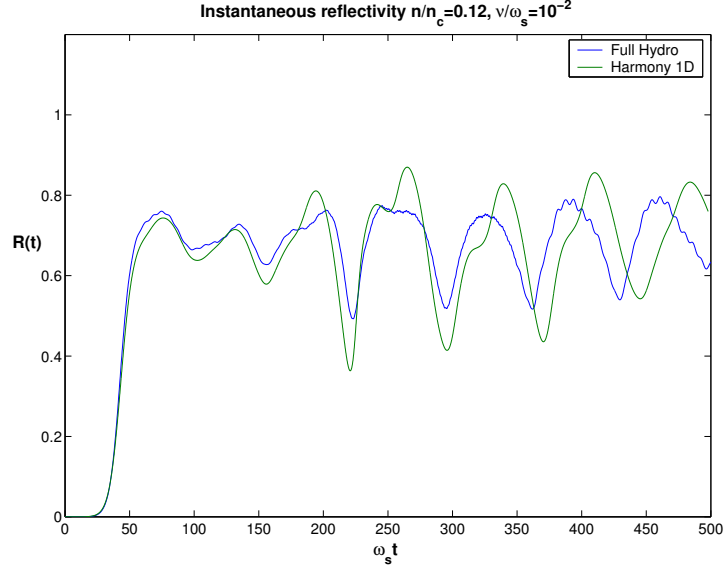


FIG. 3.16.: Réflectivité Brillouin obtenue à partir du code complet et du code de décomposition en harmoniques en présence d'un amortissement de l'ordre de l'amortissement Landau ionique $\nu_s/\omega_s \simeq 10^{-2}$ pour les paramètres suivant : $I\lambda_0^2 = 2.5 \cdot 10^{14} \text{ W/cm}^2$, $n_0 = 0.12n_c$

La réflectivité évolue alors en $R \simeq \epsilon \exp(2G)/(1 + \epsilon)$, où ϵ est le niveau de bruit initial de l'onde rétrodiffusée.

Il est possible, lorsque l'amortissement est fort, d'estimer le rôle de la non-linéarité des ondes sonores. On suppose un régime où la non-linéarité peut se traiter de manière perturbative, d'après les expressions précédentes, on voit que lorsque l'amortissement est suffisamment important ($2\nu_s \gg \delta_{disp,2}$), les termes d'amortissements non-linéaires et de décalage de fréquence non-linéaire définis précédemment (3.3 et 3.4) deviennent :

$$\begin{aligned}\nu_{NL} &\simeq \frac{\omega_s^2}{2\nu_s} \left| \frac{n_1}{N_0} \right|^2 \\ \omega_{NL} &\simeq -\frac{\omega_s^2}{4\nu_s^2} \delta_{disp,2} \left| \frac{n_1}{N_0} \right|^2\end{aligned}$$

Par conséquent, le terme de décalage de fréquence non-linéaire est négligeable devant le terme d'amortissement non-linéaire, lui-même étant négligeable devant l'amortissement linéaire apparaissant dans le propagateur de la composante fondamentale. On peut donc supposer que dès que l'amortissement Landau satisfait la relation suivante :

$$\nu_s \gg \frac{\delta_{disp,2}}{2} \quad (3.47)$$

l'amortissement linéaire des ondes sonores devient important et le caractère très instationnaire (et très chaotique) de la réflectivité est atténuée. Les harmoniques contribuent toujours à diminuer la réflectivité bien que cet effet soit moins important qu'en présence d'un amortissement faible [24].

3.2. Comparaison avec un modèle Korteweg-de-Vries/Maxwell non-paraxial

Dans un régime faiblement non-linéaire et en une dimension spatiale, il est possible de décrire la non-linéarité des ondes sonores par une équation de type Korteweg-de-Vries (KDV). Il est donc intéressant de comparer cette description avec le modèle de décomposition en harmoniques ainsi qu'avec une description hydrodynamique complète.

3.2.1. Description de la non-linéarité par une équation de Korteweg-de-Vries/Maxwell Non-paraxial

On peut la dériver de deux manières différentes, soit par la procédure de Washimi-Tanuti [30], soit directement via les équations fluides. C'est cette dernière procédure que nous décrivons dans ce qui suit.

On part du système des équations fluides normalisé (en 1D) décrit au chapitre 1, et on va écrire une équation d'évolution pour la perturbation de la densité $(\delta n/n)_i$ défini par : $n_i = n_{i0} + \delta n$. En linéarisant la densité électronique dans la loi de Boltzmann on obtient :

$$n_e = n_{e0} \exp(\varphi - \varphi_p) \Rightarrow 1 + \left(\frac{\delta n}{n} \right)_e = \exp(\varphi - \varphi_p)$$

Soit en dérivant deux fois :

$$\underbrace{\partial_{xx}^2 \ln \left[1 + \left(\frac{\delta n}{n} \right)_e \right]}_{\partial_{xx}^2 \left(\frac{\delta n}{n} \right)_e - \frac{1}{2} \partial_{xx}^2 \left(\frac{\delta n}{n} \right)_e^2} = \partial_{xx}^2 \varphi - \partial_{xx}^2 \varphi_p$$

On obtient donc :

$$\partial_{xx}^2 \varphi = \partial_{xx}^2 \varphi_p + \partial_{xx}^2 \left(\frac{\delta n}{n} \right)_e - \frac{1}{2} \partial_{xx}^2 \left(\frac{\delta n}{n} \right)_e^2 \quad (3.48)$$

L'équation de Poisson précédente donne :

$$\lambda_D^2 \partial_{xx}^2 \varphi = \left(\frac{\delta n}{n} \right)_e - \left(\frac{\delta n}{n} \right)_i \Rightarrow \left(\frac{\delta n}{n} \right)_e = \left(\frac{\delta n}{n} \right)_i + \lambda_D^2 \partial_{xx}^2 \varphi$$

Ces deux résultats se combinent pour éliminer le potentiel et donner une relation entre les perturbations de densité ionique et électronique :

$$\left(\frac{\delta n}{n} \right)_e = \left(\frac{\delta n}{n} \right)_i + \lambda_D^2 \partial_{xx}^2 \varphi_p + \lambda_D^2 \partial_{xx}^2 \left(\frac{\delta n}{n} \right)_e - \frac{\lambda_D^2}{2} \partial_{xx}^2 \left(\frac{\delta n}{n} \right)_e^2$$

On peut maintenant éliminer la perturbation de densité électronique et revenir à une seule variable avec la perturbation de densité ionique. En se limitant aux termes en $\{(\delta n/n)_i, (\delta n/n)_i^2\}$, on obtient :

$$\left(\frac{\delta n}{n} \right)_e = \left[1 + \lambda_D^2 \partial_{xx}^2 + \lambda_D^4 \partial_{xx}^4 \right] \left(\frac{\delta n}{n} \right)_i + \lambda_D^2 \partial_{xx}^2 \varphi_p - \frac{\lambda_D^2}{2} \partial_{xx}^2 \left(\frac{\delta n}{n} \right)_i^2 \quad (3.49)$$

A l'ordre le plus bas, on retrouve l'hypothèse de quasi-neutralité (sans les corrections dues à la dispersion) : $(\delta n/n)_i = (\delta n/n)_e$.

Les équations hydrodynamiques précédentes donnent à l'ordre 2 en $(\delta n/n)_i$:

$$\begin{aligned}\partial_t \left(\frac{\delta n}{n} \right)_i + \partial_x \left[\left(\frac{\delta n}{n} \right)_i v_i \right] &= -\partial_x v_i \\ \partial_t v_i + \frac{1}{2} \partial_x v_i^2 + c_{si}^2 \partial_x \left(\frac{\delta n}{n} \right)_i &= \frac{c_{si}^2}{2} \partial_x \left(\frac{\delta n}{n} \right)_i^2 - c_{se}^2 \partial_x \varphi\end{aligned}$$

On applique la procédure usuelle, c'est à dire que l'on applique ∂_t à l'équation de continuité et ∂_x à l'équation d'impulsion. Puis on remplace le terme $\partial_{tx}^2 v_i$ dans l'équation de continuité :

$$\partial_{tt}^2 \left(\frac{\delta n}{n} \right)_i + \partial_{tx}^2 \left[\left(\frac{\delta n}{n} \right)_i v_i \right] - \frac{1}{2} \partial_{xx}^2 v_i^2 - c_{si}^2 \partial_{xx}^2 \left(\frac{\delta n}{n} \right)_i + \frac{c_{si}^2}{2} \partial_{xx}^2 \left(\frac{\delta n}{n} \right)_i^2 - c_{se}^2 \partial_{xx}^2 \varphi = 0$$

On peut remplacer le potentiel électrostatique en utilisant les résultats précédents ainsi que l'équation de Poisson, on a en effet :

$$\begin{aligned}\partial_{xx}^2 \varphi &= \frac{1}{\lambda_D^2} \left[\left(\frac{\delta n}{n} \right)_e - \left(\frac{\delta n}{n} \right)_i \right] \\ &= \frac{1}{\lambda_D^2} \left[\lambda_D^2 \partial_{xx}^2 \varphi_p - \frac{\lambda_D^2}{2} \partial_{xx}^2 \left(\frac{\delta n}{n} \right)_i^2 + \lambda_D^2 \partial_{xx}^2 \left(\frac{\delta n}{n} \right)_i + \lambda_D^4 \partial_{xx}^4 \left(\frac{\delta n}{n} \right)_i \right]\end{aligned}$$

En remplaçant le potentiel on obtient alors :

$$\begin{aligned}\left[\partial_{tt}^2 \left(\frac{\delta n}{n} \right)_i - c_s^2 \partial_{xx}^2 \left(\frac{\delta n}{n} \right)_i \right] + \partial_{tx}^2 \left[\left(\frac{\delta n}{n} \right)_i v_i \right] - \frac{1}{2} \partial_{xx}^2 v_i^2 + \left[\frac{c_{se}^2}{2} + \frac{c_{si}^2}{2} \right] \partial_{xx}^2 \left(\frac{\delta n}{n} \right)_i \\ - c_{se}^2 \lambda_D^2 \partial_{xx}^4 \left(\frac{\delta n}{n} \right)_i = c_{se}^2 \partial_{xx}^2 \varphi_p\end{aligned}$$

On peut éliminer la vitesse et l'opérateur ∂_t en utilisant le fait qu'à l'ordre le plus bas on a :

$$\begin{aligned}\partial_t &\simeq -c_s \partial_x \\ v_i &\simeq c_s \left(\frac{\delta n}{n} \right)_i\end{aligned}$$

Et ainsi on obtient l'équation de **Boussinesq** en présence d'un potentiel basse-fréquence :

$$\boxed{\left[\partial_{tt}^2 - c_s^2 \partial_{xx}^2 - c_{se}^2 \lambda_D^2 \partial_{xx}^4 \right] \left(\frac{\delta n}{n} \right)_i - c_s^2 \partial_{xx}^2 \left(\frac{\delta n}{n} \right)_i^2 = c_{se}^2 \partial_{xx}^2 \varphi_p} \quad (3.50)$$

L'équation de Boussinesq fait directement apparaître le propagateur des ondes sonores dans l'espace de Fourier (D_B) :

$$\partial_{tt}^2 - c_s^2 \partial_{xx}^2 - c_{se}^2 \lambda_D^2 \partial_{xx}^4 \Rightarrow D_B(\omega, k) = \omega^2 - k^2 c_{si}^2 - c_{se}^2 k^2 (1 - k^2 \lambda_D^2)$$

C'est à dire une approximation de la relation de dispersion fluide (D_F) pour $k^2\lambda_D^2 \ll 1$:

$$D_F(\omega, k) = \omega^2 - k^2 c_{si}^2 - \frac{c_{se}^2 k^2}{(1 + k^2 \lambda_D^2)} \simeq \omega^2 - k^2 c_{si}^2 - c_{se}^2 k^2 (1 - k^2 \lambda_D^2) = D_B(\omega, k)$$

On peut maintenant arriver à l'équation de Korteweg-de-Vries : L'opérateur de Boussinesq dans l'espace réel $D_B(\partial_t, -\partial_x)$ s'écrit :

$$\begin{aligned} D_B(\partial_t, -\partial_x) &= (\partial_{tt}^2 - c_s^2 \partial_{xx}^2 - c_{se}^2 \lambda_D^2 \partial_{xx}^4) \\ &= \left[(\partial_t - c_s \partial_x)(\partial_t + c_s \partial_x) - c_{se}^2 \lambda_D^2 \partial_{xx}^4 \right] \end{aligned}$$

On peut ensuite "factoriser" l'opérateur $(\partial_t - c_s \partial_x)$ dans l'équation de Boussinesq :

$$(\partial_t - c_s \partial_x) \left\{ \left[(\partial_t + c_s \partial_x) - \frac{c_{se}^2 \lambda_D^2 \partial_{xx}^4}{(\partial_t - c_s \partial_x)} \right] - \frac{c_s^2 \partial_{xx}^2 \left(\frac{\delta n}{n} \right)_i^2}{(\partial_t - c_s \partial_x)} \right\} = c_{se}^2 \partial_{xx}^2 \varphi_p$$

Et en utilisant le fait que : $\partial_t \simeq -c_s \partial_x$, on obtient formellement :

$$-2c_s \partial_x \left\{ \left[\partial_t + c_s \partial_x + \frac{c_{se}^2 \lambda_D^2 \partial_{xx}^4}{2c_s \partial_x} \right] \left(\frac{\delta n}{n} \right)_i + \frac{c_s^2 \partial_{xx}^2 \left(\frac{\delta n}{n} \right)_i^2}{2c_s \partial_x} \right\} = c_{se}^2 \partial_{xx}^2 \varphi_p$$

On arrive finalement à l'équation de **Korteweg-de-Vries-Maxwell** (où l'on a posé $N = (\delta n/n)_i$) couplé à une onde électromagnétique décrite par l'équation (B.4) via le potentiel pondérateur $\varphi_p = \epsilon_0 |E|^2 / (n_c T_e)$:

$$\boxed{\left[\partial_t + c_s \partial_x + \frac{c_s \lambda_D^2}{2(1 + \tau_i)} \partial_{xxx}^3 \right] N + \frac{c_s}{2} \partial_x N^2 = -\frac{c_s}{2(1 + \tau_i)} \partial_x \varphi_p} \quad (3.51)$$

Avec $\tau_i = 3T_i / ZT_e$.

Comme pour l'équation de Boussinesq, l'opérateur de l'équation de KDV dans l'espace de Fourier est une approximation de l'opérateur obtenu dans l'approche fluide :

$$D_{KDV}(\omega, k) = \omega - c_s k - \frac{c_s k k^2 \lambda_D^2}{2(1 + \tau_i)}$$

3.2.2. Comparaison des modèles

Le modèle KDV/Maxwell a déjà été étudié précédemment [31, 32] pour décrire l'instabilité de diffusion Brillouin stimulée mais reste néanmoins limité à des ondes faiblement non-linéaires et à un plasma homogène (plaque de plasma). Un modèle de type "décomposition en harmoniques" (mais sans la description de l'hydrodynamique de grandes longueurs d'ondes ni des corrections correctes à la dispersion) a été proposé [31, 32]. En comparant les trois différentes descriptions (Hydrodynamique complète, modèle KDV et modèle de décomposition en harmoniques), nous pouvons estimer le régime de validité

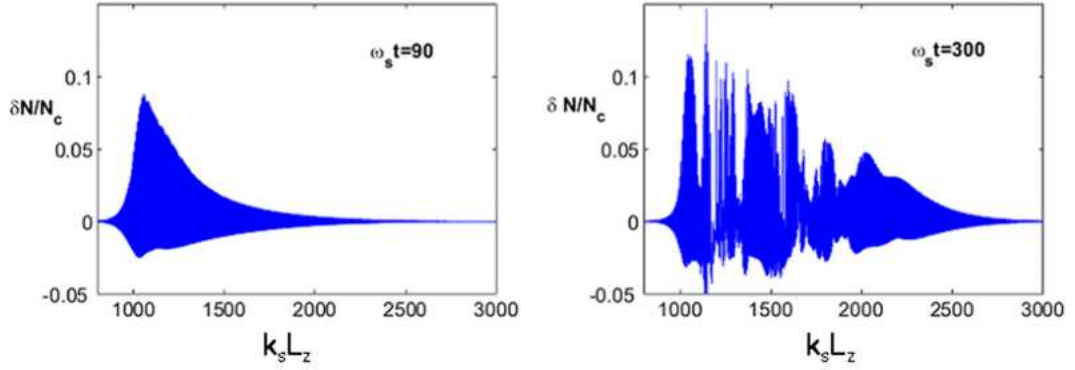


FIG. 3.17.: Fluctuations de densités $N = \delta n/n_0$ associées au SBS et déterminées par une simulation avec un modèle KDV-Maxwell à deux instants différents : $\omega_s t = 90$ (à gauche) et $\omega_s t = 300$ (à droite) avec les paramètres suivant : $n_0/n_c = 0.12$, $T_e = 1 \text{ keV}$, $I\lambda_0^2 = 2.5 \cdot 10^{14} \text{ W/cm}^2$ et $L_I = 160\lambda_0$ pour $\lambda_0 = 1 \mu\text{m}$

du modèle de Korteweg-de-Vries vis à vis du modèle hydrodynamique complet et voir dans quelle mesure la méthode de décomposition en harmoniques fournit une meilleure description que le modèle de type KDV.

Pour effectuer des comparaisons entre ces différents modèles, on fige l'expansion hydrodynamique dans le code de décomposition en harmoniques et dans le code complet. On utilise alors un modèle de type "plaque de plasma" fixe. Dans la description hydrodynamique complète, on rappelle que l'équation sur la vitesse s'écrit en 1D :

$$\frac{\partial}{\partial t}v + (v\frac{\partial}{\partial x})v + c_{si}^2\frac{\partial}{\partial x}(\ln n) = -c_{se}^2\frac{\partial}{\partial x}\varphi$$

Par conséquent pour figer l'expansion, on modifie le potentiel électrostatique, en lui retranchant sa valeur à l'instant initial $\varphi(z, t = 0) \equiv \ln n(z, t = 0)$, ce qui a pour effet de bloquer l'expansion hydrodynamique du plasma mais pas la non-linéarité des ondes acoustiques ioniques.

La même procédure peut-être appliquée dans Harmony pour figer les quantités hydrodynamiques N_0 et v_0 . Cette étude permet non seulement de comparer les trois descriptions mais aussi d'étudier l'effet de la diminution progressive du plasma.

La figure Fig. 3.17 illustre l'évolution des fluctuations de densité associées à l'instabilité de diffusion Brillouin stimulée décrite par un modèle KDV à deux instants différents. On constate que le comportement est très semblable aux résultats obtenus avec le code complet et l'évolution au cours du temps présente aussi des "défauts" sur les fluctuations de densité déjà observées lors de simulations effectuées avec ce modèle ([32]). On peut en conclure que ces structures ne sont pas dues à un couplage entre l'expansion hydrodynamique et l'onde sonore créée par l'instabilité Brillouin mais proviennent d'un couplage entre les différentes composantes de l'onde sonore.

La figure Fig. 3.18 montre une comparaison de l'évolution temporelle de la composante fondamentale et de sa deuxième harmonique entre la description hydrodynamique

mique complète et un modèle KDV pour un cas dont les paramètres sont les suivants : $n_0/n_c = 0.12$, $T_e = 1keV$, $I\lambda_0^2 = 2.5 \cdot 10^{14} W/cm^2$, et pour un plasma dont les dimensions sont les mêmes que précédemment ($L_z = 320\lambda_0$ et une longueur d'interaction $L_I = 160\lambda_0$ pour $\lambda_0 = 1\mu m$). La phase de croissance est très similaire entre les deux descriptions, mais l'évolution temporelle montrent que le modèle KDV prédit une amplitude moyenne plus élevée. Ce résultat est confirmé par une étude systématique faite en variant la densité du système. On observe sur la figure Fig. 3.19 qu'une description par une équation de Korteweg-de-Vries des ondes sonores conduit à un taux de rétrodiffusion Brillouin stimulée supérieure aux deux autres modèles. Par conséquent, la méthode de décomposition en harmonique reste pour plusieurs raisons plus valable qu'un modèle de type KDV. D'une part l'évolution du plasma est traitée de manière auto-consistante dans le modèle (même si des études précédentes ont tenté d'étudier les effets de l'inhomogénéité avec la description KDV [31]), et de plus elle permet d'aller au-delà du modèle KDV dans des régimes plus non-linéaires. La description KDV-Maxwell fournit néanmoins

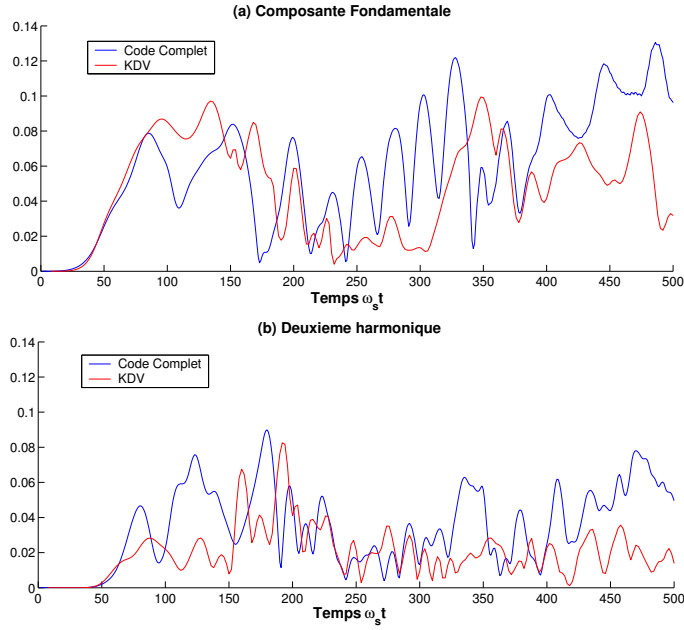


FIG. 3.18.: Comparaison de : (a) l'amplitude de la composante fondamentale (k_s) et (b) de l'amplitude de la deuxième harmonique ($2k_s$) pour une description avec un modèle KDV et un modèle hydrodynamique complet, les paramètres sont ceux de la figure Fig. 3.17

une bonne approximation pour comprendre le couplage entre les ondes sonores et le laser, à condition de rester dans des régimes faiblement non-linéaires.

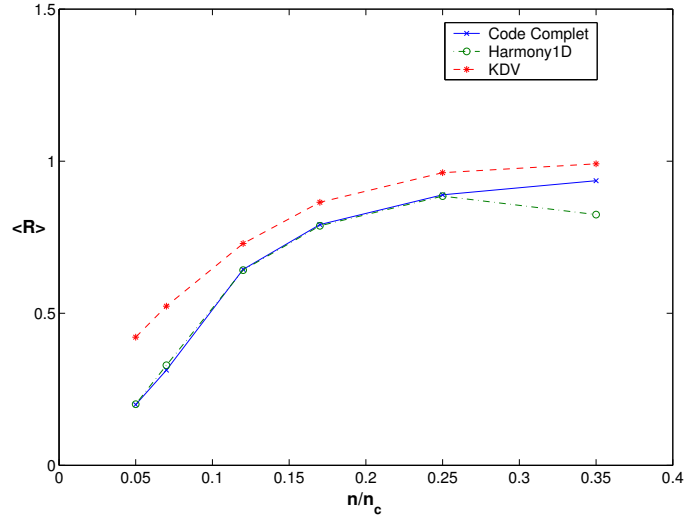


FIG. 3.19.: Comparaison des réflectivités moyennes pour les trois modèles (Harmony1D, KDV et code complet) pour différentes densités, les autres paramètres étant les mêmes que la Fig. 3.17

3.3. Validation de la méthode décomposition en harmoniques en 2D

3.3.1. Conditions de simulations : faisceau gaussien et autofocalisation

En deux dimensions, l'étude est faite sur le même principe avec des conditions initiales de type "feuille explosée", mais sur des dimensions plus petites. Le système à résoudre est le même qu'en 1D, mais le processus itératif pour résoudre l'équation de Poisson et la résolution de l'équation de Maxwell sont plus chers numériquement (c.f annexe).

Nous avons donc choisi les conditions suivantes pour le plasma, une longueur de plasma $L_{int} = 40\lambda_0$, (avec des zones de vide de chaque côté du plasma formant un boîte totale de $L_z = 120\lambda_0$) et pour une longueur transverse de $L_{\perp} = 40\lambda_0$.

Le faisceau laser incident, provenant de la gauche, est focalisé au centre du plasma et avant tout effet non-linéaire il forme un point chaud Gaussien avec une largeur $w_0 = 5\lambda_0$ en amplitude (soit $5\lambda_0/\sqrt{2}$ en intensité), correspondant à une longueur de Rayleigh dans le vide $L_R = \pi w_0^2/\lambda_0 \simeq 80\lambda_0$. La taille du plasma (de l'ordre de $L_{int} \simeq 33\lambda_0$) est par conséquent beaucoup plus faible que la longueur du point chaud formé par le laser, ce qui rend cette situation très proche du cas 1D.

L'intensité choisie est d'environ $I\lambda_0^2 = 1.5 \cdot 10^{15} W/cm^2$, pour une longueur d'onde $\lambda_0 = 1\mu m$, une température électronique de $T_e = 1keV$ et une densité de $n_0 = 0.1n_c$ conduisant à $k_s\lambda_D = 0.27$. Un très faible amortissement de l'ordre de $\nu/\omega_s = 0.008$ est introduit afin de se rapprocher de conditions réalistes concernant l'amortissement ionique Landau et de faciliter la convergence en harmoniques.

Un faisceau Gaussien se propageant dans la direction longitudinale z présente un profil

d'intensité de la forme suivante : $I(x_{\perp}, z) \propto \exp[-2x_{\perp}^2/w(z)^2]$ dans un plan normal à la direction de propagation z . La quantité w est défini comme la dimension transverse du faisceau Gaussien. Une solution de l'équation d'onde paraxiale pour un faisceau Gaussien peut s'écrire sous la forme :

$$E(x_{\perp}, z) = E_0 e^{(ikx_{\perp}^2/2q(z))} e^{ip(z)} e^{ikz} \quad (3.52)$$

où E_0 est l'amplitude, $q(z)$ et $p(z)$ sont déterminés et le dernier terme détermine la propagation suivant l'axe z . On peut tout de suite constater qu'en prenant :

$$\frac{1}{q(z)} = \frac{2i}{kw(z)^2} = \frac{i\lambda}{\pi w(z)^2} \quad (3.53)$$

on retrouve immédiatement le profil d'intensité Gaussien précédent (λ désignant la longueur d'onde du milieu dans lequel le faisceau se propage).

En supposant une solution de la forme 3.52, et en l'injectant dans l'équation paraxiale, on obtient des conditions pour $p(z)$ et $q(z)$ le rayon de courbure complexe [33] :

$$q(z) = q(z=0) + z \quad (3.54)$$

$$p(z) = i \ln \left[\frac{q(z=0) + z}{q(z=0)} \right] \quad (3.55)$$

Le rayon de courbure complexe $q(z)$ peut s'écrire :

$$\frac{1}{q(z)} = \frac{1}{R(z)} + \frac{i\lambda}{\pi w(z)^2} \quad (3.56)$$

avec R le rayon de courbure et w la taille transverse du faisceau tous les deux des quantités réelles. La valeur initiale est choisie telle que : $R(z=0) = \infty$ et $1/q(z=0) = \frac{i\lambda}{\pi w_0^2} \equiv \frac{i}{z_R}$, avec $w_0 = w(z=0)$, où z_R est la longueur de Rayleigh, distance à partir de laquelle la taille du faisceau est divisé par $\sqrt{2}$ (2 en énergie). On détermine alors pour le rayon de courbure et la taille transverse du faisceau les expressions suivantes :

$$w(z) = w_0 \sqrt{1 + \left(\frac{z}{z_R}\right)^2} \quad (3.57)$$

$$R(z) = z + \frac{z_R^2}{z} \quad (3.58)$$

Et on aura pour la phase :

$$e^{ip(z)} = \frac{1}{1 + iz/z_R} \quad (3.59)$$

$$= \frac{e^{-i\phi(z)}}{\sqrt{1 + z^2/z_R^2}} \quad (3.60)$$

avec le déphasage $\phi(z) = \tan^{-1}(z/z_R)$.

Par conséquent, la solution s'écrira :

$$E(x_{\perp}, z) = \frac{E_0}{1 + i(z/z_R)} e^{ikx_{\perp}^2/2R(z)} e^{-x_{\perp}^2/w^2(z)} e^{ikz} \quad (3.61)$$

$$= \frac{E_0}{1 + i(z/z_R)} \exp\left[-\frac{x_{\perp}^2}{w_0^2[1 + i(z/z_R)]}\right] \exp(ikz) \quad (3.62)$$

Dans nos simulations, on considère un faisceau Gaussien focalisé en $z = z_{foc}$, par une

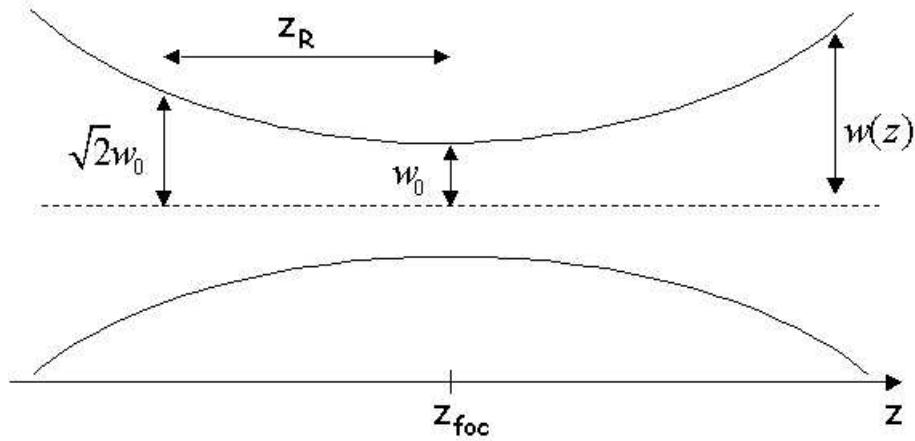


FIG. 3.20.: Schéma d'un faisceau Gaussien focalisé en $z = z_{foc}$

lentille localisée en $z = 0$. La largeur du faisceau au point focal est de $w_0 = f_{\#}\lambda_0 = 5\lambda_0$, avec $f_{\#}$ le nombre d'ouverture du faisceau défini par le rapport entre la distance de la lentille de focalisation et le plan focal f et le diamètre de la lentille D , soit $f_{\#} = f/D$. Entre une géométrie 1D, 2D et 3D, des différences vont apparaître liées à des modifications du profil de densité selon la direction transverse. Ces modifications du profil de densité sont provoquées par la force pondéromotrice due au faisceau incident et peuvent mener à une autofocalisation de celui-ci. Ces effets d'autofocalisation représentent la principale source de différences entre les géométries 1D, 2D et 3D.

En trois dimensions spatiales, l'autofocalisation est un processus non-linéaire provoquant dans le faisceau incident la formation de filaments au cours de sa propagation dans le plasma. Dans une géométrie 3D, l'autofocalisation se développera si la puissance du faisceau P dépasse une puissance critique P_c donné par [34, 35, 36] :

$$P_c = 4\pi C_{gauss} \left(\frac{c}{\omega_0}\right)^2 \frac{n_c}{n_0/n_c} v_g T_e \left(1 - \frac{n_0}{2n_c}\right) \quad (3.63)$$

avec le coefficient $C_{gauss} = 1.90$ pour un faisceau Gaussien. La puissance du faisceau Gaussien incident est caractérisée par son intensité à l'entrée du plasma $I_{L,in}$ et sa

taille transverse à l'entrée w_{in} (reliés par conservation de flux à l'intensité et à la taille transverse du faisceau au point focal : $I_{L,in}w_{in}^2n = I_{L,0}w_0^2$ où $I_{L,0}$ est l'intensité au point focal en l'absence d'effets non-linéaires). La puissance est donnée par : $P = (\pi/2)I_{L,in}w_{in}^2$. On introduit plus généralement le paramètre adimensionné P/P_c pour mesurer le seuil de l'autofocalisation, qui se simplifie en s'écrivant :

$$p_{3d} \simeq 0.5 \frac{I_{L,in}\lambda_0^2}{10^{15}} \frac{n_0}{n_c} \frac{1}{T_e} \left(\frac{w_{in}}{\lambda_0}\right)^2 \quad (3.64)$$

avec l'intensité en W/cm^2 , la longueur d'onde en μm , la température en keV .

La condition pour que les effets d'autofocalisation se développent en 3D est donc $p_{3d} \geq 1$. La formation de filaments est le résultat de la saturation non-linéaire du phénomène de collapse, ce dernier indiquant qu'au cours de la propagation du faisceau, la taille transverse doit tendre vers zéro et l'intensité vers l'infini. Ce collapse n'apparaissant que dans une géométrie 3D, la formation des filaments et l'autofocalisation ne peuvent être décrit correctement que dans une géométrie 3D uniquement. Néanmoins dans une géométrie 2D, la force pondéromotrice est susceptible de provoquer des modifications du profil de densité dans la direction transverse et ainsi des modifications dans la propagation du faisceau. De la même manière que pour la géométrie 3D, on peut quantifier l'importance des effets d'autofocalisation par un paramètre clé [36, 46] $p_{2d} = 2C_{gauss}p_{3d}$, soit :

$$p_{2d} \simeq 1.8 \frac{I_{L,in}\lambda_0^2}{10^{15}} \frac{n_0}{n_c} \frac{1}{T_e} \left(\frac{w_{in}}{\lambda_0}\right)^2 \quad (3.65)$$

On peut distinguer plusieurs régimes :

- Les effets d'autofocalisation sont négligeables tant que $p_{2d} \ll 1$, et ils restent négligeables si $p_{2d} > 1$ et $w_{in}/w_0 > p_{2d}$ (c'est à dire si le point de focalisation est suffisamment éloigné de l'entrée du plasma).
- En revanche, dans le régime où $p_{2d} > 1$ et $w_{in}/w_0 \leq p_{2d}$, les effets d'autofocalisation ne sont plus négligeables et la taille transverse minimale du faisceau (au point focal) w_{min} sera réduite par rapport au cas linéaire w_0 (c'est à dire sans effets d'autofocalisation) : $w_{min} < w_0$. Par conséquent, l'intensité laser maximum sera augmentée par rapport au cas sans autofocalisation.
- Dans le régime où $p_{2d} > 1$ et $w_{in}/w_0 \leq \sqrt{p_{2d}}$, un piégeage de la lumière apparaît.

Pour nos paramètres, nous sommes dans un régime, en absence d'instabilité Brillouin, où dans une géométrie 3D, on s'attend à la formation de filaments et en géométrie 2D à un piégeage de la lumière, car nous avons : $p_{3d} = 1.2$, $p_{2d} = 4.6$, et $w_{in} = 1.02w_0$.

Les simulations (avec le code complet ou le code de décomposition) ont montré Fig. 3.25 et Fig. 3.26, une modification du profil de densité sous la forme d'un creusement et par conséquent, une augmentation de l'intensité laser maximum par rapport à la valeur initiale dans le plasma non perturbé. Nous avons pu en outre vérifier en faisant une simulation sans la diffusion Brillouin stimulée (avec le code Harmony), que l'autofocalisation se développe, conduisant à de fortes amplifications du champ incident, et un fort creusement de densité, plus importante qu'en présence du SBS. Par conséquent, l'appauvrissement de l'onde de pompe provoquée par l'instabilité Brillouin conduit à réduire très fortement les effets d'autofocalisation pour les paramètres considérés ici. Des

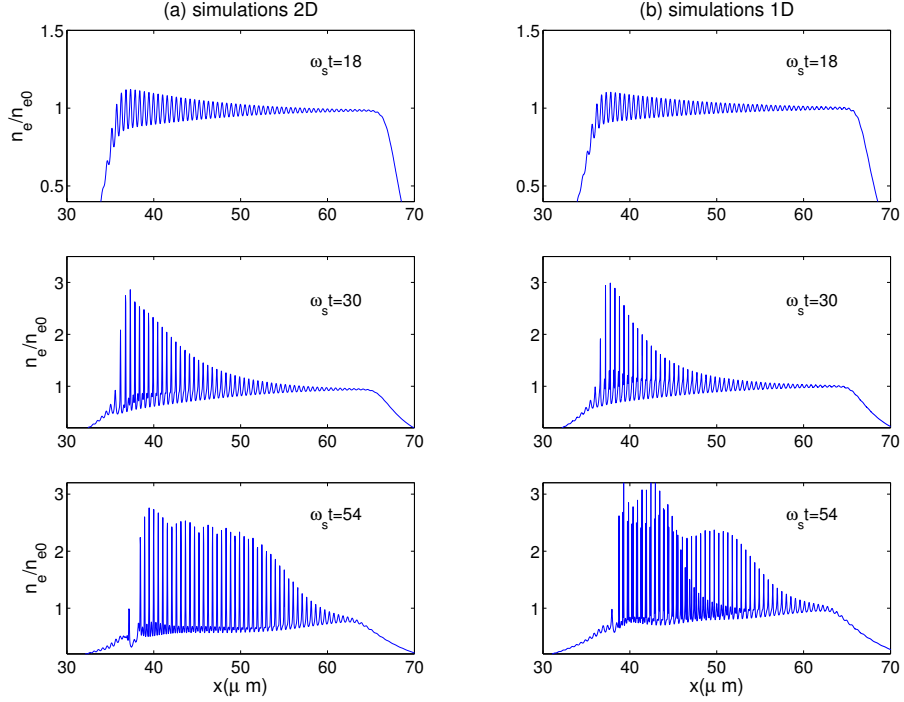


FIG. 3.21.: Comparaison de la densité électronique entre les simulations 2D (a) et 1D (b) pour trois instants différents : $\omega_s t = 18, 30$ et 54 et pour les paramètres suivants : $L_z = 120\lambda_0$, $L_\perp = 40\lambda_0$, $n_0/n_c = 0.1$, $T_e = 1\text{keV}$ et $I\lambda_0^2 = 10^{15}\text{W/cm}^2\mu\text{m}^2$

simulations effectuées en 1D avec les mêmes paramètres qu'en 2D fournissent en effet un comportement de la réflectivité très similaire dans les deux situations (c.f Fig. 3.22) même après le temps de croissance de l'autofocalisation $\omega_s t_{af} = \omega_s w_0/c_s \simeq 60$. Nous avons aussi comparé le comportement de la densité entre les simulations 1D et 2D à trois instants différents : pendant la croissance, à la saturation de la réflectivité et après la saturation.

La figure Fig. 3.21 illustre ces comparaisons entre, pour le cas 2D, une coupe au centre de la dimension transverse de la densité en fonction de la direction longitudinale, et la densité obtenue à partir des simulations 1D. Le comportement, comme nous pouvons le voir, est très similaire entre les deux situations.

Les simulations 1D et 2D sont très proches car l'instabilité Brillouin en réduisant les effets d'autofocalisation, conduit à une situation que l'on peut qualifier de "quasi-1D".

3.3.2. Validation de la méthode

Une étude comparative entre la méthode de décomposition en harmoniques et le code traitant l'hydrodynamique complète sans approximation paraxiale a été faite de la même manière que dans le cas unidimensionnel avec les paramètres définis précédemment sauf pour la taille du plasma qui est ici de $L_{int} = 33\lambda_0$ (soit $L = 102\lambda_0$ au total). La non-

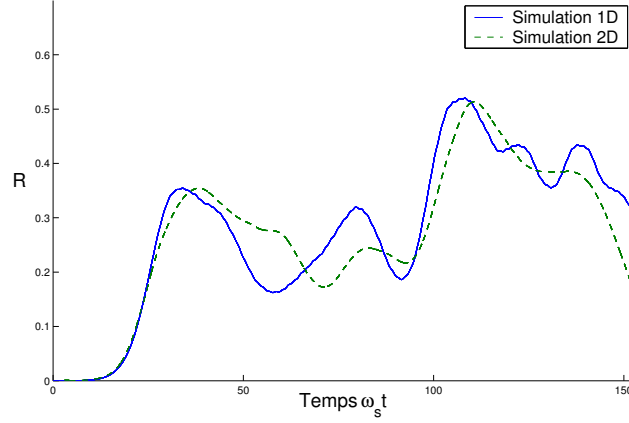


FIG. 3.22.: Comparaison de la réflectivité entre les simulations 2D et 1D pour les paramètres suivants : $L_z = 120\lambda_0$, $L_\perp = 40\lambda_0$, $n_0/n_c = 0.1$, $T_e = 1keV$ et $I\lambda_0^2 = 10^{15}W/cm^2$

linéarité de l'onde acoustique ionique est traitée en retenant un nombre fini d'harmoniques dans les simulations. Cette valeur est choisie conformément aux résultats trouvés précédemment, par rapport à la valeur de $k_s\lambda_D$. On s'attend à une convergence à partir d'un nombre d'harmoniques défini par $n_H = 1/(k_s\lambda_D)$. Par conséquent, nous avons donc limité à 5 le nombre d'harmoniques retenues dans les simulations avec le code Harmony2D.

Les résultats montrent un très bon accord entre les deux méthodes. En particulier, l'évolution temporelle de l'instabilité est parfaitement bien reproduite, ainsi que l'évolution spatiale des différentes quantités physiques telles que le champ électromagnétique ou la densité. En effet, comme le montre la figure Fig. 3.23 illustrant la réflectivité obtenue avec le code complet et celle obtenue avec le code de décomposition en échelle logarithmique, la croissance initiale temporelle de l'instabilité est parfaitement reproduite jusqu'à des temps de l'ordre de $\omega_s t \simeq 35$ soit en unités physiques $t \simeq 10ps$. Afin d'obtenir une synchronisation parfaite, les conditions sur le bruit entre les deux codes ont été accordées. De plus, la valeur de saturation de la réflectivité, ici de l'ordre de $R_{sbs} \simeq 35 - 37\%$, est aussi parfaitement reproduite comme nous pouvons le voir sur la figure Fig. 3.24 illustrant l'évolution de la réflectivité Brillouin au cours du temps en échelle linéaire. En outre, après la phase de croissance et la saturation, les comportements restent très semblables même sur des temps plus longs.

Nous avons aussi souligné dans ces simulations, le rôle fondamental joué par les harmoniques, en présentant sur ces deux figures (Fig. 3.23 et Fig. 3.24) le comportement de la réflectivité obtenue lors de simulations faites avec Harmony2D où l'on n'a pas pris en compte la non-linéarité des ondes sonores, c'est à dire sans harmoniques (on résout alors un système de trois ondes couplées : onde incidente, onde rétrodiffusée et composante fondamentale de l'onde sonore, ainsi que les équations hydrodynamiques). On constate que même sans les harmoniques les premiers instants de la croissance initiale sont les mêmes (ce qui est rassurant puisque les harmoniques ne doivent en rien changer cette phase de croissance initiale), néanmoins la réflectivité sature à une valeur plus élevée

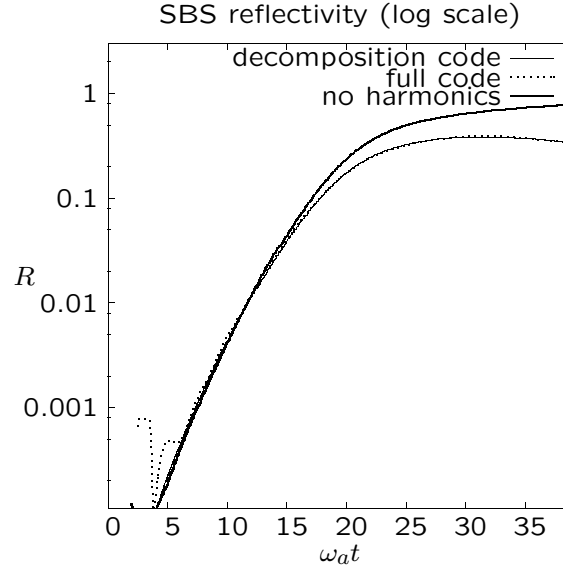


FIG. 3.23.: Réflectivité en échelle logarithmique comparant la croissance de l'instabilité de diffusion Brillouin stimulée en 2D avec le code complet (ligne en pointillée), le code décomposition en harmoniques (trait fin) et avec le code de décomposition mais sans les harmoniques (trait en gras). Les paramètres sont : $I = 10^{15} \text{W/cm}^2$, $\lambda_0 = 1 \mu\text{m}$, $T_e = 1 \text{keV}$, $n_0/n_c = 0.1$, $\nu/\omega_s = 0.008$

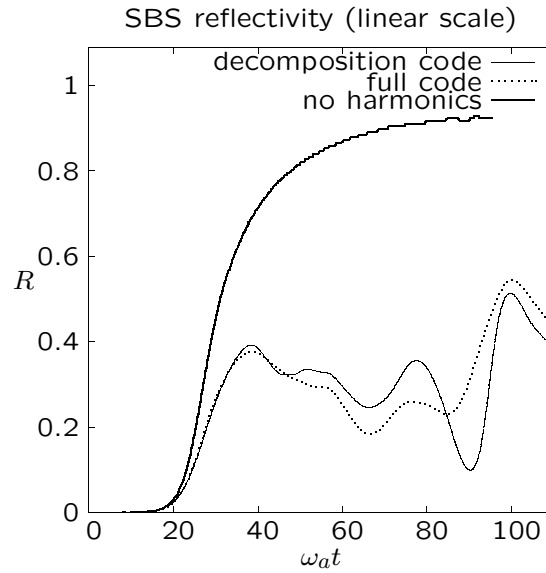


FIG. 3.24.: Réflectivité Brillouin en échelle linéaire en 2D avec le code complet (ligne en pointillée), le code décomposition en harmoniques (trait fin) et avec le code de décomposition mais sans les harmoniques (trait en gras).

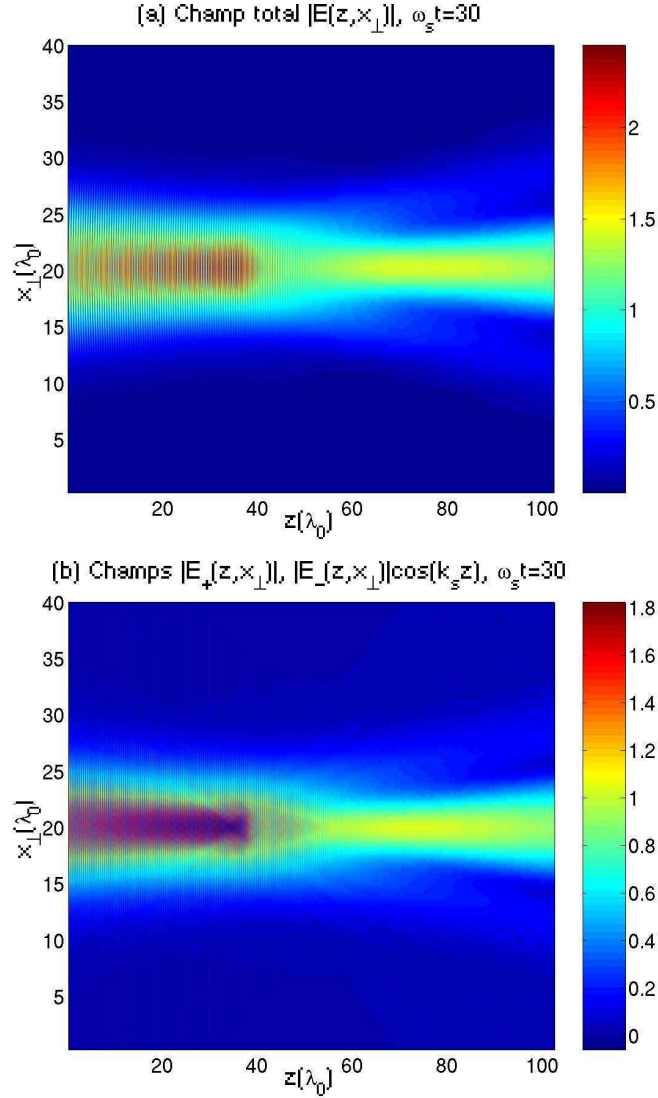


FIG. 3.25.: (a) Champ électromagnétique total $|E(z, x_{\perp})|$ normalisé à l'intensité maximale du champ incident obtenu avec le code complet en 2D à $\omega_s t = 30$, (b) Superposition du champ incident et du champ rétrodiffusé normalisés à l'intensité maximale du champ incident et calculés à partir du code Harmony2D à $\omega_s t = 30$

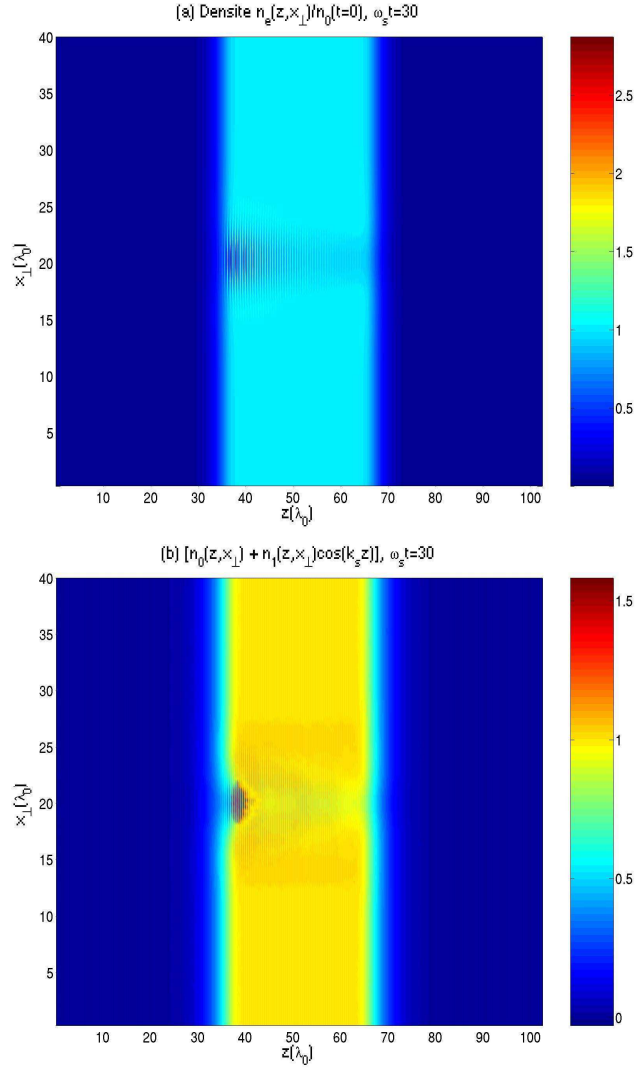


FIG. 3.26.: (a) densité ionique $n_i(z, x_\perp)/n_0(t = 0)$ obtenue avec le code complet en 2D à $\omega_s t = 30$, (b) Superposition de la densité hydrodynamique $N_0(z, x_\perp)$ et de la composante fondamentale de l'onde sonore $n_1(z, x_\perp)$ obtenues à partir du code Harmony2D à $\omega_s t = 30$

(pas très loin de 100%), soit une différence de près de 65% par rapport au modèle complet ou à celui tenant compte de la non-linéarité des ondes sonores. La prise en compte des harmoniques semble être un effet dominant pour les paramètres choisis, ce qui s'explique en outre par le faible amortissement sur les ondes sonores (alors que dans le cas contraire les harmoniques seraient plus amortis que la composante fondamentale) et sur la dispersion du système. En effet ici, comme pour le cas précédent en 1D, nous sommes dans le régime totalement opposé à celui défini par l'équation 3.47, c'est à dire que l'amortissement est beaucoup plus faible que la dispersion de la deuxième harmonique (de près d'un facteur 10 pour nos paramètres).

Les comparaisons faites sur l'évolution spatiale montrent aussi un très bon accord entre les deux modèles. Comme précédemment dans le cas 1D, nous avons reconstruit la densité à partir des résultats du code de décomposition en harmoniques en considérant l'enveloppe de la première harmonique n_1 uniquement (en rajoutant une variation rapide en $\cos(k_s z)$) et la densité hydrodynamique N_0 (voir Fig. 3.25 et 3.26). De même, afin de comparer le comportement spatial du champ électromagnétique total, nous avons reconstruit à partir du code Harmony2D, la superposition de l'enveloppe du champ incident et du champ rétrodiffusé (en rajoutant aussi une variation rapide en $\cos(k_s z)$). Les résultats présentés sur les figure Fig. 3.25 et 3.26, prises au même instant après la saturation de la réflectivité, montrent un très bon accord entre les deux modèles. Comme précédemment pour le cas 1D, les différences en amplitude observées sur la densité obtenue avec le code complet et Harmony2D sont attribuées au fait que les harmoniques supérieures n'ont pas été prises en compte dans la reconstruction.

3.3.3. Loi d'échelle

Comme nous l'avons vu précédemment la loi d'échelle 3.20 obtenue dans la limite d'une faible émission d'harmoniques n'est valable que lorsque le paramètre Γ déterminant est tel que $\Gamma > 1$ mais pour des valeurs modérées. Or, ce paramètre dépend de l'intensité et avec les intensités utilisées lors des expériences d'interaction laser-plasma, il peut facilement être tel que $\Gamma \gg 1$. Nous nous intéresserons ici à déterminer une loi d'échelle valable dans un régime plus large.

En premier lieu, en changeant l'intensité, nous avons pu vérifier par des simulations avec Harmony1D et Harmony2D que les résultats 1D et 2D restaient proches comme nous avons pu le constater précédemment (voir Fig. 3.27. Les réflectivités moyennes ont été calculées en moyennant après la phase de saturation et avant que l'hydrodynamique n'est modifiée les profils de densité et de vitesse. Sur la figure Fig. 3.28, sont reportés les résultats obtenus lors de simulations avec Harmony2D où nous avons changé la densité, variant de $n_0 = 0.03n_c$ à $n_0 = 0.4n_c$, et en prenant deux intensités différentes $I = 10^{14} \text{W/cm}^2$ et $I = 1.5 \cdot 10^{15} \text{W/cm}^2$.

Un loi d'échelle valable pour $\Gamma \gg 1$ a été déterminée :

$$\frac{L}{L_0} - \Gamma^{1/3} \simeq \frac{3\pi}{4} \frac{\Gamma^{1/3} R^{1/3}}{(1-R)^{1/3}} \quad (3.66)$$

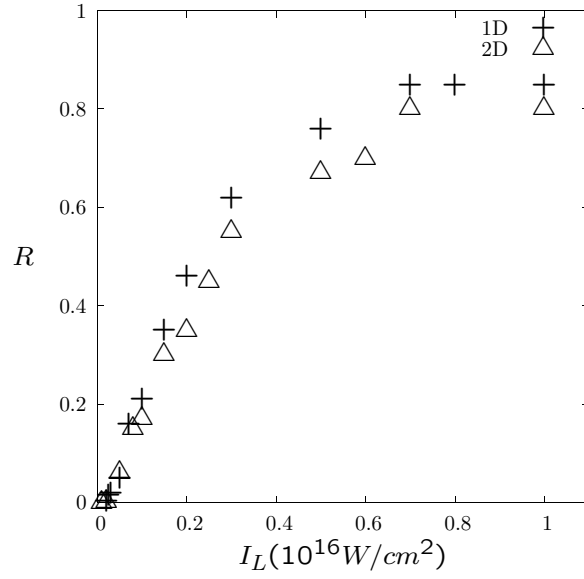


FIG. 3.27.: Réflectivité moyenne en fonction de l'intensité (entre $[10^{14} - 10^{16}]W/cm^2$) pour des simulations avec Harmony1D et Harmony2D, les autres paramètres étant : $n_0/n_c = 0.1$, $T_e = 1keV$, $\nu/\omega_s = 0.008$, $\lambda_0 = 1\mu m$.

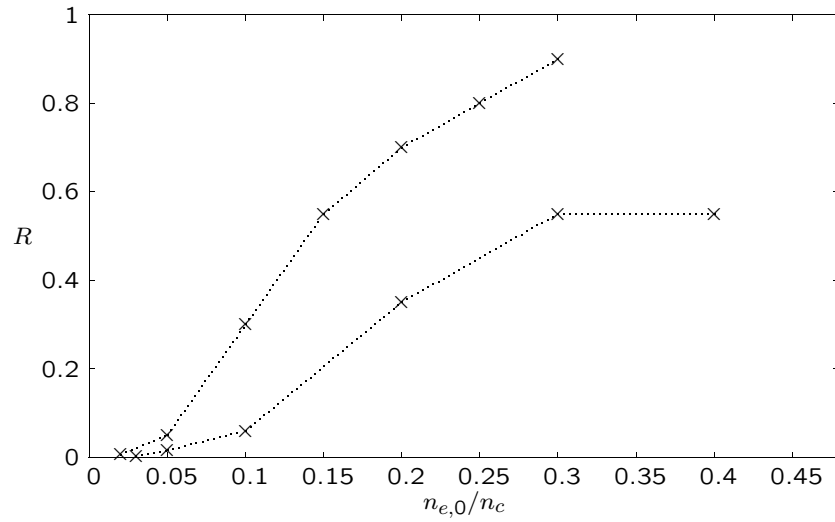


FIG. 3.28.: Réflectivité moyenne en fonction de la densité n_0/n_c pour des simulations 2D avec deux intensités $I = 1.5 \cdot 10^{15}W/cm^2$ (courbe en haut) et $I = 5 \cdot 10^{14}W/cm^2$ (courbe en bas), les autres paramètres étant les mêmes : $T_e = 1keV$, $\nu/\omega_s = 0.008$, $\lambda_0 = 1\mu m$.

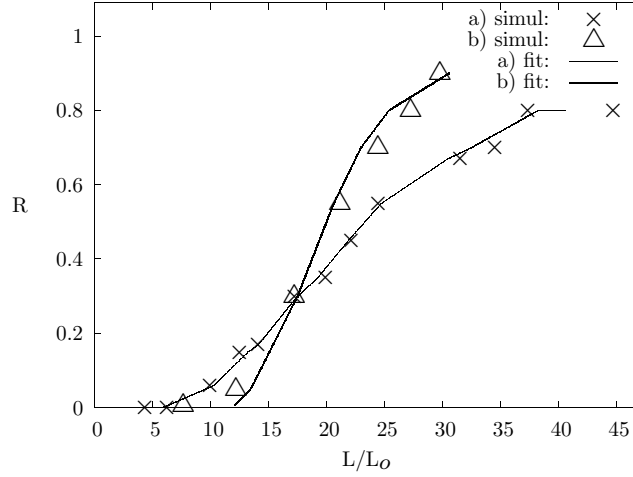


FIG. 3.29.: Réflectivité moyenne en fonction de la longueur adimensionnée L/L_0 pour : (a) des simulations avec la densité fixée ($n_0 = 0.1n_c$) et en variant l'intensité, et (b) des simulations avec l'intensité fixée ($I = 5 \cdot 10^{14} \text{W/cm}^2$) et en variant la densité. Les simulations sont représentées par les symboles : 'x' pour le jeu (a) et 'Δ' pour le jeu (b), et les lois d'échelles en trait plein.

et relie la réflectivité R aux deux paramètres sans dimensions Γ et L/L_0 .

Cette loi d'échelle est illustrée sur la figure Fig. 3.29 et comparée aux résultats de simulations. Deux résultats sont présentés sur cette courbe, les courbes (a) correspondent à des simulations dans lesquelles la densité est restée fixe ($n_0 = 0.1n_c$) et l'intensité a été modifiée, alors que les courbes (b) correspondent à des simulations pour lesquelles l'intensité a été fixée ($I = 5 \cdot 10^{14} \text{W/cm}^2$) et où nous avons fait varier la densité, les autres paramètres restant identiques aux simulations précédentes.

Comme nous pouvons le constater, l'accord entre la loi d'échelle et les simulations est très bon, même lorsque l'on atteint des régimes où Γ devient plus grand, par opposition à l'ancienne loi d'échelle qui donne des réflectivités théoriques plus importantes.

Néanmoins lorsque le paramètre Γ n'est pas très grand devant l'unité mais toujours dans un régime rendu incohérent, les deux lois donne le même résultat et en particulier la même longueur caractéristique L_{inc} définie précédemment par $L_{inc} = \Gamma^{1/3} L_0$. Cette loi d'échelle de la réflectivité Brillouin est valable en régime d'instabilité absolue et tant que les effets cinétiques restent négligeables (c'est à dire tant que ZT_e/T_i est grand).

3.4. Etude numérique de la convergence du code complet

L'approche utilisée pour la résolution numérique des codes (et en particulier des différents modules du code complet) est présentée en Annexe B, nous ne reviendrons pas dessus, mais néanmoins nous pouvons nous interroger sur la convergence du code complet en fonction de la précision numérique utilisée.

On sait que plus on va affiner la discrétisation et mieux on résoudra la longueur d'onde de l'onde sonore, ainsi que les longueurs d'ondes de ses harmoniques. On s'intéresse à la limite à partir de laquelle, la solution du code complet n'est plus influencée par le choix de la discrétisation, c'est à dire le choix du pas d'espace Δz . On sait déjà que la résolution de l'équation de Maxwell non-paraxiale impose de résoudre au moins entre 10 et 15 fois la longueur d'onde laser λ_0 [40], mais puisque l'on résout l'équation de Poisson, on peut supposer que l'on doit au moins résoudre la longueur de Debye λ_D , pour avoir une discrétisation correcte.

Avec les paramètres typiques utilisés, c'est à dire $k_s \lambda_D = 0.25$, cela revient à avoir un rapport $\lambda_D/\lambda_0 \simeq 40$. Par conséquent résoudre la longueur de Debye revient à résoudre $\Delta z = \lambda_0/40$ et $\Delta z = \lambda_s/80$, donc 80 points pour la composante sonore fondamentale, 40 pour la deuxième harmonique et 26 pour la troisième harmonique. Au-delà les harmoniques supérieures ne seront pas correctement discrétisées, néanmoins si leur influence est négligeable il n'est pas nécessaire de discrétiser plus finement.

On va donc tester l'influence de la discrétisation sur le code complet en essayant de déterminer la limite pour laquelle on n'observe plus de différence fondamentale des quantités physiques et en particulier de la réflectivité instantanée $R(t)$.

Afin de tester la solution dans des conditions difficiles, où la convergence est *a priori* plus longue à obtenir, on s'intéresse d'abord au cas d'un amortissement nul, ou très faible $\nu/\omega_s \simeq 10^{-3}$.

Résultats en 1D

Le tableau suivant présente la valeur du pas de discrétisation Δz pour lequel on observe la convergence de la solution, en fonction de l'intensité $I\lambda_0^2$ (en W/cm^2), et de l'amortissement ν/ω_s . On constate que de manière générale sans amortissement, et

Intensités (W/cm^2) \backslash Amortissement (ν/ω_s)	0	0.01
10^{14}	$\lambda_D/4$	$\lambda_D/2$
$2, 5 \cdot 10^{14}$	$\lambda_D/4$	$\lambda_D/2$
$5 \cdot 10^{14}$	$\lambda_D/4$	$\lambda_D/2$
10^{15}	$\lambda_D/4$	$\lambda_D/2$

TAB. 3.3.: Pas de discrétisation Δz nécessaire pour obtenir convergence dans le cas $k_s \lambda_D = 0.25$

quelque soit l'intensité, la solution n'évolue plus au-delà d'une résolution de l'ordre de $\Delta z = \lambda_D/4$, ce qui est très chère numériquement pour des grands systèmes. En revanche, lorsque l'on introduit un très faible amortissement, la solution semble converger pour une résolution de l'ordre de $\Delta z = \lambda_D/2$ (c.f Fig. 3.30 et Fig. 3.31 illustrant la réflectivité pour plusieurs résolutions à deux amortissements différents). A plus haute

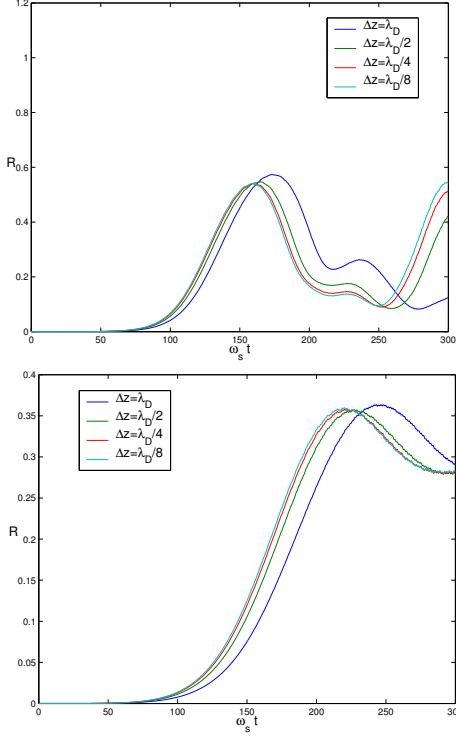


FIG. 3.30.: Réflectivité pour différents Δz avec $I\lambda_0^2 = 10^{14} \text{ W/cm}^2$ et $\nu/\omega_s = 0$ (en haut) et $\nu/\omega_s = 0.01$ (en bas)

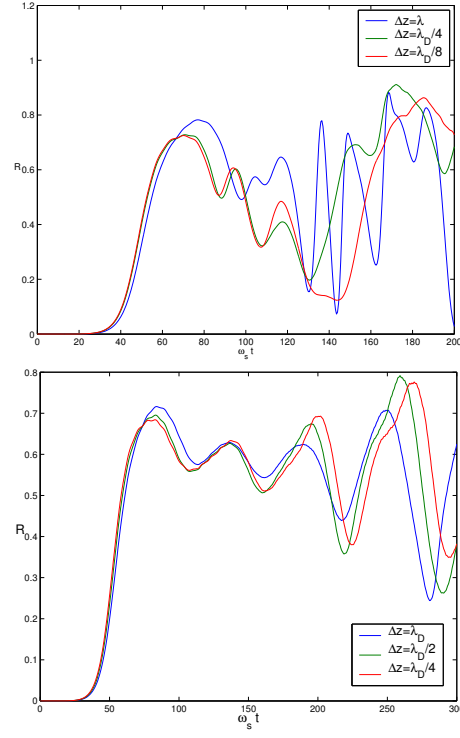


FIG. 3.31.: Réflectivité pour différents Δz avec $I\lambda_0^2 = 2, 5.10^{14} \text{ W/cm}^2$ et $\nu/\omega_s = 0$ (en haut) et $\nu/\omega_s = 0.01$ (en bas)

intensité, ce comportement se confirme : il peut être suffisant, en présence d'un très faible amortissement non nul, de résoudre la moitié de la longueur de Debye pour obtenir une convergence de la solution. Nous avons pu en outre vérifier cette tendance en changeant la valeur de la longueur de Debye.

Résultats en 2D

L'équation de Poisson et la résolution du champ électromagnétique se fait dans l'espace de Fourier pour la direction transverse. Par conséquent, la convergence doit aussi être étudiée sur la direction transverse, afin de connaître l'influence du nombre de modes à introduire.

En variant le nombre de modes transverses, on constate qu'il n'est pas nécessaire de résoudre la longueur de Debye dans la direction transverse. En effet, il est important d'introduire un nombre de modes suffisant pour obtenir des résultats corrects, mais pas nécessaire de résoudre aussi finement que dans la direction longitudinale. Dans la direction de propagation de l'onde sonore, on trouve, en variant la discrétisation Δz , que, comme en 1D, la convergence s'obtient dès que l'on résout la moitié de la longueur de Debye. Ce résultat a en outre été vérifié en modifiant la densité et par conséquent en prenant une longueur de Debye différente.

Conclusion

Les méthodes numériques utilisées dans le code complet, résolvant les équations complètes sans approximation décrivant l'instabilité Brillouin, introduisent des dissipations numériques sur les harmoniques supérieures. L'étude faite sur la convergence du code complet montre qu'il nécessite une très bonne précision et une très haute résolution spatiale dans le but d'éviter une dissipation numérique non voulue et dans le but de résoudre correctement les longueurs d'ondes des harmoniques supérieures de la composante fondamentale. Nous avons pu en effet montrer que prendre comme résolution la moitié de la longueur de Debye suffit pour obtenir une convergence de la solution. Néanmoins, une telle résolution conduit en particulier en deux dimensions à une utilisation assez limitée d'un tel code. En effet, le système étudié ici fait environ une centaine de μm , alors que pour la majorité des expériences les plasmas utilisés sont d'environ quelques millimètres dans la direction longitudinale.

Cette conclusion a donc déterminé la discrétisation utilisée lors des simulations précédentes, et cette discrétisation particulièrement finie conduit à des temps de calculs très importants pour les simulations faites avec le code complet.

3.5. Conclusion

Le but de cette étude était de valider l'approche d'un code de décomposition en harmoniques vis-à-vis d'une méthode plus précise (le code complet). En outre, il était important que cette approche soit plus efficace et qu'elle permette d'inclure (ou d'enlever) différents effets physiques facilitant leur étude.

Les résultats obtenus aussi bien en une dimension spatiale qu'en deux dimensions spatiales montrent un excellent accord entre les deux méthodes dans le régime de paramètres correspondant à l'ensemble des expériences d'interaction laser-plasma. En particulier, l'accord est très bon pour des plasmas de densité suffisamment éloignée de la densité critique pour que l'approximation paraxiale reste valable.

Nous avons pu aussi souligner les améliorations apportées par rapport aux autres modèles étudiés précédemment ([8]) : L'expansion du plasma, qui joue un rôle très important dans la description de l'instabilité, est traitée de manière auto-consistante, le dépôt d'impulsion, et une description plus correcte des vitesses de groupes des ondes sonores, des écarts à la résonance et des coefficients de couplages entre harmoniques en tenant compte des corrections dues à la dispersion qui jouent un rôle important pour des plasmas dont la densité est faible typiquement $n_0/n_c < 0.1$. Le rôle dominant des harmoniques a été souligné lors de ces simulations, pour lesquelles les paramètres correspondaient effectivement à des conditions où l'on pouvait s'attendre à ce rôle important des harmoniques. Il semble donc essentiel de prendre en compte la non-linéarité des ondes sonores, ce qui est un atout du code Harmony par rapport aux autres modèles existant [37]. Cette méthode possède l'avantage de pouvoir étudier les phénomènes séparément en les isolant lors de simulations, ainsi il est possible d'étudier les effets de l'autofocalisation seules ou bien son couplage avec l'instabilité Brillouin. Nous avons pu

en outre, au cours de cette étude, vérifier que d'un point de vue numérique, les temps de calculs pour les simulations effectuées avec le code complet (en 1D et en 2D) restaient très difficiles à faire sur des simulations avec des paramètres typiques des expériences. Alors que d'un autre côté, la méthode de décomposition en harmoniques apparaît plus efficace pour simuler les expériences.

Des tests de comparaison de performance entre les deux codes, ont en effet montré un gain de temps calcul considérable (de l'ordre de 200 pour une géométrie 2D) en utilisant la méthode de décomposition en harmoniques où l'on ne résout que la longueur d'onde laser alors que le code complet impose de résoudre au moins la longueur de Debye.

Ayant maintenant une confiance en cette méthode de décomposition en harmoniques, il nous est possible de tenter de simuler de réelles expériences d'interaction laser-plasma afin de comparer les résultats des simulations avec les résultats expérimentaux, et d'interpréter ces résultats afin de mieux comprendre l'évolution de l'instabilité Brillouin stimulée.

4. Modélisation des expériences d'interaction laser-plasma

Au vu des bons résultats obtenus lors de la validation de la méthode de décomposition en harmoniques, il est intéressant à ce stade d'utiliser cette méthode pour voir s'il est possible de reproduire de véritables expériences. Notre objectif étant de vérifier si le code Harmony est en mesure de simuler des expériences d'interaction dans des plasmas de taille millimétrique en géométrie bidimensionnelle, nous nous intéressons dans cette partie, à une comparaison avec des résultats expérimentaux obtenus lors d'expériences de fusion par laser faites au Laboratoire pour l'Utilisation des Lasers Intenses (LULI)[38]. Pour ces expériences d'interaction, les températures électronique et ionique sont respectivement de $T_e = 600\text{eV}$, $T_i = 200\text{eV}$ et pour des densités $n_0 < 0.3n_c$ à $\lambda_0 = 1\mu\text{m}$.

Les comparaisons ont été faites en considérant deux cas de faisceaux laser distincts : un faisceau "idéal" mono-speckle, et un faisceau "réaliste" produit par adjonction de lames de phases aléatoires (RPP).

Nous nous sommes en particulier intéressés à la reproduction des trois principaux résultats expérimentaux :

- la localisation longitudinale de la zone d'activité Brillouin dans le profil de densité, c'est à dire la localisation des ondes sonores.
- la taille en dimension transverse de cette zone d'activité Brillouin, et en particulier l'influence de l'intensité sur celle-ci.
- les taux d'énergie rétrodiffusée pour plusieurs intensités laser en faisceau mono-speckle.

Nous commencerons tout d'abord par rappeler des notions théoriques et des définitions concernant les faisceaux RPP utilisés lors des expériences, ainsi que des notions sur les éléments physiques introduits lors des simulations et ignorés jusqu'à présent dans notre étude : le *transport non-local* et l'*absorption collisionnelle*. Puis après avoir présenté le contexte expérimental et numérique nous présenterons les résultats obtenus.

4.1. Modélisation des expériences d'interaction-Rappel Théorique

4.1.1. Techniques de lissage optique

L'imperfection des optiques des lasers utilisés lors des expériences d'interaction conduit à une tache focale présentant des points chauds très intenses susceptibles de produire de

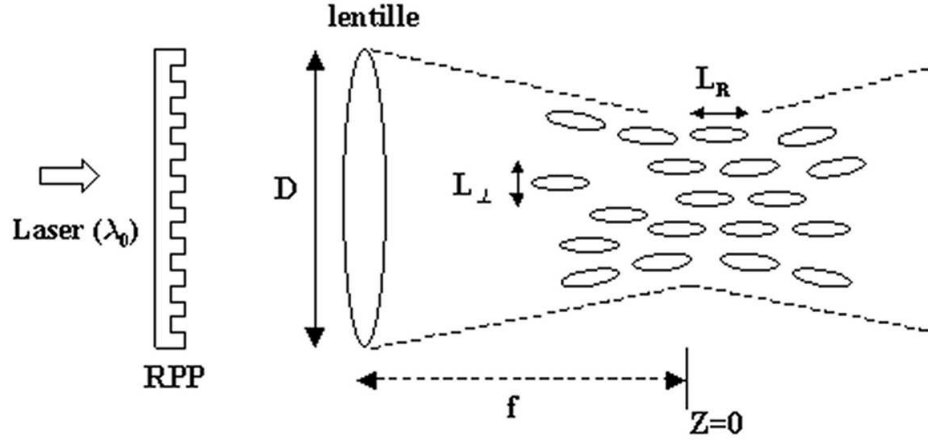


FIG. 4.1.: Schématisation d'un faisceau RPP

fortes réflectivités. Les instabilités paramétriques étant favorisées par les fortes intensités laser, des techniques de “lissage optique”, initialement développées pour les instabilités hydrodynamiques, sont utilisées afin de limiter les surintensités existant dans les faisceaux laser. En particulier, deux types de lissage existent : le **lissage spatial** et le **lissage temporel**.

Le lissage spatial a pour but de briser la cohérence spatiale du faisceau, permettant de supprimer les plus gros et les plus intenses filaments initialement présents et d'obtenir une tache focale présentant de petites structures, les “*points chauds*” ou *speckles*, dont les dimensions transverses seront assez petites pour empêcher le développement, entre autre, de l'instabilité de filamentation (voir chapitre 1). La méthode de lissage spatial la plus fréquemment utilisée consiste à introduire une lame composée de plusieurs petits éléments répartis aléatoirement, appelé “lame de phases aléatoires” (ou RPP pour Random Phase Plate), au niveau de l'optique de focalisation. Cette technique conduit à décomposer le champ incident en une somme finie de sous-faisceaux dont la phase varie de manière aléatoire entre 0 et π .

Comme l'illustre la figure 4.1, la lame de phase est placée sur le trajet du laser qui provient de la gauche et de longueur d'onde λ_0 , et avant la lentille de focalisation de diamètre D , elle-même placée à la distance f du plan focal défini sur la figure par $z = 0$. La forme spatiale du faisceau est donnée par l'interférence des figures de diffraction de chacun des éléments de la lame de phase. L'ouverture du faisceau est définie par le nombre d'ouverture $f_{\#} = f/D$, et est reliée à l'angle d'ouverture θ par la relation $f_{\#} = (2 \tan(\theta))^{-1}$.

On peut supposer que dans chaque point chaud, le champ laser conserve, selon la direction transverse, la forme d'un faisceau Gaussien et selon la direction longitudinale un profil Lorentzien. La distribution transverse en intensité dans un speckle en absence d'instabilité Brillouin s'écrit alors sous la forme :

$$I_{inc}(z, \vec{x}_{\perp}) = \frac{P_{inc}}{\pi a^2(z)} \exp\left(-\frac{\vec{x}_{\perp}^2}{a^2(z)}\right)$$

Avec $a(z) = a_0 \sqrt{1 + \frac{z^2}{L_R^2}}$. Où a_0 est le rayon du speckle défini par $a_0 = L_\perp = f_\# \lambda_0$, L_R la longueur de Rayleigh correspondant à la dimension longitudinale du speckle $L_R = k_0 a_0^2 = 2\pi f_\#^2 \lambda_0$ et P_{inc} est la puissance du speckle, qui diminuera en présence d'instabilité Brillouin.

Numériquement, pour créer un faisceau lissé par une lame de phases aléatoires, on utilise une décomposition spectrale du champ incident selon la direction transverse. Dans l'espace de Fourier sur la direction transverse \vec{k}_\perp , on applique le modèle standard dit "top-hat"[39], supposant que chaque nombre d'onde transverse \vec{k}_\perp correspond à un sous-faisceau, la transformée de Fourier transverse du champ électromagnétique s'écrit alors :

$$\begin{aligned} E_{\vec{k}} &= 0 \quad \text{pour} \quad |\vec{k}_\perp| > k_{max} = k_0/(1 + 4f_\#^2)^{1/2} \\ E_{\vec{k}} &= |E_{\vec{k}}| \exp(i\varphi_{\vec{k}}) \quad \text{pour} \quad |\vec{k}_\perp| < k_{max} = k_0/(1 + 4f_\#^2)^{1/2} \end{aligned}$$

avec $k_0 = 2\pi/\lambda_0$ le vecteur d'onde laser dans le vide et $f_\#$ l'ouverture du faisceau. La phase des modes $\varphi_{\vec{k}}$ prend aléatoirement la valeur 0 ou π . Ainsi la propagation de ce champ produit un champ de points chauds aléatoires.

Le lissage par une lame de phases aléatoires présente l'intérêt de fournir des résultats reproductibles lors des expériences d'interaction et de plus, les points chauds ont une distribution statistique en intensité connue.

Une autre technique de lissage spatial appelé "lissage par polarisation" (*polarisation smoothing*-PS-) est comparable au RPP car le champ est généré par l'application de deux RPP indépendants en superposant leurs champs. Il a été montré [40] que cette technique de lissage par polarisation était plus efficace pour supprimer l'instabilité de diffusion Brillouin.

Le lissage temporel [41] permet de son côté de briser la cohérence temporelle du faisceau laser en imposant une durée de vie finie aux points chauds. Cette méthode permet d'empêcher le développement des instabilités de filamentation et d'autofocalisation de ces points chauds par une diminution du temps de cohérence du laser qui devient inférieur aux temps de croissance des instabilités paramétriques.

4.1.2. Faisceau spatialement lissé et modèle de points chauds indépendants

Comme nous l'avons décrit précédemment, le lissage spatial par RPP conduit à une tache focale présentant de nombreux points chauds ayant une distribution en intensité connue. Pour le modèle des points chauds indépendants, chaque point chaud contribue à la réflectivité Brillouin globale du plasma, par une réflectivité Brillouin (propre à chacun des points chauds) qui est une quantité microscopique en raison de la taille de ces points chauds et par conséquent, cette réflectivité n'est pas accessible expérimentalement. En revanche, il est possible de définir une moyenne d'ensemble sur toutes les réflectivités microscopiques des points chauds, et de définir ainsi la réflectivité globale du système dite macroscopique, qui est reliée aux observations expérimentales. Cette dernière proviendra principalement des points chauds les plus intenses, car ceux qui ont une intensité

plus faible jouent a priori peu de rôle dans la réflectivité globale (à condition que la réflectivité Brillouin soit assez faible). Pour déterminer cette réflectivité macroscopique, on utilise le modèle dit de “points chauds indépendants” [42, 43, 44, 45, 46]. Ce modèle, particulièrement valable en plasma inhomogène, où les instabilités se développant dans l'un des points chauds n'ont aucune influence sur les autres speckles, peut être décrit ainsi :

- On suppose que la réflectivité de chaque point chaud est indépendante de la réflectivité des autres points chauds.
- la réflectivité moyenne macroscopique est donnée par la somme de la réflectivité microscopique de chaque point chaud pondérée par son poids statistique en intensité

Pour utiliser ce modèle et calculer la réflectivité macroscopique, il est nécessaire de connaître les propriétés statistiques en intensité des points chauds, c'est à dire la probabilité de trouver un speckle avec une intensité donnée par $I = u\langle I \rangle$ (où $\langle I \rangle$ est l'intensité moyenne du faisceau laser).

Le champ incident résultant de la somme de plusieurs sous-faisceaux peut-être considéré comme un champ aléatoire Gaussien complexe grâce au théorème de la limite centrale. Les travaux effectués par Adler sur la théorie statistique des champs Gaussiens [47], ont été appliqués aux champs RPP par Rose et Dubois [42] afin de déterminer la statistique des maxima en intensité. Cette étude a été plus tard reprise par Garnier [48] et fournit des résultats sensiblement différents de la première.

- Pour Rose et Dubois[42], le nombre de maxima (ou *abondance*), donnant le nombre de speckles dont l'intensité est supérieure à u fois l'intensité moyenne $\langle I \rangle$ dans un volume V , est donnée pour une géométrie quelconque, où la valeur de d détermine cette géométrie ($d = 2$ correspondant à une géométrie 2D et $d = 3$ correspondant à une géométrie 3D) par :

$$M_d(u) \propto u^{(d-1)/2} e^{-u}$$

avec $u = I/\langle I \rangle$.

- Et pour les travaux de Garnier [48], le nombre de maxima est donné pour une géométrie quelconque par :

$$M_d(u) \propto u^{d/2} e^{-u}$$

Le modèle de Garnier par rapport au modèle de Rose et Dubois permet de fournir le nombre exact de points chauds, et de ne laisser aucun paramètre libre, la différence apparaissant dans la puissance de u dans les deux expressions précédentes.

Pour une géométrie en deux dimensions, les travaux de Garnier [48] donne l'expression suivante pour l'abondance $M(u)$ et la fonction de distribution $f(u)$ en intensité des points chauds :

$$\begin{aligned} M_{2D}(u) &= \frac{\sqrt{\pi}}{3\sqrt{15}} \frac{V_{plasma}}{V_{HS}} \left[\left(\frac{1}{2} + \frac{\pi}{4} \right) + \frac{1}{2u} \right] u e^{-u} \\ f(u) &= -\frac{1}{V_{plasma}} \frac{dM_{2D}(u)}{du} \end{aligned}$$

Avec $V_{plasma} = L_{\parallel}L_{\perp}$ le volume total (où L_{\parallel} et L_{\perp} sont les dimensions longitudinale et transverse du plasma), $V_{HS} = L_R a_0$ le volume du point chaud où L_R et a_0 sont les dimensions du point chaud. Pour un volume en deux dimensions, on peut estimer le nombre total de speckles par :

$$N_T = \frac{L_{\parallel}L_{\perp}}{L_R a_0}$$

Puisque la contribution principale à la réflectivité macroscopique provient des points chauds d'intensité maximale u_{max} , on peut, à partir de la fonction d'abondance, estimer la valeur de $u_{max} = I_{max}/\langle I \rangle$ du point chaud le plus intense en résolvant $M(u_{max}) = 1$. On peut estimer la valeur maximale de ce point chaud par : $u_{max} = I_{max}/\langle I \rangle \simeq \ln(N_T) = \ln(V_T/V_{HS})$, en sachant que cette valeur peut montrer des fluctuations importantes entre chaque réalisation.

Pour une géométrie en trois dimensions, le volume total est donné par $V_{plasma} = L_{\perp}L_{\parallel}L_y$ et le volume du speckle $V_{HS} = L_R a_0^2$, et dans ce cas la fonction d'abondance et le nombre de speckles sont donnés par l'expression suivante :

$$\begin{aligned} M_{3D}(u) &= \frac{\pi^{3/2}\sqrt{5}}{27} \frac{V_{plasma}}{V_{HS}} \left[u^{3/2} - \frac{3}{10} u^{1/2} \right] e^{-u} \\ N_T &= \frac{V_{plasma}}{V_{HS}} = \frac{L_{\perp}L_{\parallel}L_y}{L_R a_0^2} \end{aligned}$$

4.1.3. Réflectivité Brillouin à partir d'un faisceau lissé

L'intensité moyenne rétrodiffusée dans le plasma par unité de longueur $\langle I_s \rangle$ peut être déterminée en moyennant les contributions de tous les points chauds avec la fonction de distribution $f(u)$ en intensité des speckles [49] :

$$\frac{d\langle I_s \rangle}{dz} = - \int du f(u) \langle I \rangle \pi a_0^2 R_{HS}$$

Et puisque l'on définit la réflectivité moyenne $\langle R \rangle$ par unité de longueur de Rayleigh L_R par : $\langle I \rangle \langle R \rangle / L_R = -d\langle I_s \rangle / dz$. On obtient alors :

$$\langle R \rangle = \int f(u) u R_{HS} (\langle I \rangle u) \pi a_0^2 L_R du$$

Où R_{HS} est la réflectivité microscopique du point chaud dont l'intensité est u fois supérieure à l'intensité moyenne $\langle I \rangle$. La réflectivité d'un point chaud R_{HS} est donnée, en supposant un régime d'instabilité convective (ce qui est le cas pour des ondes acoustiques fortement amorties, que l'on peut rencontrer dans les conditions expérimentales étudiées), par une fonction du gain de Rosenbluth au centre du point chaud, dont l'expression définie au chapitre 1 est la suivante :

$$G_R = 4.5 \times 10^{-2} \frac{L_u}{\lambda_0} \frac{(n_e/n_c) I_{14} \lambda_0^2}{(T_e + 3T_i/Z)(1 - n_e/n_c)}$$

Avec $I_{14}\lambda_0^2$ l'intensité en unités de $10^{14}Wcm^{-2}\mu m^2$ et T_e et T_i les températures électroniques et ioniques en keV , et L_u la longueur d'inhomogénéité de la vitesse d'expansion du plasma définie par : $L_u = c_s(\frac{du(z)}{dz})^{-1}$, où c_s est la vitesse sonore et $u(z)$ la vitesse d'expansion du plasma. La réflectivité de chaque point chaud dépend de son intensité I à travers le gain, par conséquent on a une réflectivité moyenne $\langle R \rangle$ qui dépend d'un gain moyen $\langle G_R \rangle$.

La réflectivité totale R de tout le plasma est estimée en intégrant sur la longueur d'interaction totale et on obtient alors : $R \approx \langle R \rangle L/L_R$ où L est la longueur totale du plasma. Ce modèle analytique permettant de calculer la réflectivité macroscopique d'un faisceau RPP, a été appliqué à la modélisation d'expériences[50], et amélioré en tenant compte de l'autofocalisation, de la diminution de l'onde de pompe, des effets de diffraction de l'onde de pompe dans le point chaud et de divers autres phénomènes physiques (absorption thermique, transport non-local...). Il a fourni des résultats satisfaisants bien que le modèle de points chauds indépendants n'est pas toujours justifiable.

4.1.4. Amortissement collisionnel ou Bremsstrahlung inverse

L'absorption par Bremsstrahlung inverse qui correspond à l'absorption de l'énergie laser par les électrons du plasma au moment des collisions avec les ions est aussi appelée "absorption collisionnelle". Elle apparaît dans les équations de propagation des ondes électromagnétiques lorsque l'on introduit les collisions électrons-ions (les collisions électrons-électrons ne jouant qu'un rôle négligeable). La vitesse des électrons induite par l'onde électromagnétique est amortie par le terme de friction dû aux collisions avec les ions. En effet, si l'on introduit dans l'équation linéarisée du mouvement décrivant la dynamique des électrons (où les ions sont supposés immobiles) ce terme de friction, on obtient :

$$-i\omega_0 m_e \vec{v}_e = -e\vec{E} - \nu_e m_e \vec{v}_e$$

(Le système précédent étant écrit dans l'approximation d'enveloppe temporelle avec ω_0 la fréquence laser de l'onde et avec ν_e la fréquence de collisions électrons-ions).

Soit pour la densité de courant : $\vec{j}_e = -en_{e,0}\vec{v}_e = -i(e^2 n_{e,0}/m_e(\omega_0 + i\nu_e))\vec{E}$. Et ainsi en utilisant la loi d'Ohm reliant la densité de courant au champ électromagnétique via la conductivité ($\vec{j}_e = \sigma\vec{E}$), on obtient l'expression de la conductivité, ce qui nous donne alors pour la fonction diélectrique transverse :

$$\epsilon_t(k_0, \omega_0) = 1 + \frac{i\sigma}{\epsilon_0\omega_0} = 1 - \frac{\omega_{pe}^2}{\omega_0^2(1 + i\nu_e/\omega_0)}$$

Avec la fréquence plasma : $\omega_{pe} = (e^2 n_{e,0}/\epsilon_0 m_e)^{1/2}$. La partie imaginaire de la fonction diélectrique transverse, conduit à l'amortissement collisionnel des ondes électromagnétiques. Par conséquent, la relation de dispersion écrite avec la fonction diélectrique transverse : $k_0^2 = (\omega_0^2/c^2)\epsilon_t(k_0, \omega_0)$, conduit à l'expression suivante :

$$k_0^2 = \frac{\omega_0^2}{c^2} \left[1 - \frac{\omega_{pe}^2}{\omega_0^2(1 + i\nu_e/\omega_0)} \right]$$

On peut écrire :

$$k_0^2 \simeq \frac{\omega_0^2}{c^2} \left[1 - \frac{\omega_{pe}^2}{\omega_0^2} \left(1 - i \frac{\nu_e}{\omega_0} \right) \right]$$

La partie imaginaire du vecteur d'onde conduit au coefficient d'absorption collisionnelle, et en supposant $\nu_e/\omega_0 \ll 1$, on obtient :

$$K = \text{Im}(k_0) = \frac{1}{2} \frac{\nu_e}{c} \frac{n_e}{n_c} \frac{1}{\sqrt{1 - \omega_{pe}^2/\omega_0^2}}$$

La fréquence de collision électron-ion est estimée sous la forme simplifiée de Spitzer[51] en unités physiques en fonction de n_e par :

$$\frac{\nu_e}{c} = 3.410^{-4} Z_{eff} \frac{n_e/n_c}{\lambda_0 T_e^{3/2}} \ln \Lambda$$

avec $\ln \Lambda$ le logarithme coulombien de l'ordre de 8-10, $\omega_0(ps^{-1}) = 1.88 \frac{10^3}{\lambda_0}$ et $Z_{eff} = \frac{\langle Z^2 \rangle}{\langle Z \rangle}$, on peut l'exprimer à la densité critique n_c et le coefficient d'absorption devient alors :

$$K = \frac{1}{2} \frac{\nu_e(n_c)}{c} \left(\frac{n_e}{n_c} \right)^2 \frac{1}{\sqrt{1 - \omega_{pe}^2/\omega_0^2}}$$

A partir duquel, nous pouvons définir une longueur d'absorption :

$$L_{IB} = \frac{1}{2K} \approx 2.910^3 \frac{\Lambda_0^2 T_e^{3/2} (1 - n_e/n_c)^{1/2}}{Z_{eff} \ln \lambda (n_e/n_c)^2}$$

Pour les paramètres expérimentaux du LULI (que nous détaillerons plus tard), la longueur d'absorption de l'onde incidente est d'environ $L_{IB} = 800 \mu m$ pour $n_e/n_c = 0.2$ et $T_e = 600 eV$. Cette absorption collisionnelle, va modifier le gain Brillouin en conduisant à une valeur plus importante dans la partie avant du plasma, et l'on peut déjà supposer que cela jouera un rôle important dans la localisation des ondes sonores. Il est donc absolument nécessaire de l'introduire dans les simulations.

4.1.5. Rôle de la collisionnalité dans les points chauds : transport non-local

Lorsque l'on ne prend en compte que la filamentation de type pondéromotrice (où l'expulsion des électrons n'a lieu que par la force pondéromotrice), on se place automatiquement dans un régime non-collisionnel pour les plasmas étudiés. Inversement la prise en compte uniquement de la filamentation thermique (où les électrons sont chauffés par Bremsstrahlung inverse), nous place dans un régime très collisionnel. Pour une description correcte de la réponse du plasma dans nos simulations, il est nécessaire de pouvoir décrire toute la gamme de collisionnalité s'étendant de ces deux domaines au domaine

intermédiaire, le domaine semi-collisionnel.

Pour introduire les effets thermiques, il est nécessaire d'aller au-delà de l'approximation d'un fluide électronique isotherme (fermant le système des équations hydrodynamiques et faisant l'hypothèse d'un plasma non-collisionnel), et il faut alors introduire l'équation de conservation de l'énergie. Dans ce cas, il est nécessaire de décrire correctement le flux de chaleur intervenant dans cette équation. Les premiers modèles de flux de chaleur [51] reliant ce dernier au gradient de température : $q_e = -\kappa_{SH} \nabla T_e$ par la conductivité électronique de chaleur de Spitzer-Härm κ_{SH} , se sont avérés être limités dès que les gradients de température deviennent trop importants. En effet, ce modèle prédit localement des flux de chaleur trop élevés dans le régime où la longueur caractéristique du gradient de température $L_T = T_e/|\nabla T_e|$ n'est plus très grande devant le libre parcours moyen des collisions électrons-ions λ_{ei} [52] et en particulier devient du même ordre (domaine semi-collisionnel), c'est à dire dès que l'on a [53] :

$$\sqrt{Z} \frac{\lambda_{ei}}{L_T} \leq 10^{-3}$$

avec le libre parcours moyen de collisions électron-ion λ_{ei} :

$$\lambda_{ei} = 13.2 \frac{T_e(keV)^2 \lambda_0^2(\mu m)}{Z_{eff}(n_e/n_c)(\ln \Lambda/10)}$$

où $\ln \Lambda$ est le logarithme coulombien en général de l'ordre de 8-10. Ce modèle devient donc invalide dès que l'on quitte le régime fortement collisionnel pour le domaine semi-collisionnel. Afin d'étendre la description du flux de chaleur aux autres domaines de collisionnalité, une formulation non-locale du flux de chaleur (signifiant que toute variation de l'une des quantités en un point conduit à une modification du résultat en un autre point) a été proposée ([53, 54]). Ces expressions sont donc valables dans un domaine très collisionnel ($L_T \gg \lambda_{ei}$ ou $k\lambda_{ei} \ll 1$) et semi-collisionnel ($L_T \approx \lambda_{ei}$ ou $k\lambda_{ei} \approx 1$).

Plus tard, un modèle de transport non-local valable cette fois dans les trois domaines de collisionnalité a été proposé par Bychenkov [55]. Cette méthode, valable pour de petites perturbations et des charges ioniques élevées, a été reprise en présence de plasmas créés par laser (en présence de la force pondéromotrice) [56, 57] et conduit à une modification du terme de couplage entre le plasma et le laser incluant ainsi les corrections dues aux effets thermiques. Cette modification introduit un terme source dans la réponse du plasma qui s'écrit dans l'espace de Fourier comme un produit entre la transformée de Fourier en temps et en espace du potentiel pondéromoteur basse-fréquence et un terme A_k donné par l'expression suivante :

$$A_k = \frac{1}{2} + \xi_u + \frac{n_e v_{the} \lambda_{ei}}{\kappa_e} (1 - \beta) \left(\frac{1}{k^2 \lambda_{ei}^2} + \xi \right)$$

Où les deux premiers termes ($\frac{1}{2} + \xi_u$) correspondent à la description de la force pondéromotrice pure et à ses corrections collisionnelles et les autres termes correspondent au Bremsstrahlung inverse et ses corrections.

Un paramétrage du terme de couplage A_k [58] permet de rendre son utilisation simplifiée d'un point de vue numérique et de l'exprimer en terme des seules quantités λ_{ei} , k et Z :

$$A_k \approx \frac{1}{2} + Z \left(\frac{0.074}{x^2} + \frac{0.88}{x^{4/7}} + \frac{2.54}{(1 + 5.5x^2)} \right)$$

Avec $x = \sqrt{Z}k\lambda_{ei}$, où le terme $1/2$ correspond au terme pondéromoteur pur, $(0.88/(\sqrt{Z}k\lambda_{ei})^{4/7})$ correspond à des corrections dues aux effets collisionnels, et les autres termes correspondent au mécanisme de chauffage des électrons par Bremsstrahlung inverse (thermique pur) et les corrections associées.

Le transport non-local du modèle de Brantov-Bychenkov conduit, par ce paramètre A_k , à renforcer la force pondéromotrice et donc l'autofocalisation et la filamentation. Dans les expériences faites au LULI, le libre parcours moyen de collisions électron-ion est de l'ordre de la dimension transverse des points chauds créés par RPP (ici de l'ordre de $6\mu m$), les plasmas créés sont donc de type semi-collisionnel d'où la nécessité de recourir à une description du transport non-local. Il a été montré [59] que le taux de croissance de la filamentation était plus important en conservant la filamentation thermique, pour les paramètres des expériences LULI, que le taux de croissance du modèle pondéromoteur pur. La prise en compte de la seule force pondéromotrice n'est donc pas suffisant pour les paramètres des expériences du LULI. En revanche, ce transport non-local a une influence négligeable sur l'instabilité de diffusion Brillouin stimulée [59], ce qui s'explique principalement par le domaine de collisionnalité associé au vecteur d'onde de l'instabilité : $k_s\lambda_{ei}$. On a en effet $\lambda_{ei}/\lambda_s \gg 1$ ce qui correspond à un domaine très peu collisionnel où les effets thermiques sont négligeables. En conclusion, nous avons vu que le transport non-local doit être inclut dans la modélisation des expériences LULI et nous tacherons d'étudier son effet lors des simulations. Il est à noter qu'un calcul des coefficients de transport non-locaux a aussi été effectué [60] conduisant à une généralisation de ces coefficients en présence de charges ioniques faibles.

4.2. Présentation de l'expérience et conditions des simulations

Les expériences [63, 64, 65] ont été effectuées avec l'installation 6 faisceaux du Laboratoire pour l'Utilisation des Lasers Intenses (LULI) pour produire l'interaction entre un faisceau pompe (faisceau d'interaction) à $\lambda = 1.053\mu m$ (1ω) et un plasma. Le plasma a été créé par l'explosion d'un fin disque de CH (avec $Z_{eff} = \langle Z^2 \rangle / \langle Z \rangle = 5.3$) de $1.2\mu m$ d'épaisseur, de diamètre $380\mu m$ en utilisant deux faisceaux de créations opposés (à 2ω), et par chauffage avec un troisième faisceau à 2ω . Le faisceau d'interaction à 1ω a été focalisé avec une lentille d'ouverture $f/6$ ($f_{\#} = 6$) auquel a été adjoint une lame de phase aléatoire (RPP). La cible a été placée le long de l'axe du faisceau d'interaction de telle sorte que l'expansion du plasma se fasse sur le même axe que ce dernier. La forme du plasma créé est parabolique le long de l'axe de propagation du faisceau d'interaction, et il présente un maximum en densité au sommet du profil qui diminue durant l'évolution

du plasma avec le temps.

Le plasma a déjà été très bien caractérisé lors de campagnes précédentes du LULI et par des simulations hydrodynamiques [61] : Les températures électroniques T_e et ionique T_i ont été déterminées comme étant de l'ordre de 0.6keV et 0.2keV respectivement. Au cours de l'interaction le maximum de densité décroît exponentiellement avec un temps caractéristique de l'ordre de 530ps de $n_{max} = 0.3n_c$ à $n_{max} = 0.05n_c$, selon la loi $n_{top}(t) = n_{max}e^{-t[ps]/530}$ où la densité critique est toujours donnée par $n_c = 1.110^{21}cm^{-3}$ pour 1ω . La forme quasi-parabolique du profil de densité le long de l'axe de propagation du faisceau d'interaction peut être donnée par l'expression suivante : $n_e = n_{top}/(1 + z^2/L_N^2 + z^4/L_N^4)$ où la longueur caractéristique L_N est donnée par : $L_N = 300/(n_{top}/n_c + (n_{top}/n_c)^{0.27})$. La vitesse d'expansion correspondante est donnée par : $u(z) = c_s z/L_u$, elle est linéaire le long de l'axe du faisceau d'interaction (l'axe z) et la longueur caractéristique L_u est donnée par $L_u = 320(1 - (n_{max}/n_c)^{0.5})$.

L'ensemble de ces données a été utilisé dans les simulations afin de reproduire au plus près le profil et l'expansion hydrodynamique. Les températures ont été supposées constantes lors de la simulation (plasma isotherme) afin de simplifier le problème et cela semble, au vu des données expérimentales, une bonne approximation. En effet, ces dernières ont montré une très faible diminution de la température électronique durant l'expérience, de l'ordre de 50eV en 300ps. La non-linéarité des ondes sonores a été prise en compte en conservant ici 5 harmoniques dans les simulations, ce qui est une valeur correcte conformément aux résultats du chapitre 3, où ici $(1/k_s\lambda_D)$ vaut approximativement 6, et au fait que les ondes sonores sont ici fortement amorties. En effet, pour un plasma de CH, l'amortissement est estimé de l'ordre de $\nu = 0.1\omega_s$, ce qui nous place ici en régime convectif.

Dans le cas des simulations effectuées en faisceau RPP, l'ouverture de la lentille est de $f/6$ ($f_{\#} = 6$), et pour le mono-speckle $f/10$ ($f_{\#} = 10$).

Une coupe transverse des profils de densité et de vitesse utilisés est représentée sur la figure Fig. 4.2, illustrant le caractère fortement inhomogène du plasma utilisé ici.

Afin de gagner du temps de calcul lors des simulations, l'impulsion laser $P_L(t)$ utilisée dans la simulation, qui est un ajustement numérique de l'impulsion expérimentale représentée figure Fig. 4.3, a été légèrement tronquée afin de ne pas commencer à une impulsion nulle à $t = 0$ ps. Par conséquent, l'intensité initiale à $t = 0$ sera 10% du maximum de l'intensité du faisceau. Cette approximation ne change que très peu les résultats car avant cette limite, l'intensité reste très faible.

4.3. Résultats obtenus en faisceau RPP

Au cours de nos simulations, nous avons pris dans le cas du faisceau lissé deux intensités maximales : $\langle I \rangle = 8 \cdot 10^{13}W/cm^2$ et $\langle I \rangle = 2.5 \cdot 10^{13}W/cm^2$ pour $\lambda_0 = 1\mu m$. Dans la suite, $\langle I \rangle$ indique toujours l'intensité du faisceau global au maximum de l'impulsion montrée en Fig. 4.3.

L'intensité laser durant la simulation est donc définie par le produit de l'impulsion par le profil temporel : $I_L(t) = \langle I \rangle P_L(t)$.

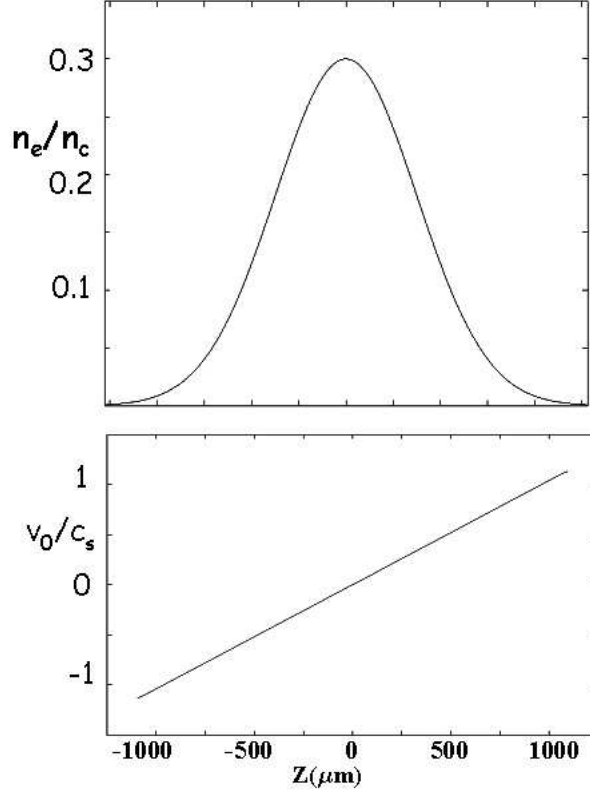


FIG. 4.2.: Coupe transverse des profils de densité et de vitesse utilisés pour modéliser l'expérience

Comme nous l'avons dit en introduction, nous nous sommes intéressés ici à la reproduction de trois principaux résultats obtenus lors des expériences [73, 63, 64, 65] : i) la localisation des ondes sonores dans la partie avant de la cible autour de $z \approx -400 \mu\text{m}$ (pour le sommet du plasma en $z = 0$), ii) l'évolution temporelle et selon la direction transverse de l'activité Brillouin avec l'intensité et iii) les valeurs des réflectivités moyennes obtenues expérimentalement.

Au cours des simulations, nous avons pu constater, que quelque soit l'intensité, une très forte filamentation se développe dans les points chauds les plus intenses, ceux susceptibles de dépasser le seuil pour l'autofocalisation. Le rapport entre la puissance moyenne et la puissance critique pour le cas d'une intensité de $8 \cdot 10^{13} \text{W/cm}^2$ est d'environ $\langle P \rangle / P_c \approx 0.55$ et pour une intensité de $2.5 \cdot 10^{13} \text{W/cm}^2$ d'environ $\langle P \rangle / P_c \approx 0.17$. Par conséquent, dès qu'il existe des points chauds ayant une intensité d'environ 3 fois l'intensité moyenne (à $8 \cdot 10^{13} \text{W/cm}^2$) et environ 6 fois l'intensité moyenne (à $2.5 \cdot 10^{13} \text{W/cm}^2$), ceux-ci vont s'autofocaliser. Comme l'illustre la Fig. 4.4 montrant l'évolution de l'intensité incidente normalisée à l'intensité moyenne du faisceau à $8 \cdot 10^{13} \text{W/cm}^2$ pris à trois instants différents situés avant le maximum de l'impulsion laser, cette forte filamentation favorise le phénomène de "lissage induit par le plasma" [66, 67]. On observe en effet une

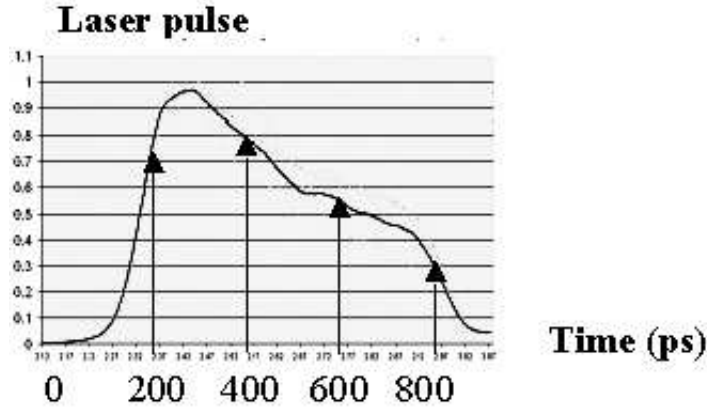


FIG. 4.3.: Profil d'impulsion laser $P_L(t)$ utilisée au cours du temps en picosecondes (Labaune *et al*, EPS 2005)

diminution significative de la taille des points chauds dans la partie centrale et arrière du plasma alors que des points chauds de plus grandes tailles se trouvent dans la partie avant. Puisque la réflectivité d'un point chaud dépend de son intensité et de la taille de ce dernier [67], cette diminution de la taille des speckles s'accompagne d'une diminution de l'activité Brillouin. A plus faible intensité ($2.5 \cdot 10^{13} \text{W/cm}^2$) (c.f Fig. 4.5), on constate la présence de beaucoup moins de points chauds très intenses mais avec néanmoins un comportement similaire dans leur distribution spatiale.

Concernant les ondes sonores, la figure 4.6 illustrant la composante fondamentale n_1/N_0 en fonction des directions longitudinale et transverse prise à trois temps différents, montre 2 étapes dans l'évolution des ondes sonores : Tout d'abord, l'instabilité de diffusion Brillouin prend naissance, avec des amplitudes très faibles (ici de l'ordre de 10^{-4}), dès que les conditions sont idéales (gain très important) ce qui est le cas initialement au sommet du profil où la densité est la plus importante. Puis progressivement, l'activité Brillouin la plus intense se déplace vers l'avant du plasma, en même temps que le lissage induit par le plasma diminue progressivement la taille des points chauds et finalement les ondes sonores restent localisées dans cette zone (avec des amplitudes plus importantes d'un facteur supérieur à 100 à l'amplitude au centre du plasma). Ce comportement se confirme lors de simulations à plus faible intensité (c.f Fig 4.7).

Cette position des ondes sonores n'a pas pu être interprétée avec le modèle analytique des points chauds indépendants [50] car ce dernier ne prenait pas en compte le lissage induit par le plasma. Une différence de près de $200 \mu\text{m}$ sur la localisation a été observée entre ce modèle et les résultats expérimentaux.

Le phénomène d'auto-lissage conduit l'activité Brillouin à se développer où les conditions le permettent à savoir vers la partie avant du plasma où les speckles sont les plus gros et les plus intenses. De plus, l'autofocalisation conduit à un creusement de densité qui conduit progressivement à "chasser" l'activité Brillouin des zones où la densité est plus faible. En effet, on constate sur la densité N_0 , illustrée Fig. 4.8 pour $\langle I \rangle = 8 \cdot 10^{13} \text{W/cm}^2$ au même instant que les ondes sonores et le champ incident, que la densité présente

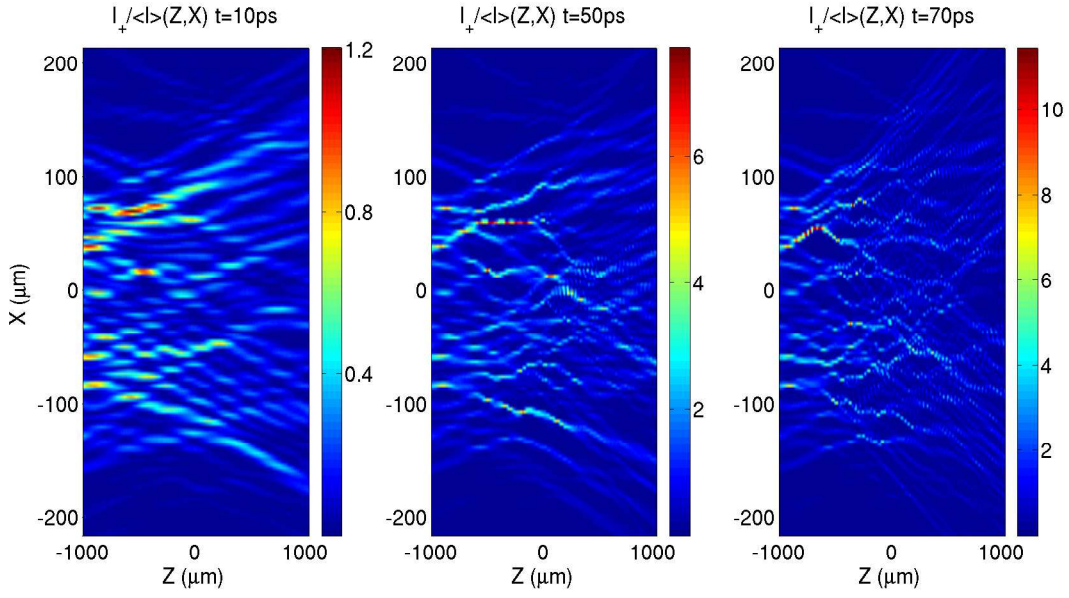


FIG. 4.4.: Faisceau incident $I_+/\langle I \rangle(x_\perp, z)$ pour $\langle I \rangle = 8 \cdot 10^{13} \text{Wcm}^2$ à trois instants $t=10$, 50 et 70ps. A ces trois instants, l'intensité du point chaud le plus intense est respectivement de $9.6 \cdot 10^{13} \text{Wcm}^2$, $5.6 \cdot 10^{14} \text{Wcm}^2$ et $9 \cdot 10^{14} \text{Wcm}^2$

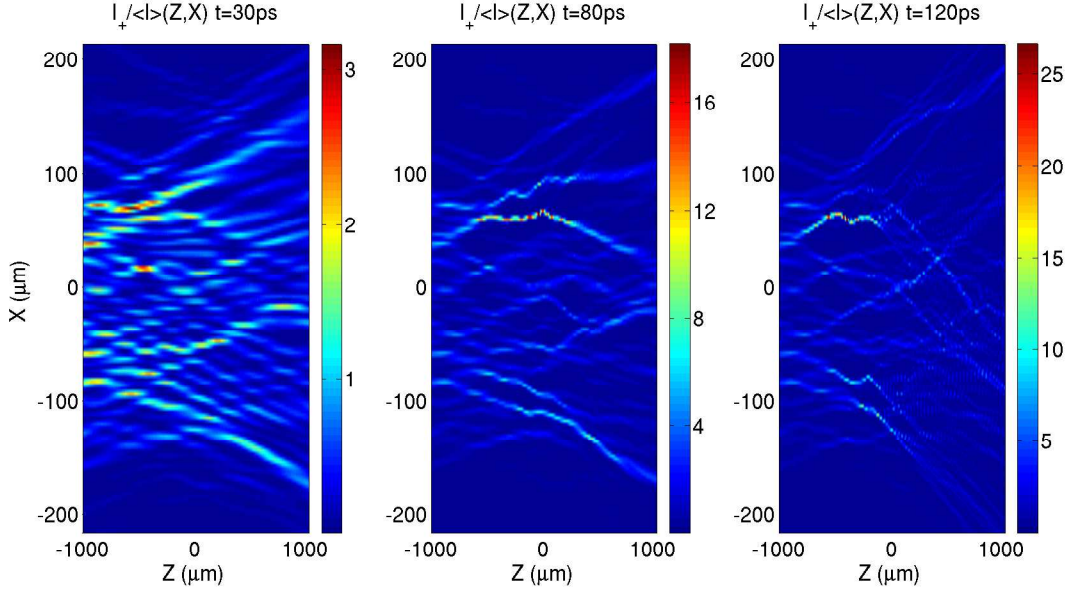


FIG. 4.5.: Faisceau incident $I_+/\langle I \rangle(x_\perp, z)$ pour $\langle I \rangle = 2.5 \cdot 10^{13} \text{Wcm}^2$ à trois instants $t=30$, 80 et 120ps. A ces trois instants, l'intensité du point chaud le plus intense est respectivement de $7.5 \cdot 10^{13} \text{Wcm}^2$, $4 \cdot 10^{14} \text{Wcm}^2$ et $6.2 \cdot 10^{14} \text{Wcm}^2$

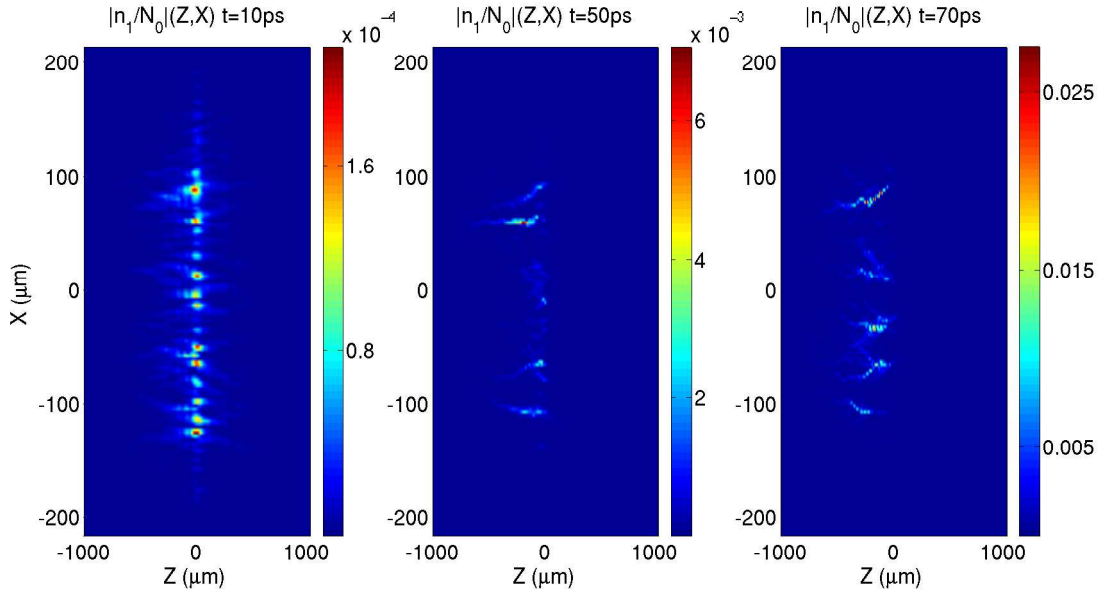


FIG. 4.6.: Amplitude de la composante fondamentale $n_1/N_0(x_\perp, z)$ pour $\langle I \rangle = 8 \cdot 10^{13} W cm^2$ à trois instants $t=10, 50$ et $70ps$

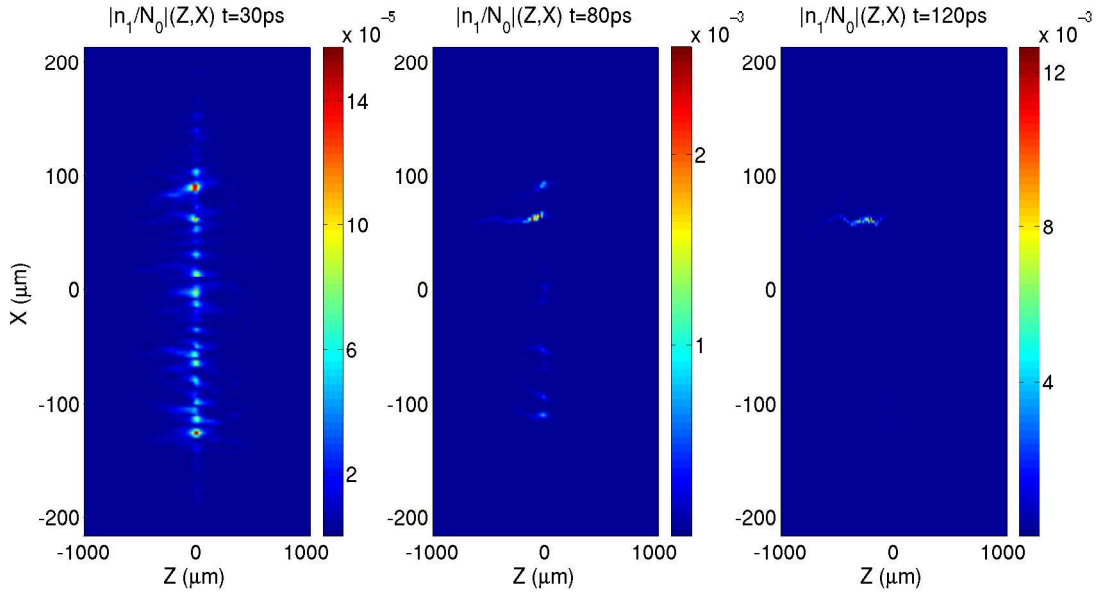


FIG. 4.7.: Amplitude de la composante fondamentale $n_1/N_0(x_\perp, z)$ pour $\langle I \rangle = 2.5 \cdot 10^{13} W cm^2$ à trois instants $t=30, 80$ et $120ps$

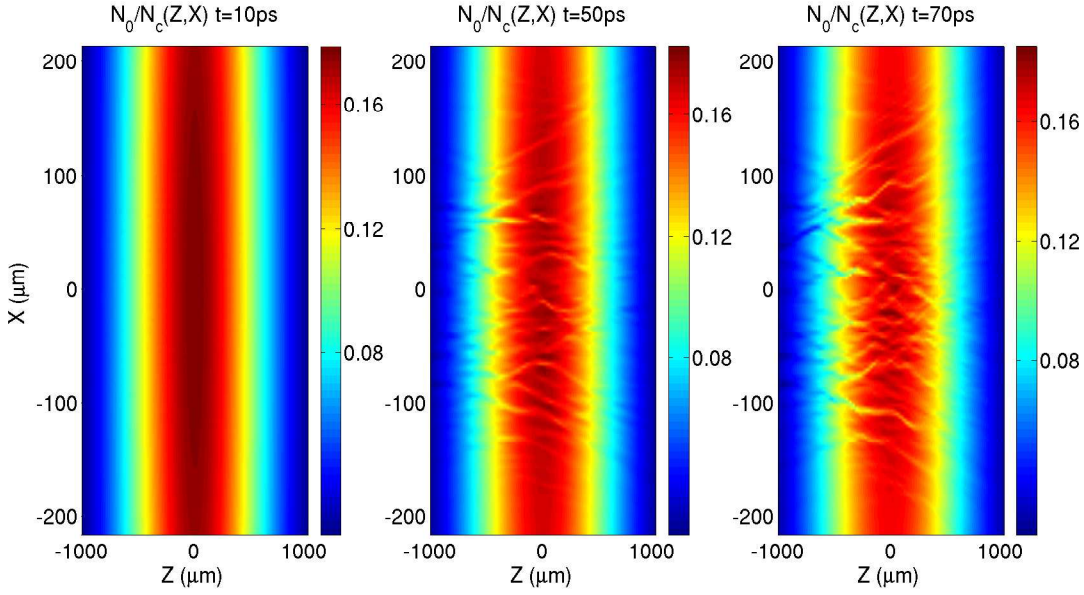


FIG. 4.8.: Densité $N_0/N_c(x_\perp, z)$ pour $\langle I \rangle = 8 \cdot 10^{13} \text{ W cm}^2$ à trois instants $t=10, 50$ et 70ps .

des creusements de plus en plus important au cours du temps et par conséquent de nombreuses zones où l'activité Brillouin n'est plus en mesure de se développer.

Afin de vérifier, si l'auto-lissage est vraiment responsable de la localisation de l'activité Brillouin, une simulation effectuée sans l'autofocalisation a été faite mais en conservant l'absorption collisionnelle. Elle montre que les ondes sonores se développent où la densité est maximum, c'est à dire au sommet du plasma et ne montrent aucun signe de déplacement vers la partie avant du plasma.

Par conséquent, nous pouvons, à partir de ces simulations, expliquer la localisation des ondes sonores par le phénomène d'auto-lissage conduisant l'activité Brillouin à se développer où les conditions le permettent à savoir vers la partie avant du plasma où les speckles sont les plus gros et les plus intenses.

Comme nous pouvons le voir sur la figure Fig. 4.9, montrant pour une intensité maximale $\langle I \rangle = 8 \cdot 10^{13} \text{ W/cm}^2$ une comparaison avec les données expérimentales [63, 64, 65] sur l'évolution spatio-temporelle (sur la direction longitudinale) des fluctuations des ondes sonores, la partie la plus intense de l'activité Brillouin est localisée principalement dans l'intervalle $-550 < z(\mu\text{m}) < -250$, alors que les zones les moins intenses ne sont pas détectées de sorte que les résultats expérimentaux donnent l'impression qu'il n'existe pas d'activité Brillouin au sommet. De plus, nous pouvons constater qu'aussi bien dans les données expérimentales que les résultats de simulations, la partie la plus importante de l'activité Brillouin se développe avant le maximum de l'impulsion laser, et qu'elle diminue après, de sorte qu'au maximum de l'impulsion laser, les ondes sonores ont une amplitude trop faible pour être détectées expérimentalement.

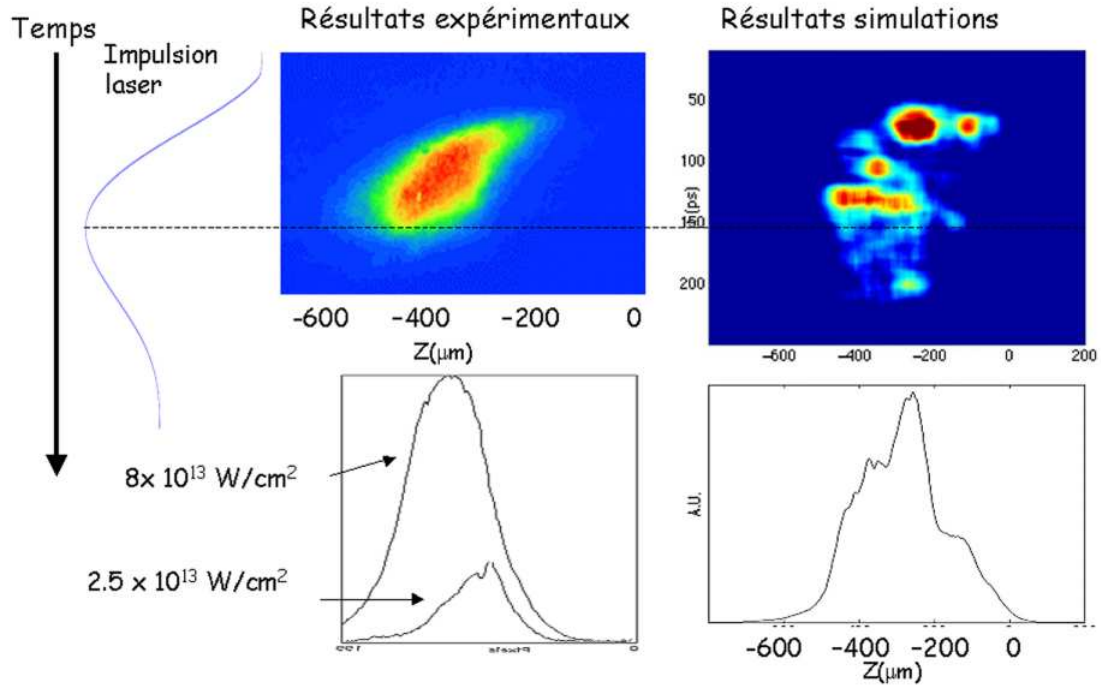


FIG. 4.9.: Comparaison entre les résultats expérimentaux [63] et les résultats des simulations pour une intensité de $\langle I \rangle = 810^{13} W cm^2$

Les résultats des simulations sont donc en bon accord avec les données expérimentales concernant la localisation spatiale et temporelle des ondes sonores.

La méthode de décomposition en harmoniques, nous permet facilement de mettre et d'enlever des termes, et nous avons ainsi pu vérifier que l'absorption collisionnelle jouait un rôle non-négligeable dans la localisation des ondes sonores dans la partie avant du profil de densité. En effet, comme l'absorption dépend de la densité locale, elle est par conséquent plus importante au sommet du plasma et l'intensité laser moins importante.

Un autre aspect important des données expérimentales concerne la comparaison entre les deux intensités utilisées : $\langle I \rangle = 8 \cdot 10^{13} W/cm^2$ et $\langle I \rangle = 2.5 \cdot 10^{13} W/cm^2$. Comme le montre la figure Fig. 4.10 illustrant une coupe transverse de l'amplitude de la composante fondamentale n_1/N_0 le long de l'axe z pour ces deux intensités, la localisation des ondes sonores est très similaire, bien que légèrement plus dans la partie avant du plasma pour le cas de plus haute intensité comme nous pouvons aussi l'observer dans les données expérimentales (Fig 4.9). En effet, ces dernières ont montré que la localisation des ondes sonores changeait légèrement avec les conditions expérimentales c'est à dire l'intensité et la densité du plasma.

Une comparaison entre les deux intensités en utilisant des diagnostics similaires aux diagnostics expérimentaux par camera streak (amplitude des ondes sonores en fonction de la direction transverse et du temps), montre, sur la figure Fig. 4.11, une diminution en temps de l'activité Brillouin ainsi qu'une diminution de la taille transverse lorsque l'intensité diminue. On observe en outre une différence d'environ 2.5 sur les amplitudes

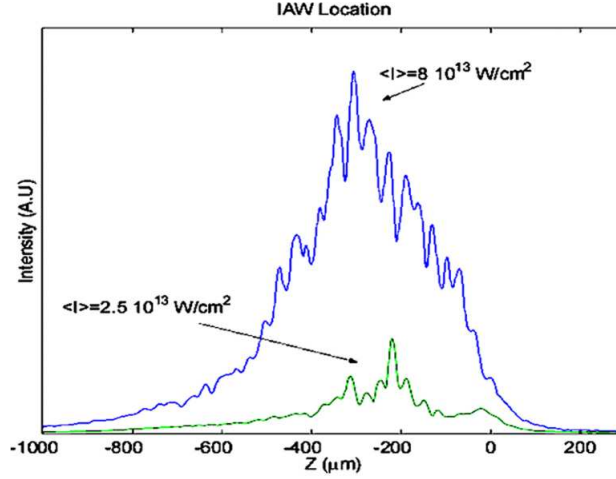


FIG. 4.10.: Coupe transverse, au milieu de la direction transverse, illustrant la localisation des ondes sonores pour deux intensités $\langle I \rangle = 8 \cdot 10^{13} \text{ W cm}^{-2}$ et $\langle I \rangle = 2.5 \cdot 10^{13} \text{ W cm}^{-2}$

maximales des ondes sonores. La durée de l'activité Brillouin entre les deux intensités est considérablement réduite ainsi que la taille transverse qui elle-même est réduite de près d'un facteur 6, comme le montre la figure Fig. 4.12 montrant l'amplitude de la composante fondamentale de l'onde sonore au même instant pour les deux intensités. Il est probable, comme suggéré dans [68], que cette modification spatiale joue un rôle important dans les différences observées sur les réflectivités.

Concernant la réflectivité, il convient tout d'abord de définir correctement la manière dont est récupérée l'énergie rétrodiffusée au cours des expériences : l'énergie rétrodiffusée est collectée avec la même lentille que la lentille de focalisation du faisceau d'interaction et donc par conséquent dans un certain "cône", qui est l'angle solide défini par l'ouverture du faisceau incident. Il convient alors de distinguer dans les simulations, la lumière rétrodiffusée collectée dans toute l'ouverture, à l'intérieur de ce cône (comme dans les expériences) ou à l'extérieur de ce cône. On notera de plus, que lors des expériences, il a été observé que l'angle de la lumière rétrodiffusée tendait à croître avec l'intensité moyenne du faisceau.

Dans les simulations nous utilisons en général la réflectivité instantanée définie par :

$$R_{inst}(t) = \frac{I_{-}(t)}{I_{+}(t)}$$

où I_{-} et I_{+} sont respectivement l'énergie rétrodiffusée et incidente.

La quantité mesurée expérimentalement, que nous appellerons dans la suite la réflectivité moyenne, est en fait définie par le rapport entre l'énergie totale rétrodiffusée (c'est à dire sur toute la durée de l'impulsion) et l'énergie totale du faisceau incident :

$$\langle R \rangle = \frac{\int_0^{t_f} I_{-}(t') dt'}{\int_0^{t_f} I_{+}(t') dt'}$$

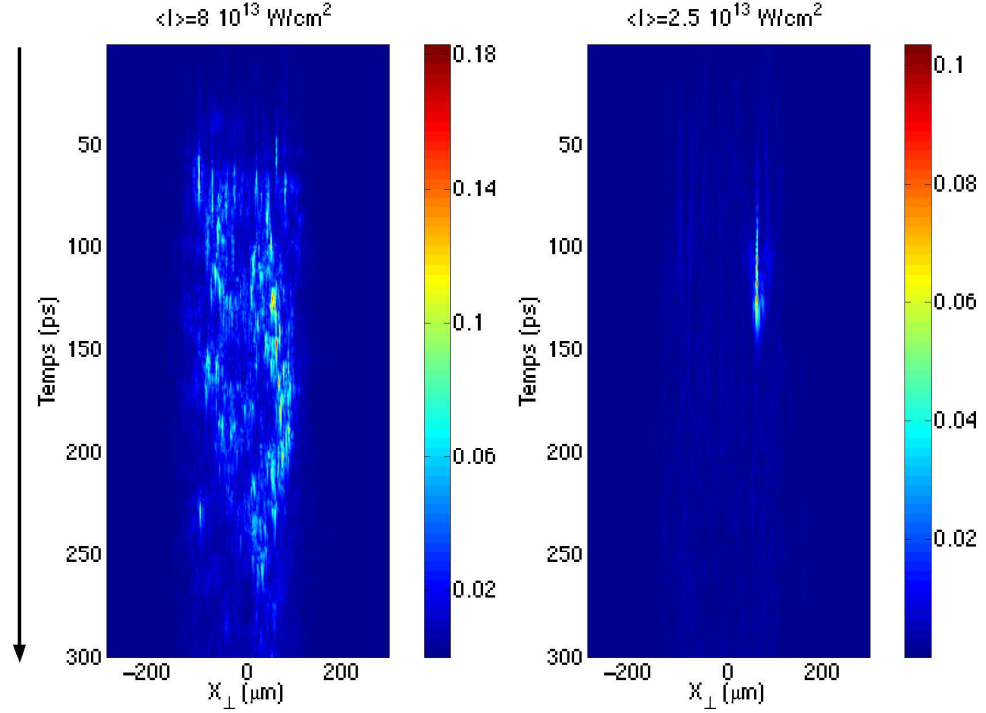


FIG. 4.11.: Diagnostics de type “camera streak” illustrant une coupe longitudinale (en $z = -320\mu\text{m}$) de la composante fondamentale des ondes sonores $\sqrt{n_1/N_0}$ exprimée en fonction du temps (en picosecondes) et de la direction transverse (en μm) pour $\langle I \rangle = 8 \cdot 10^{13} \text{ Wcm}^2$ et $\langle I \rangle = 2.5 \cdot 10^{13} \text{ Wcm}^2$

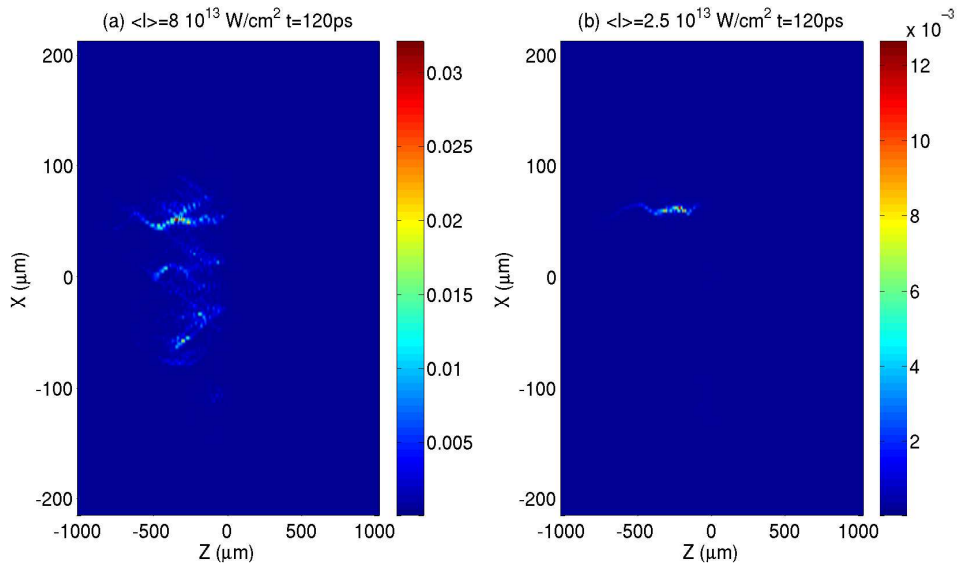


FIG. 4.12.: Amplitude de la composante fondamentale des ondes sonores n_1/N_0 en fonction des directions transverse et longitudinale à $t=120\text{ps}$ pour $\langle I \rangle = 8 \cdot 10^{13} \text{ Wcm}^2$ et $\langle I \rangle = 2.5 \cdot 10^{13} \text{ Wcm}^2$

Où t_f est le temps final de la simulation.

L'énergie collectée à l'intérieur de l'angle solide formé par le faisceau incident est obtenue en ne conservant dans l'espace de Fourier sur la direction transverse que les modes définis par : $|\vec{k}_\perp| < k_0/(1+4f_\#^2)$, l'énergie collectée à l'extérieur correspondant aux autres modes.

Intensité moyenne $\langle I \rangle$ en W/cm^2	Réfectivité (%) Expérimentale	Réfectivité (%) des simulations (avec transport non-local)
$8 \cdot 10^{13}$	$\simeq 1$	1.14 ± 0.26
$2.5 \cdot 10^{13}$	$\simeq 0.1$	0.12 ± 0.04

TAB. 4.1.: Comparaison des réflectivités moyennées sur la durée de l'impulsion entre les résultats expérimentaux et les résultats des simulations effectuées avec le transport non-local, pour deux intensités $\langle I \rangle = 8 \cdot 10^{13} W/cm^2$ et $\langle I \rangle = 2.5 \cdot 10^{13} W/cm^2$

Comme le montre le tableau Tab. 4.1, les réflectivités moyennées sur toute la durée de l'impulsion et collectées dans l'angle solide formé par le faisceau incident sont très proches entre les résultats des simulations et les résultats expérimentaux, avec des différences de l'ordre de moins de 1% pour les deux intensités. On constate qu'une part importante d'énergie est diffusée à l'extérieur de cet angle, comme le montre la figure Fig. 4.13, illustrant la transformée de Fourier dans la direction transverse du champ rétrodiffusé collecté en dehors et à l'intérieur de cet angle pour une intensité de $\langle I \rangle = 8 \cdot 10^{13} W/cm^2$. La figure Fig. 4.15 permet de voir les différences entre les réflectivités issues de ces données. On observe, comme dans les expériences, qu'il existe une quantité non-négligeable d'énergie diffusée à l'extérieur de cet angle et que cette différence s'accroît avec l'intensité moyenne du faisceau RPP. En effet, pour une intensité de $\langle I \rangle = 2.5 \cdot 10^{13} W/cm^2$, la part d'énergie diffusée à l'extérieur est très faible, et la majeure partie de l'activité Brillouin provient de l'énergie diffusée à l'intérieur du cône.

Au vu des résultats obtenus, nous nous sommes intéressés à l'influence des différents mécanismes intégrés dans les simulations, à savoir les conditions sur le profil de densité et de vitesse (gradient), le transport non-local ainsi que le rôle de la non-linéarité des ondes sonores.

Des simulations effectuées avec un gradient de vitesse différent du gradient de vitesse estimé dans les études précédentes, (une longueur de gradient approximativement 2-3 fois plus grande que celle obtenue par les estimations hydrodynamiques) ont soulevé l'importance d'une connaissance parfaite de ce dernier. En effet, dans ce cas, bien que le comportement de l'activité Brillouin ne change pas (la localisation des ondes sonores reste identique, et la partie la plus intense de l'activité Brillouin se fait toujours avant le maximum de l'impulsion), on observe alors des réflectivités moyennes de l'ordre de 50%, soit environ 50 fois plus importante que lors des expériences et lors des simulations effectuées avec le bon gradient de vitesse. Ces résultats montrent le rôle important joué par l'hydrodynamique du plasma. Par conséquent, il apparaît nécessaire que le plasma soit bien caractérisé pour obtenir une reproduction correcte des résultats expérimentaux.

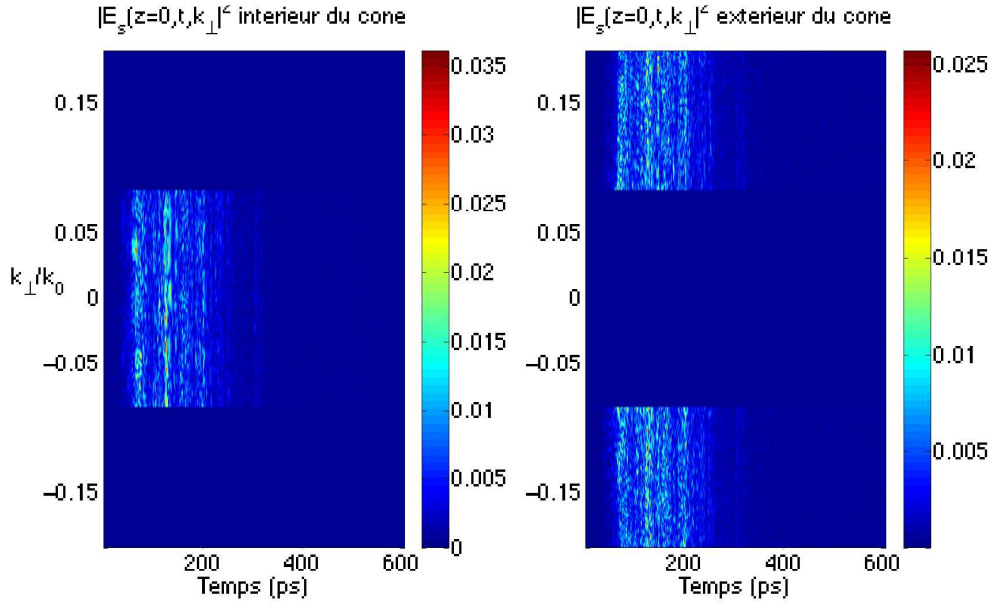


FIG. 4.13.: Transformée de Fourier selon la direction transverse du champ rétrodiffusé à l'intérieur et à l'extérieur de l'angle solide formé par l'ouverture du faisceau incident pour $\langle I \rangle = 810^{13} W cm^2$

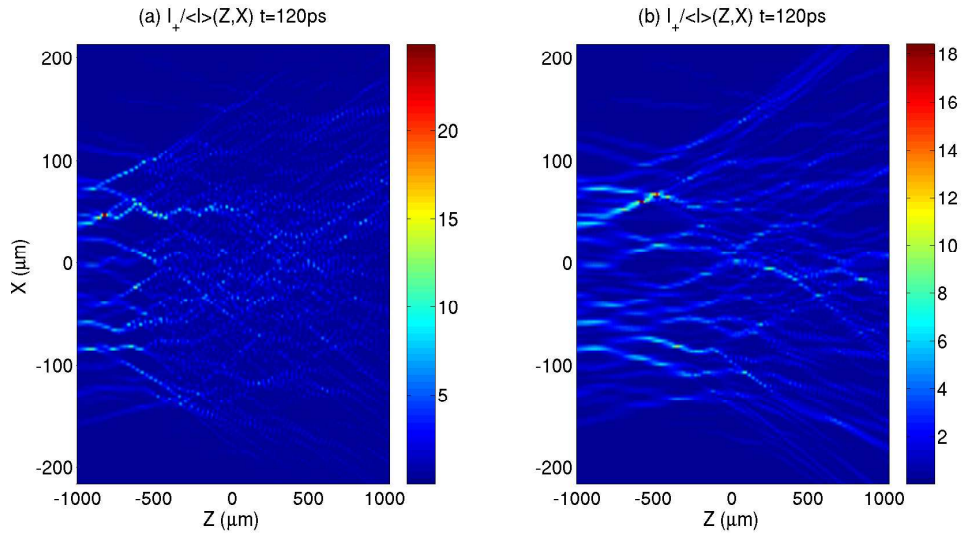


FIG. 4.14.: Comparaison du champ incident $I_+ / \langle I \rangle(x_\perp, z)$ avec transport non-local (à gauche (a)) et sans (à droite (b)) pour $\langle I \rangle = 810^{13} W cm^2$ pris à $t=120ps$

Le transport non-local tend à renforcer l'autofocalisation et la filamentation (via l'addition de la filamentation thermique). Le couplage entre l'instabilité Brillouin et l'instabilité d'autofocalisation est particulièrement complexe. En effet, d'une part l'instabilité d'autofocalisation va conduire à une augmentation de l'intensité favorisant l'instabilité Brillouin puis va conduire d'autre part à une diminution locale de la densité, nuisible cette fois à l'instabilité Brillouin. De plus, dans les points chauds les plus intenses, cette dernière conduit à un appauvrissement de l'onde de pompe nuisible à l'autofocalisation. Le transport non-local va augmenter le nombre de points chauds dépassant le seuil d'autofocalisation, et favoriser ainsi le lissage induit par le plasma qui va modifier le faisceau entier pendant sa propagation. On constate en effet sur la figure Fig. 4.14, comparant l'intensité incidente avec et sans transport non-local en fonction de la direction transverse et longitudinale prises aux mêmes instants, que l'addition du transport non-local conduit à la présence de points chauds de taille beaucoup plus petite que sans le transport non-local, signe d'un auto-lissage plus important. Puisque les points chauds sont plus petits, la réflectivité microscopique qu'ils émettront sera plus faible vu que la réflectivité d'un point chaud dépend de l'intensité et de la taille du point chaud. On peut en effet vérifier que la réflectivité totale (moyennée sur tous les points chauds) est plus importante lorsque l'on ne prend pas en compte le transport non-local (Fig. 4.16). On obtient dans ce cas une réflectivité totale moyennée sur la durée de l'impulsion de l'ordre de $4\% \pm 1\%$ pour une intensité de $\langle I \rangle = 8 \cdot 10^{13} \text{ W/cm}^2$ soit environ 4 fois plus importante que dans les expériences et dans le cas où l'on introduit le transport non-local.

Ces simulations qui reproduisent correctement les niveaux de réflectivités, nous permettent de comprendre un peu mieux l'évolution de l'instabilité de diffusion Brillouin stimulée lors des expériences. Initialement, c'est à dire avant le maximum de l'impulsion, la croissance du gain Brillouin (et donc de la réflectivité) suit celui de l'impulsion, puis chute avant le maximum de cette dernière. Cette chute de la réflectivité est due d'une part à l'auto-lissage qui diminue la taille des speckles mais surtout à une diminution de la densité due à l'expansion du plasma. En effet, les simulations faites sans autofocalisation ont montré une décroissance de la réflectivité très similaire. Ces deux effets (l'auto-lissage et l'expansion du plasma qui provoquent une forte diminution de la densité) sont donc responsables de la chute de la réflectivité Brillouin qui intervient avant le maximum de l'impulsion, et ils soulignent l'importance de l'hydrodynamique dans ces expériences.

Concernant la non-linéarité des ondes sonores, la deuxième harmonique devant évoluer en $|n_1|^2$, on a reporté dans le tableau Tab. 4.2 les amplitudes de la composante fondamentale et de sa deuxième harmonique ainsi que du rapport $|n_2|/|n_1|^2$ pour différentes simulations (à une intensité maximale $\langle I \rangle = 8 \cdot 10^{13} \text{ W/cm}^2$ et avec et sans transport non-local). Sans transport non-local, la deuxième harmonique est plus importante (deux fois plus importante) que dans les simulations avec le transport non-local. Entre une simulation avec le transport non-local et une simulation sans le transport non-local, à haute intensité, comme le montre le tableau Tab. 4.2, la composante fondamentale chute d'un facteur 2.5 environ et la deuxième harmonique d'un facteur 11. Les harmoniques, pour ces conditions, ne semblent donc pas être déterminantes car le transport non-local

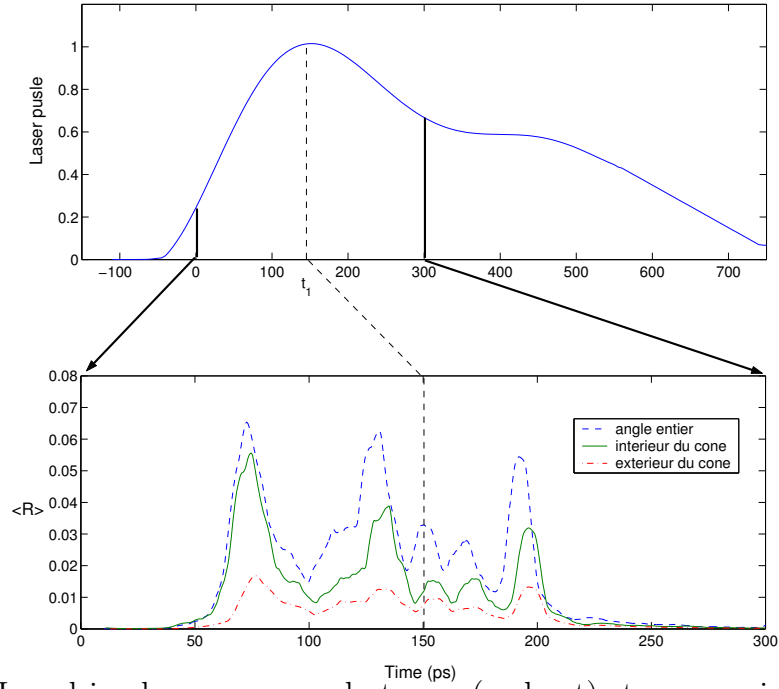


FIG. 4.15.: Impulsion laser au cours du temps (en haut) et comparaison des réflectivités obtenues selon la manière de collecter l'énergie rétrodiffusée (extérieur de l'angle solide formé par l'ouverture du faisceau incident, intérieur ou totalité de l'angle) pour $\langle I \rangle = 810^{13} \text{ W cm}^2$ et avec le transport non-local (en bas)

semble atténuer le transfert d'énergie de la composante fondamentale vers ses harmoniques. En faisant une simulation sans la présence des harmoniques de la composante fondamentale et avec le transport non-local, nous avons en effet pu vérifier que la réflectivité moyenne obtenue variait très peu du résultat précédent ($\approx 1.14\%$) avec une réflectivité moyenne d'environ $(1.3 \pm 0.3)\%$. Bien entendu, il est important de noter que ce résultat, non-généralisable à l'ensemble des expériences, s'explique par l'importance des effets thermiques dans ces expériences.

	$ n_1/N_0 _{max}$	$ n_2/N_0 _{max}$	$(n_2 / n_1 ^2)_{max}$
$8 \cdot 10^{13}$ avec transport non-local	0.03	$1.5 \cdot 10^{-3}$	1.6
$8 \cdot 10^{13}$ sans transport non-local	0.07	$1.7 \cdot 10^{-2}$	3.57

TAB. 4.2.: Comparaison des amplitudes de la composante fondamentale et de sa deuxième harmonique pour les résultats des simulations effectuées avec et sans le transport non-local, pour $\langle I \rangle = 8 \cdot 10^{13} \text{ W/cm}^2$

4.4. Résultats obtenus en mono-speckle

Des simulations semblables ont été menées pour le cas d'un mono-speckle. Le but est de comparer ces résultats aux résultats expérimentaux obtenus pour un faisceau d'in-

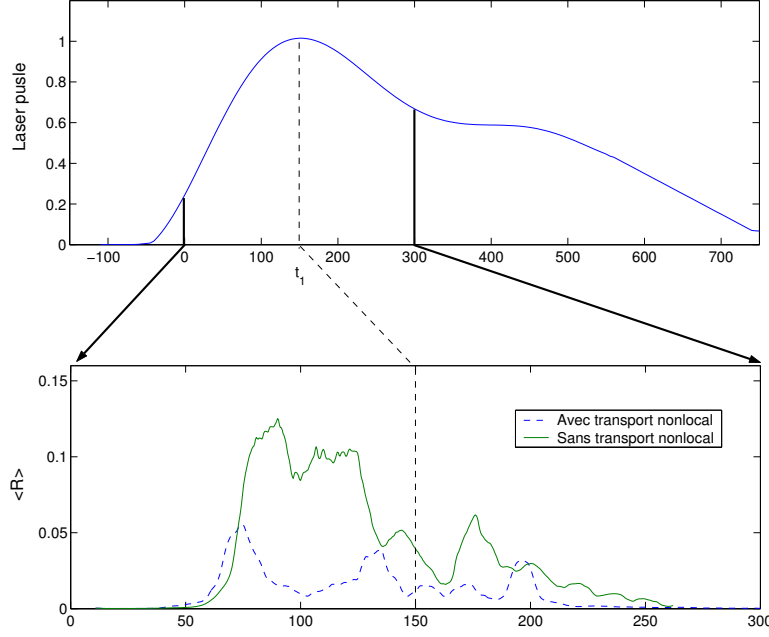


FIG. 4.16.: Impulsion au cours du temps (en haut) et comparaison des réflectivités obtenues avec et sans transport non-local pour $\langle I \rangle = 810^{13} W/cm^2$ (en bas)

teraction dont l'ouverture est limitée par un diaphragme [69, 71]. Nous nous sommes en particulier intéressés à l'évolution de la réflectivité moyenne en fonction de l'éclairement. Les simulations ont été faites avec un nombre d'ouverture $f_{\#} = 10$, des conditions identiques au cas du faisceau RPP (transport non-local, nombre d'harmoniques, profils) mais pour des intensités variant entre $[10^{14} - 5 \cdot 10^{15}] W/cm^2$ pour $\lambda_0 = 1 \mu m$.

Les résultats expérimentaux [69, 71] montrent initialement une croissance exponentielle en fonction de l'intensité entre $10^{13} W/cm^2$ et $10^{15} W/cm^2$, suivie d'une saturation pour des réflectivités entre 5% – 10% au-delà de $10^{15} W/cm^2$. Comme le montre la figure Fig 4.17, les taux de réflectivités obtenus à partir des simulations (en haut) présentent un comportement identique, avec une croissance exponentielle pour un éclairement situé entre $10^{14} W/cm^2$ et $10^{15} W/cm^2$ et une saturation au-delà avec une valeur moyenne de l'ordre de 10%. Il est à noter que les simulations n'ont pu être effectuées au-delà d'une intensité de $5 \cdot 10^{15} W/cm^2$, car le code a présenté une instabilité numérique. En diminuant le pas de temps dans les simulations, il est possible, au prix d'un rallongement du temps de calcul, d'éviter le développement de cette instabilité numérique. Néanmoins, nous nous sommes limités ici à une intensité maximale de $5 \cdot 10^{15} W/cm^2$, car la saturation semble apparaître dès que l'intensité atteint $10^{15} W/cm^2$.

Il est donc intéressant de noter ici, qu'aucun mécanisme de type cinétique ne vient limiter le développement de l'instabilité. Pourtant, la réflectivité, qui est une fonction exponentielle du gain, devrait donc croître à partir du bruit initial R_{th} selon la loi $R \approx R_{th} \exp(2G)$, et devrait donc être plus élevée. Comme précédemment, nous avons pu observer que l'énergie rétrodiffusée en dehors de l'angle solide formé par l'ouverture du faisceau incident augmentait avec l'intensité moyenne du faisceau.

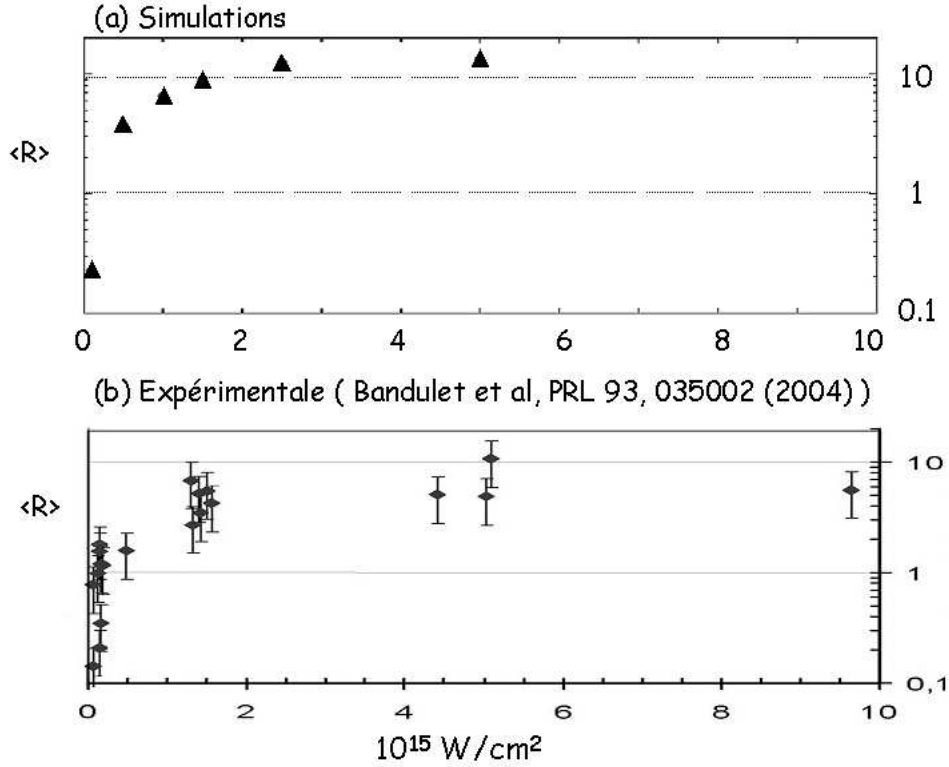


FIG. 4.17.: Taux de réflectivité Brillouin en fonction de l'intensité moyenne (en unité de 10^{15} W/cm^2) pour un faisceau Gaussien avec $f_{\#} = 10$, (a) résultats des simulations, (b) résultats expérimentaux -figure extraite de [69, 71]-

L'évolution spatiale (longitudinale et transverse) au cours du temps du champ incident est illustrée sur la figure Fig. 4.18, pour le cas d'une intensité maximale 10^{15} W/cm^2 . On constate que le point chaud se déplace vers la partie avant du plasma sous l'effet de mécanismes similaires à ceux rencontrés dans [72] pour des expériences de jets de gaz (plasma homogène). Un modèle analytique pour déterminer la position du maximum d'intensité a été établi par ces auteurs en supposant un faisceau Gaussien et il a été déterminé que la position de ce maximum était liée au rapport entre la puissance du faisceau et la puissance critique P/P_c et la position initiale du point focal z_f . Néanmoins, en raison de l'inhomogénéité du plasma, ce modèle ne peut s'appliquer ici, mais on observe malgré tout un comportement très semblable dans la localisation (et le déplacement) de la zone d'activité Brillouin. Pour nos paramètres, le rapport entre la puissance moyenne et la puissance critique est ici très important $P/P_c \approx 20$, signe d'une filamentation très importante que l'on observe en effet sur la figure Fig. 4.18.

La figure Fig. 4.19 illustre les ondes sonores collectées au milieu du plasma selon la direction transverse en fonction de la direction longitudinale et en fonction du temps pour plusieurs intensités. On constate qu'en augmentant l'intensité, les ondes sonores se déplacent au cours du temps du milieu du plasma, où elles naissent avec une intensité très faible, vers une zone située entre $-600 \mu\text{m} < z < -200 \mu\text{m}$, où elles deviennent très

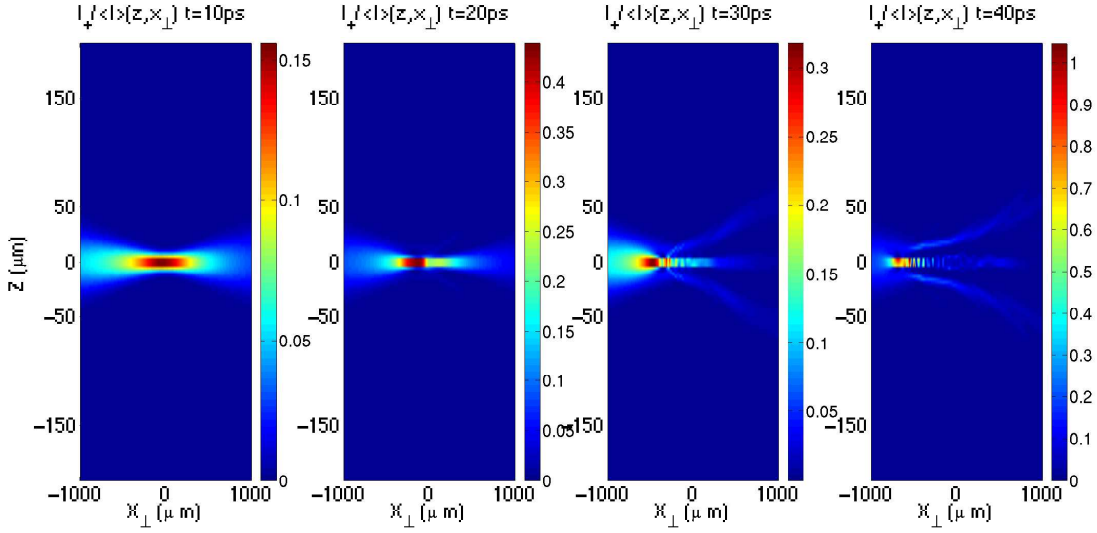


FIG. 4.18.: Evolution de l'intensité incidente à plusieurs instants pour $\langle I \rangle = 10^{15} W cm^2$ et un faisceau Gaussien avec $f_{\#} = 10$

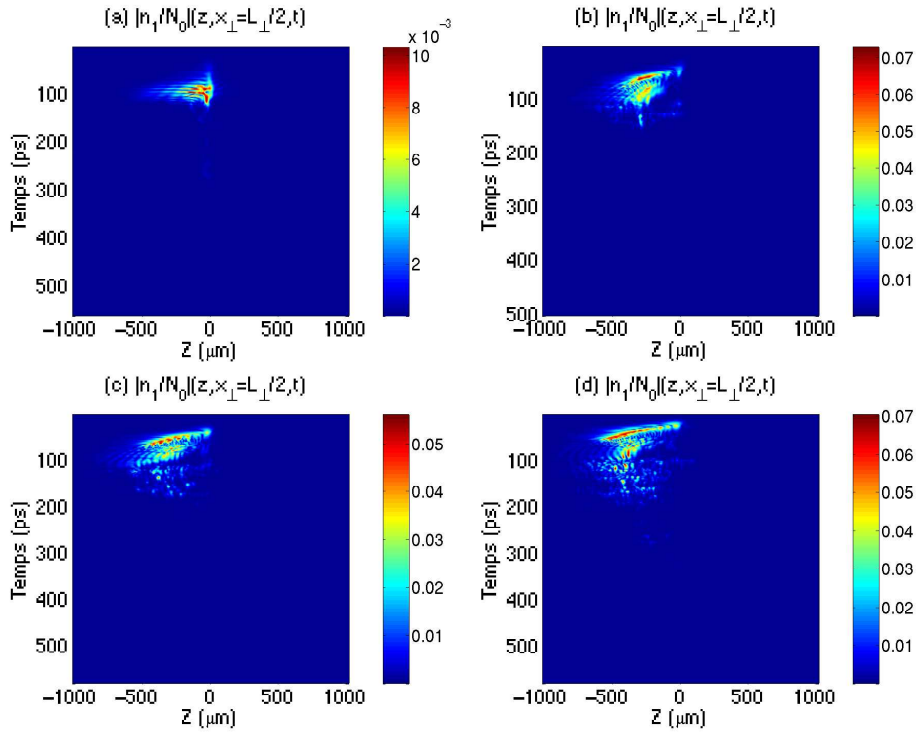


FIG. 4.19.: Evolution des ondes sonores (n_1/N_0) en fonction du temps et de la direction longitudinale prise au milieu de la dimension transverse pour plusieurs intensité (a) $\langle I \rangle = 10^{14} W cm^2$, (b) $\langle I \rangle = 2.5 \cdot 10^{14} W cm^2$, (c) $\langle I \rangle = 5 \cdot 10^{14} W cm^2$ et (d) $\langle I \rangle = 10^{15} W cm^2$ pour un faisceau Gaussien avec $f_{\#} = 10$

intenses puis disparaissent avant que l'impulsion n'arrive à son maximum.

4.5. Discussion sur le niveau de bruit initial utilisé dans les simulations

Comme nous l'avons déjà vu, dans le régime convectif étudié ici, la réflectivité doit croître à partir de fluctuations thermiques qui servent de bruit initial R_{th} . Ce niveau de bruit initial en unité de longueur de Rayleigh est donné par [45] :

$$\epsilon \approx 0.910^{-8} \frac{T_{eff}}{T_e + 3T_i/Z} \frac{n_e/n_c}{1 - n_e/n_c} \frac{1}{\lambda_0}$$

Avec $T_{eff} = T_e(1+ZQ)/(1+ZQT_e/T_i)$ la température effective et $Q = (v_{the}/v_{thi})\exp(-(ZT_e+3T_i)/2T_i)$ où v_{the} et v_{thi} sont les vitesses thermiques électroniques et ioniques. Ce niveau de bruit estimé pour nos paramètres est très faible, de l'ordre de 10^{-8} . Dans les simulations, le niveau de bruit initial, pour les résultats précédents, est de 10^{-4} en intensité, ce qui est beaucoup plus élevé que le niveau de bruit thermique. Des simulations identiques (avec un faisceau RPP) faites avec un niveau de bruit plus faible, à 10^{-6} en intensité, (mais toujours supérieur au niveau thermique) ont conduit à des réflectivités plus faibles d'un facteur 7 à $\langle I \rangle = 8 \cdot 10^{13} \text{W/cm}^2$ et environ 13 à $\langle I \rangle = 2.5 \cdot 10^{13} \text{W/cm}^2$.

Le problème du niveau de bruit pour l'instabilité de diffusion Brillouin est très difficile et n'est toujours pas résolu. Le fait que le bruit que nous avons utilisé, et qui donne de bons résultats sur la réflectivité par comparaison avec les résultats expérimentaux, soit plus grand que le bruit thermique expérimental pourrait être le signe qu'expérimentalement l'instabilité Brillouin ne prend pas naissance à partir des fluctuations thermiques mais à partir de fluctuations plus importantes. De nombreuses études faites par le passé, ont tenté d'étudier cette possibilité. Différents mécanismes ont été suggérés pouvant augmenter le niveau des fluctuations thermiques : l'instabilité de désintégration à deux plasmons [73], la présence d'un faisceau d'interaction secondaire [74], l'évolution non-linéaire des ondes de Langmuir (de l'instabilité Raman) [75], ou encore divers autres mécanismes [76, 77]. Ces différents mécanismes pourraient éventuellement expliquer la nécessité de prendre dans les simulations, un bruit initial très important pour obtenir des résultats en accord avec les résultats expérimentaux.

4.6. Conclusion

Les simulations effectuées avec la méthode de décomposition en harmoniques montrent un bon accord avec les résultats des expériences du LULI. En particulier, il a été possible de reproduire des caractéristiques de la zone d'activité Brillouin (localisation spatiale et temporelle). Il est important de souligner qu'une très bonne caractérisation du plasma permet d'obtenir ces bons résultats car la connaissance des profils de densité et de vitesse semble essentielle. Cela prouve le rôle important joué par l'hydrodynamique résolue

dans le code Harmony2D, qui décrit l'évolution du plasma et qui intervient très fortement dans la chute de la réflectivité. Tous les mécanismes introduits dans les simulations semblent jouer un rôle, à savoir : l'absorption collisionnelle, le transport non-local, ainsi qu'une réelle impulsion laser. Nous avons pu en outre vérifier que le lissage induit par le plasma était bien la cause de la localisation spatiale de la zone d'activité Brillouin.

Néanmoins en dépit des bons résultats obtenus ici, il est important de noter que plusieurs mécanismes ont été soit simplifiés, soit pas encore introduits lors des simulations. En particulier, nous avons fait l'hypothèse d'un plasma isotherme, ce qui devrait être amélioré pour prendre en considération l'évolution de l'énergie dans les équations hydrodynamiques et ainsi modifier la prise en compte du transport non-local par rapport à la méthode employée ici. En outre dans les simulations effectuées, nous n'avons pas introduit la modélisation des non-linéarités des ondes sonores dues aux effets cinétiques. Ce travail, non appliqué aux expériences LULI, fait l'objet du chapitre suivant. En effet, bien que de prime abord, ces mécanismes ne semblent pas utiles pour modéliser le jeu d'expériences choisi ici, une déviation de la relation de dispersion des ondes sonores a été observée lors de certaines expériences LULI dans les zones où l'activité Brillouin était la plus intense. Ces décalages, augmentant avec l'amplitude des ondes sonores ne s'expliquent pas par l'unique addition du Brillouin et du décalage Doppler, et sont donc signes d'un processus non-linéaire affectant la croissance des ondes sonores comme le piégeage ionique [38].

De plus, les effets 3D susceptibles de modifier le comportement par rapport au cas 2D (en particulier sur le couplage entre Brillouin et l'autofocalisation qui est différente en 3D) n'ont évidemment pas été analysés ici. Néanmoins le bon accord trouvé entre les simulations 2D et les résultats expérimentaux encourage l'utilisation de la méthode de décomposition en harmoniques et son développement en 3D.

5. Amélioration du modèle : modélisation des effets cinétiques et des sous-harmoniques

Jusqu'à présent dans notre modélisation de l'instabilité de diffusion Brillouin stimulée en plasma inhomogène, nous n'avons pas encore pris en compte les effets particuliers cinétiques résultant de l'interaction entre l'onde sonore (dans le cas de l'instabilité Brillouin simulée) et les particules. Ces effets donnent lieu à un piégeage partiel des particules lorsque le niveau des fluctuations de densité associées aux ondes acoustiques ioniques n'est pas trop important (régime perturbatif) et lorsque la vitesse de phase de l'onde est grande devant la vitesse thermique de la population de particules considérée. Un autre point important concerne les études récentes faites sur la stabilité d'une onde acoustique ionique. En effet, des études récentes ont montré [88] qu'une onde acoustique ionique était instable vis à vis de sa désintégration en ondes de plus grandes longueurs d'ondes (sous-harmoniques, par analogie avec les harmoniques qui sont les ondes de plus courtes longueurs d'ondes), via des effets non-linéaires de type fluide. Ces études ont en outre montré qu'il existait un lien étroit entre les effets cinétiques (ioniques et électroniques) et le taux de croissance de cette instabilité, les effets cinétiques ioniques tendant à favoriser la croissance des sous-harmoniques.

Puisque l'ensemble de ces effets (sous-harmoniques et effets cinétiques) semble jouer un rôle important dans la saturation non-linéaire de l'instabilité de diffusion Brillouin stimulée, il nous apparaît essentiel de modéliser ces mécanismes via la méthode de décomposition en harmoniques.

Nous commencerons d'abord par rappeler des notions importantes sur la modélisation des effets cinétiques ainsi que sur les études faites sur l'instabilité d'une onde acoustique ionique. Dans un deuxième temps, nous présenterons, par des simulations, la mise en évidence d'effets non-linéaires de type fluide susceptibles de provoquer la désintégration d'une onde sonore en composantes de plus grandes longueurs d'ondes. Puis, nous présenterons la méthode utilisée dans le code Harmony pour introduire les sous-harmoniques et nous terminerons par des comparaisons effectuées entre un code PIC-Hybrid (où les ions sont traités comme des particules et les électrons comme un fluide isotherme) et le code Harmony, en vue de modéliser simultanément les effets cinétiques ioniques et les sous-harmoniques.

5.1. Introduction : Rappels théoriques

5.1.1. Les effets cinétiques : amortissement Landau et piégeage des particules

L'une des premières manifestations des effets cinétiques résultant de l'interaction résonnante entre une onde et des particules dont la vitesse est voisine de la vitesse de phase de l'onde, est l'effet Landau linéaire [79]. Cet effet, ne pouvant pas être mis en évidence par la théorie fluide, conduit même en l'absence de collisions à l'amortissement de l'onde. La théorie linéaire de l'amortissement Landau explique que lorsque l'on considère l'interaction d'une onde (ici une onde sonore) de vitesse de phase $v_\phi = \omega/k$ (où ω et k sont respectivement la pulsation et le vecteur d'onde de l'onde) avec des particules décrites par une fonction de distribution Maxwellienne $F(\vec{x}, \vec{v})$, on constate une perte d'énergie de l'onde qui se manifeste par un amortissement de celle-ci. En effet, les particules ayant une vitesse proche de la vitesse de phase de l'onde vont fortement interagir avec cette dernière et la supposition d'un effet Landau linéaire n'est plus possible. Les particules ayant une vitesse plus rapide que la vitesse de phase de l'onde seront ralenties en donnant leur énergie à l'onde et celles ayant une vitesse inférieure à la vitesse de phase seront accélérées. Puisque dans un plasma Maxwellien il existe plus de particules avec une vitesse inférieure à la vitesse de phase de l'onde que de particules avec une vitesse supérieure, le bilan global résulte dans une perte d'énergie de l'onde, et par conséquent dans un amortissement de l'onde.

Dans le cas d'une onde sonore, on doit prendre en considération à la fois le mouvement électronique et le mouvement ionique. La vitesse de phase de cette onde est donc définie par $v_{Ti} \leq v_\phi \leq v_{Te}$ où $v_{Te} = (T_e/m_e)^{1/2}$ est la vitesse thermique électronique et $v_{Ti} = (T_i/m_i)^{1/2}$ la vitesse thermique ionique.

Par une linéarisation de l'équation de Vlasov et de l'équation de Poisson, on peut calculer l'expression de la fonction diélectrique $D(\omega, k)$ et par résolution de la relation de dispersion $D(\omega, k) = 0$, on retrouve pour la partie réelle de la solution ω^r la pulsation des ondes sonores (définissant la vitesse de phase $v_\phi = \omega^r/k$), et pour la partie imaginaire l'expression de l'amortissement Landau donnée par la formule classique :

$$\frac{\gamma_L}{\omega} = \frac{\pi \omega_{pi}^2}{2 k^2} \left(\frac{\partial F_{0,i}}{\partial v} \right)_{v_\phi} \quad (5.1)$$

$$\frac{\gamma_L}{\omega} = \left(\frac{\pi}{8} \right)^{1/2} \left(\frac{v_\phi}{v_{Ti}} \right)^3 \left[\exp - \left(\frac{v_\phi^2}{2v_{Ti}^2} \right) + \left(\frac{Zm_e}{m_i} \right)^{1/2} \left(\frac{T_i}{ZT_e} \right)^{3/2} \right] \quad (5.2)$$

La linéarisation de l'équation de Vlasov n'étant valable que pour des ondes de faibles amplitudes, il est intéressant d'étudier son régime de validité. La linéarisation de l'équation de Vlasov est identique à la linéarisation des équations du mouvement des particules soit $x = x_0 + x_1$ pour la position et $v = v_0 + v_1$ pour la vitesse où les quantités indexées par "0" définissent les trajectoires non-perturbées (en l'absence de champ) et les quantités indexées par "1" les perturbations. On obtient alors, pour une onde sonore décrite par

un champ $E(x, t) = \text{Re}[E_0 \exp(i(kx - \omega^r t) + \gamma_L t)]$:

$$\begin{aligned} x_0 &= v_0 t & v_0 &= \text{Constante} \\ \frac{dx_1}{dt} &= v_1 & \frac{dv_1}{dt} &= \frac{q}{m} E(x, t) = \frac{q}{m} \text{Re}[E_0 \exp(i(kx - \omega^r t) + \gamma_L t)] \end{aligned}$$

où q est la charge des particules considérées, $q = Ze$ pour les ions et $q = -e$ pour les électrons. Cette dernière équation une fois résolue nous donne l'expression de la perturbation de vitesse v_1 puis par intégration la perturbation de la position x_1 . L'expression de la perturbation de la position fait apparaître pour les particules ayant une vitesse proche de la vitesse de phase, les particules résonnantes avec $\omega^r = kv_0$, une croissance séculaire indiquant que l'approximation linéaire n'est valable que sur des temps courts. Pour ces particules résonnantes, on obtient pour l'amplitude de la perturbation de la position :

$$|x_1| = \frac{q|E_0|}{m\gamma_L^2}$$

La linéarisation de la trajectoire n'est cohérente que lorsque x_1 reste faible devant la longueur d'onde de la perturbation soit $kx_1 \ll 1$, ce qui s'écrit en terme de l'amplitude de x_1 sous la forme :

$$\left(\frac{kq|E_0|}{m} \right)^{1/2} \ll \gamma_L$$

Cette équation définit le régime de validité de la linéarisation, indiquant que sur des temps très courts le mouvement des particules est fortement non-linéaire. Cette expression fait intervenir une fréquence correspondant à la fréquence de piégeage des particules. En effet, sous l'action d'un champ des particules peuvent être piégées. En se plaçant dans le référentiel de l'onde ($\xi = x - (\omega^r/k)t$, et $V = v - (\omega^r/k)t$) et en supposant pour simplifier que l'amplitude du champ E est réelle, l'équation du mouvement d'une particule chargée s'écrit :

$$\frac{d^2\xi}{dt^2} = \frac{q}{m} E_0 \sin(\xi)$$

L'énergie totale H d'une particule de masse m est une constante du mouvement donnée par : $H = \frac{mV^2}{2} + q\phi(\xi)$ où $\phi(\xi)$ est le potentiel dont dérive ce champ donné par : $\phi(\xi) = (E_0/k)\cos(\xi)$ avec une valeur maximale donnée par : $\phi_{max} = (|E_0|/k)$. En étudiant le mouvement de ces particules, nous sommes amenés à distinguer deux types de trajectoires :

- Les trajectoires des particules piégées dans le puits de potentiel de l'onde, celles dont l'énergie est telle que $H < q|E_0|/k$
- Les trajectoires des particules appelées circulantes allant soit plus vite que l'onde soit plus lentement, ce sont les particules telles que : $H > q|E_0|/k$.

Par conservation de l'énergie totale du système, on peut trouver la vitesse maximale v_{max} nécessaire pour que les particules ne soient pas piégées dans le potentiel de l'onde.

Les particules circulantes effectuent un mouvement quasi uniforme lorsque leur vitesse est plus grande que cette vitesse $v_{max} = 2\sqrt{q|E_0|/mk}$. Cette quantité permet de définir maintenant la région de résonance définie précédemment comme étant les particules ayant une vitesse égale à la vitesse de phase, et définie maintenant pour une onde d'amplitude finie comme les particules dont la vitesse est comprise dans l'intervalle : $-v_{max} < v < v_{max}$. Toutes les particules comprises dans cette région de résonance sont donc des particules piégées dans le potentiel de l'onde. L'équation du mouvement de ces particules satisfait l'équation précédente correspondant à des trajectoires elliptiques. Par linéarisation du sinus dans cette équation, on voit apparaître l'équation d'un mouvement harmonique : $d^2\xi/dt^2 + \omega_b^2\xi = 0$ avec une fréquence d'oscillation donnée par : $\omega_b = (Zek|E_0|/m)^{1/2}$ (où $q = Ze$). Les particules piégées oscillent donc au fond du puits de potentiel avec cette fréquence $\omega_b = kv_{max}/2$. Cette fréquence est celle apparaissant dans la condition de validité de la linéarisation de l'équation de Vlasov. Dans cette zone de résonance, le mouvement des particules piégées dans le potentiel de l'onde modifie très fortement la fonction de distribution et conduit à la formation d'un plateau dans l'intervalle $-v_{max} < v < v_{max}$. La fonction de distribution devient alors constante dans cet intervalle et sa dérivée est nulle, et par conséquent l'amortissement Landau est nul. Ainsi pour résumer nous avons :

- dans le régime linéaire défini par $\omega_b \ll \gamma_L$, l'amortissement Landau a pu intervenir et l'onde, qui est de faible amplitude, a pu être amortie.
- dans le cas opposé, $\omega_b \gg \gamma_L$, l'onde est d'amplitude finie, et l'amortissement Landau n'a pas pu se produire avant les effets de piégeages des particules résonnantes. Ces derniers conduisent à la formation d'un plateau dans la fonction de distribution dans la zone de résonance et à un amortissement Landau supprimé [79].

L'onde n'est donc amortie que sur des temps courts et tend, sur des temps plus longs que $2\pi/\omega_b$, à une amplitude finie.

Le calcul effectué par Morales et O'Neil [80], a montré par résolution de l'équation du mouvement des particules que l'amortissement Landau était effectivement supprimé sur des temps longs (tout en retrouvant la théorie linéaire sur des temps courts), mais qu'en outre, dans le régime $\omega_b \gg \gamma_L$, il existait un décalage de fréquence non-linéaire écartant la fréquence de celle satisfaisant la relation de dispersion des ondes sonores de sorte que la fréquence devient : $\omega = \omega^r + \delta\omega$. Dans le cas d'une onde sonore où l'on conserve la contribution des électrons et des ions, le décalage de fréquence non-linéaire calculé par Morales et O'Neil s'écrit [80, 81] :

$$\delta\omega = -K \sum_{\alpha=i,e} \left| \frac{q\phi_0}{m_\alpha} \right|^{1/2} \left(\frac{\omega_{p\alpha}}{k} \right)^2 \left(\frac{\partial^2 F_{0,\alpha}}{\partial v^2} \right)_{v_\phi} \left(\frac{\partial D}{\partial \omega} \right)^{-1}_{\omega=\omega^r}$$

avec les charges ioniques $q_i = Ze$ et électroniques $q_e = -e$. La fonction diélectrique des ondes sonores $D(\omega, k) = 1 + 1/(k^2\lambda_D^2) - \omega_{p,i}^2/(\omega^2 - 3k^2v_{Ti}^2)$ et K est une constante qui dépend de la manière dont la calcul est effectué [80, 81, 82], mais qui, en règle générale, vaut approximativement entre 1 et 2. On peut réécrire cette expression en termes des

fluctuations de densité associées à l'onde sonore $\delta n/n$: (en utilisant $|e\phi/T_e| \simeq |\delta n/n|$) :

$$\delta\omega = -K \left| \frac{\delta n}{n} \right|^{1/2} \left(\frac{ZT_e}{m_i} \right)^{1/2} \left(\frac{\partial D}{\partial \omega} \right)^{-1}_{\omega=\omega^r} \left[\left(\frac{\omega_{pi}}{k} \right)^2 \left(\frac{\partial^2 F_{0,i}}{\partial v^2} \right)_{v_\phi} + \left(\frac{m_i}{Zm_e} \right)^{1/2} \left(\frac{\omega_{pe}}{k} \right)^2 \left(\frac{\partial^2 F_{0,e}}{\partial v^2} \right)_{v_\phi} \right]$$

Or on a :

$$\left(\frac{\partial D}{\partial \omega} \right)^{-1}_{\omega=\omega^r} = \frac{k^4}{2\omega_{pi}^2 \omega^r} \left(\frac{ZT_e/m_i}{1 + k^2 \lambda_D^2} \right)^2$$

où ω^r et k sont la pulsation et le vecteur d'onde de l'onde sonore, satisfaisant la relation de dispersion : $(\omega^r/k)^2 = (ZT_e/m_i)/(1 + k^2 \lambda_D^2) + 3T_i/m_i$.

Nous pouvons ainsi calculer les contributions ionique et électronique. La deuxième dérivée de la fonction de distribution ionique calculée à la vitesse de phase $v_\phi = \omega^r/k$ s'écrit :

$$\left(\frac{\partial^2 F_{0,i}}{\partial v^2} \right)_{v_\phi} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}(T_i/m_i)^{3/2}} \left[\frac{ZT_e/T_i}{1 + k^2 \lambda_D^2} + 2 \right] \exp \left(-\frac{1}{2} \left[\frac{ZT_e/T_i}{1 + k^2 \lambda_D^2} + 3 \right] \right)$$

On peut d'ores et déjà voir qu'en raison de la vitesse de phase de l'onde sonore $v_{Ti} \leq v_\phi \leq v_{Te}$, les effets cinétiques électroniques conduiront à une contribution ayant un signe opposé aux effets cinétiques ioniques. Pour les électrons, en raison du rapport des masses ioniques et électroniques $m_e/m_i \ll 1$, on a :

$$\left(\frac{\partial^2 F_{0,e}}{\partial v^2} \right)_{v_\phi} \approx \frac{-1}{\sqrt{2\pi}(T_e/m_e)^{3/2}}$$

Par conséquent, le décalage de fréquence non-linéaire s'écrit :

$$\frac{\delta\omega}{\omega} = (\eta_i + \eta_e) \left| \frac{\delta n}{n} \right|^{1/2}$$

Avec les coefficients η_i et η_e donnés sous forme pratique par :

$$\begin{aligned} \eta_i &= -\frac{K}{2\sqrt{2\pi}} \left(\frac{ZT_e}{T_i} \right)^{1/2} u \frac{(u+2)}{(1+3/u)} \exp \left(-\frac{1}{2}(u+3) \right) \\ \eta_e &= \frac{K}{2\sqrt{2\pi}} \frac{1}{(1+k^2 \lambda_D^2)(1+3/u)} \end{aligned}$$

avec le paramètre $u = \frac{ZT_e/T_i}{(1+k^2 \lambda_D^2)}$. On prendra dans la suite la valeur du coefficient calculé par Morales et O'Neil soit $K \approx 1.6$. L'expression du décalage de fréquence pour les électrons n'a pas été confirmé par des calculs ultérieurs et la possibilité d'utiliser une telle modélisation reste sujet à caution [81, 85].

Les effets cinétiques ioniques conduisent à un aplatissement de la fonction de distribution des ions pour des vitesses comprises dans l'intervalle $[v_\phi - v_{tr}, v_\phi + v_{tr}]$ avec la vitesse de piégeage $v_{tr} = \sqrt{ZT_e/m_i} \sqrt{|\delta n/n|}$ et produisent un décalage de fréquence

avec un signe négatif alors que les effets cinétiques électroniques conduisent à un aplatissement de la fonction de distribution des électrons pour $v < v_{The}$ et produisent un décalage de fréquence avec un signe positif. Cette prise en compte des effets cinétiques à travers des modèles fluides a été déjà très souvent utilisée. La contribution majeure des fluctuations de densité provenant de la composante fondamentale (de vecteur d'onde k_s), on peut écrire le décalage de fréquence non-linéaire dans le propagateur des ondes sonores sous la forme $\delta\omega/\omega = \eta|n_1/N_0|^{1/2}$.

Le calcul de Morales et O'Neil est valable dans un régime de faible amplitude, un régime perturbatif. Ce calcul effectué en conditions initiales, est valable tant que l'amplitude de l'onde varie peu en temps, mais lorsque ces variations au cours du temps sont importantes, un tel traitement devient imprécis. La modélisation des effets cinétiques électroniques par un terme de décalage de fréquence ne semble pas suffire et un traitement plus complexe prenant en compte les couplages avec les autres harmoniques semble nécessaire [?, 85]. Nous ne prendrons pas ici en compte les effets de collisions qui tendent à rétablir la fonction de distribution des particules à l'équilibre (par annulation du plateau formé) en libérant les particules piégées.

5.1.2. Instabilité paramétrique des ondes sonores

Lors de simulations PIC ("Particle in Cell") [86, 87], un transfert d'énergie de la composante fondamentale des ondes sonores vers des composantes de grandes longueurs d'onde (des *sous-harmoniques*, par analogie avec les composantes de courtes longueurs d'ondes, les harmoniques, existant lorsque l'onde évolue en structures de type solitons) a été observé. Ce transfert d'énergie a montré en outre une réduction de l'énergie de la composante fondamentale au cours du temps. Expérimentalement, cette "désintégration" a été observée [69, ?], montrant en particulier une désintégration vers des vecteurs d'ondes du type $k_s/2$ où k_s est le vecteur d'onde de l'onde sonore.

L'étude de la désintégration d'une onde sonore en sous-harmoniques est un problème très complexe car l'onde sonore n'est pas monochromatique (il existe au moins sa deuxième harmonique) et ainsi le système devra induire le couplage avec cette deuxième harmonique. La relation de dispersion d'une onde sonore $\omega^R(k) = c_{se}k\{1/[1 + k^2\lambda_D^2] + 3T_i/ZT_e\}^{1/2}$ (avec $c_{se} = (ZT_e/T_i)^{1/2}$) ne peut satisfaire les conditions de résonance pour un couplage à trois ondes entre une onde dite "mère" (ω_m, k_m) (assimilée à la composante fondamentale de l'onde sonore), une onde basse fréquence (ω, k) et la composante Stokes ($\omega_m - \omega, k_m - k$) du couplage entre l'onde mère et la basse fréquence. En effet, il est impossible de trouver une solution telle que : $\omega(k_m) = \omega(k) + \omega(k_m - k)$ (où l'indice "m" indique l'onde "mère"). Néanmoins lorsque les effets de dispersion sont négligeables ($\lambda_D \rightarrow 0$), cette relation peut-être satisfaite. Mais dans ce cas, la composante anti-Stokes ($k_m + k$) apporte une contribution non-négligeable stabilisante qui compense la composante Stokes [86]. Les premières études faites sur la désintégration d'une onde sonore en sous-harmoniques [19] basées dans la limite d'une faible dispersion, et déterminant un taux de croissance dépendant linéairement de l'amplitude la composante fondamentale, ne prenait pas en compte la composante anti-Stokes et la génération des harmoniques de la composante mère.

L'étude de la stabilité d'une onde acoustique ionique vis-à-vis de sa désintégration en ondes acoustiques ioniques de plus grandes longueurs d'ondes a été récemment effectuée [88] dans le cadre d'une description fluide. Les auteurs ont en particulier montré que pour étudier la stabilité d'une onde sonore il est nécessaire d'aller au-delà d'un couplage à 4 ondes (entre l'onde basse fréquence, l'onde mère et les composantes Stokes et Anti-Stokes du couplage entre l'onde basse fréquence et l'onde mère) car il faut conserver un couplage à 7 ondes avec : l'onde basse fréquence, l'onde mère, les couplages entre onde mère-onde basse fréquence, la deuxième harmonique et les couplages deuxième harmonique-onde basse fréquence, soit les composantes suivantes : (ω, k) , (ω_m, k_m) , $(\omega_m \pm \omega, k_m \pm k)$, $(2\omega_m, 2k_m)$, $(2\omega_m \pm \omega, 2k_m \pm k)$. Nous nous intéresserons dans cette partie à résumer les principaux résultats de cet article.

Cette étude a été faite dans le cas d'une onde mère générée par un potentiel forcé (et non par un couplage avec une onde laser) et en étendant aussi l'étude au cas où la fréquence du potentiel forcé $\omega_m = \omega(k_m)$ n'est pas exactement la fréquence satisfaisant la relation de dispersion linéaire ω^R mais où il existe un décalage entre les deux, caractérisés par $\delta\omega_{mis}$ tel que $\omega_m = \omega^R + \delta\omega_{mis}$, ce décalage pouvant être provoqué comme nous l'avons vu dans la section précédente par les effets cinétiques. En particulier, comme nous allons le voir, la présence d'un décalage de fréquence permet dans certains cas de retrouver les résultats de [19].

Un potentiel forcé de la forme $\Phi_p = 2\phi_p \cos(k_m z - \omega_m t)_p$ va générer des ondes sonores initialement de la forme $\delta n/n = (\delta n/n)_m \cos(k_m z - \omega_m t)$ où ω_m, k_m satisfont : $\omega_m \equiv \omega(k_m) = \omega^R(k_m) + \delta\omega_{mis}$ où ω^R satisfait la relation de dispersion donnée par : $\omega^R(k_m) = c_{se} k_m \{1/[1 + k_m^2 \lambda_D^2] + 3T_i/ZT_e\}^{1/2}$. L'étude [88] a montré qu'il existait trois branches d'instabilités possibles dépendant de la géométrie du système et de la présence ou non d'un décalage de fréquence entre la fréquence de l'onde mère et celle du potentiel forcé.

1. La branche de l'instabilité correspondant à celle rencontrée lors des expériences, appelée le *Two Ion Decay*, et correspondant au couplage à trois ondes étudié par [19] est l'instabilité présentant le taux de croissance γ le plus important. Ce dernier évolue linéairement en temps avec l'amplitude de la composante fondamentale, alors que pour les autres instabilités le taux de croissance évolue linéairement avec le carré de l'amplitude de la composante fondamentale. Cette instabilité (notée l'instabilité *Decay H1* dans [88]) correspond au cas d'un couplage à trois ondes résonant entre l'onde mère (ω_m, k_m) sa composante basse fréquence (ω, k) et la composante Stokes $(\omega_m - \omega, k_m - k)$:

$$\omega^R(k_m) + \delta\omega_{mis} = \omega(k) + \omega(k_m - k)$$

Cette instabilité ne peut exister qu'en présence d'un décalage de fréquence positif $\delta\omega_{mis} > 0$ et lorsque ce décalage dépasse une valeur seuil $(\delta\omega/\omega)_{seuil} \equiv (2/3)(\delta n/n)^2/(k_m^2 \lambda_D^2)$. Pour le cas de faibles valeurs du décalage de fréquence telles que : $(\delta\omega/\omega)_{seuil} < (\delta\omega)/\omega < (3/8)(k_m \lambda_D)^2$, le vecteur d'onde excité est une fonction du décalage de fréquence, et l'instabilité peut se développer en 1D ou 2D avec

un taux de croissance donné par :

$$\frac{\gamma_{H1}}{\omega_m} = \sqrt{\frac{2}{3}} \left(\frac{\delta\omega_{mis}}{\omega_m} \right)^{1/2} \left(\frac{\delta n}{n} \right)_m \frac{1}{(k_m \lambda_D)} \quad (5.3)$$

où ω_{pi} est la fréquence de plasma ionique et $(\delta n/n)_m$ l'amplitude de la composante fondamentale. En 1D, le taux de croissance présente un optimum lorsque $\delta\omega/\omega = (\delta\omega/\omega)_{opt}(3/8)(k_m \lambda_D)^2$ puis pour des valeurs du décalage de fréquence supérieures à cet optimum, l'instabilité n'existe pratiquement plus en 1D. Le taux de croissance en 1D est maximisé pour un angle θ_{opt} avec un taux de croissance γ_{opt} :

$$\theta_{opt} = \sqrt{2 \left[\frac{\delta\omega_{mis}}{\omega_m} - \frac{3}{8} (k_m \lambda_D)^2 \right]} \quad (5.4)$$

$$\left(\frac{\gamma_{TID}}{\omega_m} \right)_{opt} = \frac{1}{2} \left(\frac{\delta n}{n} \right)_m \quad (5.5)$$

et avec un vecteur de l'onde excité $k \approx k_m/2$ (on retrouve ici le fameux *Two Ion Decay*-TID) (ce qui est identique aux résultats de [19], mais en présence d'un décalage de fréquence positif). En 2D, on retrouve les mêmes résultats, mais le taux de croissance ne diminue pas mais augmente avec l'amplitude de la composante fondamentale lorsque le décalage de fréquence est au-delà du décalage de fréquence optimum.

2. L'instabilité appelée *Decay H2* correspond au couplage résonnant entre la deuxième harmonique de l'onde mère et sa composante Stokes ($2\omega_m - \omega, 2k_m - k$) et la composante basse-fréquence (ω, k) :

$$2(\omega(k_m) + \delta\omega_{mis}) = \omega(k) + \omega(2k_m - k)$$

Dans cette instabilité, le taux de croissance évolue avec le carré de la composante fondamentale, et est donc inférieur au taux de croissance de l'instabilité précédente. Cette instabilité existe à la fois avec et sans décalage de fréquence et quelque soit le signe de ce dernier. Néanmoins, selon le signe de ce décalage, le taux de croissance sera maximum pour des vecteurs d'ondes différents et des angles différents. Cette instabilité présente la caractéristique de pouvoir se développer même dans le cas d'une résonance exacte ($\delta\omega_{mis} = 0$), c'est à dire dans un régime purement fluide, sans l'addition d'effets cinétiques (via un décalage de fréquence). Dans ce dernier cas, l'instabilité présentant un taux de croissance maximum se développe pour un angle donné par : $\theta_{opt} = (3/2)(k_m \lambda_D)$, et pour un vecteur d'onde $k \approx k_m/2$. Le taux de croissance est alors donné par :

$$\frac{\gamma_{H2}}{\omega_m} = C_{H2} \frac{1}{3(k_m^2 \lambda_D^2)} \left(\frac{\delta n}{n} \right)_m^2 \quad (5.6)$$

avec un coefficient numérique C_{H2} de l'ordre de l'unité.

3. La troisième instabilité mise en évidence dans cette étude et pouvant elle-aussi exister dans le cas d'une résonance exacte (régime purement fluide) est l'instabilité modulationnelle, mettant en jeu les deux ondes Stokes et Anti-Stokes de la composante mère $(\omega_m \pm \omega, k_m \pm k)$. Le taux de croissance maximum de l'instabilité modulationnelle apparaît pour un angle nul, c'est à dire lorsque $k_{\perp}/k_m = 0$ et il est alors donné par une expression semblable à celle de l'instabilité *H2* :

$$\frac{\gamma_{mod}}{\omega_m} = C_{mod} \frac{1}{3(k_m^2 \lambda_D^2)} \left(\frac{\delta n}{n} \right)_m^2 \quad (5.7)$$

avec un coefficient numérique C_{mod} de l'ordre de l'unité.

A partir de cette étude, il apparaît clair que la désintégration d'une onde sonore en composante de plus grandes longueurs d'onde est favorisée dans un cas 2D et en présence d'un décalage de fréquence, mais qu'elle peut néanmoins exister dans un régime purement fluide (sans décalage) et dans une géométrie unidimensionnelle.

On peut, suivant [88], rassembler les résultats concernant les taux de croissance maximums de l'instabilité suivant la géométrie étudiée :

Pour une géométrie 1D :

- Si le décalage de fréquence est nul (ou faible) l'instabilité présente est une instabilité modulationnelle, (avec $k_{\perp} = 0$) et un taux de croissance donné par 5.7.
- Lorsque le décalage de fréquence est négatif, l'instabilité de type *decay H2* prend le dessus sur l'instabilité modulationnelle avec un taux approximativement donné par 5.6.
- Pour un décalage de fréquence positif et dans l'intervalle défini par :

$$\frac{2}{3(k_m \lambda_D)^2} \left(\frac{\delta n}{n} \right)_m^2 < \left(\frac{\delta \omega_{mis}}{\omega_m} \right) < \left(\frac{\delta \omega_{mis}}{\omega_m} \right)_{opt} \simeq \frac{3}{8} (k_m \lambda_D)^2$$

l'instabilité de type *H1* prend le dessus sur l'instabilité modulationnelle avec le taux défini par 5.3. Néanmoins, au-delà de la valeur $(\delta \omega_{mis}/\omega)_{opt}$ du décalage de fréquence, aucune instabilité ne subsiste en 1D.

Pour une géométrie 2D :

- Si le décalage de fréquence est nul (régime purement fluide) ou très petit, l'instabilité du deuxième type (*decay H2*) se développe et présente un taux de croissance maximum (5.6) pour un angle donné par $\theta = (3/2)k_m \lambda_D$ et pour un vecteur d'onde donnée par $k \approx k_m/2$ et l'instabilité modulationnelle se développe pour un angle nul $k_{\perp} = 0$ et pour des vecteurs d'ondes tels que $k \ll k_m$, avec un taux de croissance défini par 5.7.
- si le décalage de fréquence est négatif, $\delta \omega_{mis} < 0$, les mêmes instabilités se développent (modulationnelle et H2) et l'instabilité *H2* présente un taux de croissance supérieur avec un vecteur d'onde et un angle fonction du décalage de fréquence.
- si le décalage de fréquence est positif, $\delta \omega_{mis} > 0$, l'instabilité *H1* (*Two Ion Decay*) domine avec un taux de croissance maximum (fonction de l'amplitude de la composante fondamentale) donné par l'expression 5.5 et au-delà de la valeur $\delta \omega_{cut}$ contrairement au cas 1D, cette instabilité présente un taux de croissance maximum donné par 5.5 pour $k \approx k_m/2$ et un angle $\theta_{opt} \approx \sqrt{2[\delta \omega_{mis}/\omega_m - (3/8)(k_m \lambda_D)^2]}$

La présence des effets cinétiques se manifeste par un décalage de fréquence non-linéaire $\delta\omega_K(|\frac{\delta n}{n}|) : \omega_{nl}(|\frac{\delta n}{n}|) = \omega^R + \delta\omega_K$, et la fréquence des ondes sonores est devenue non-linéaire. Dans ce cas, la définition précédente du décalage $\delta\omega_{mis} = \omega_m - \omega^R$ devient : $\delta\hat{\omega}_{mis} = \omega_m - \omega_{nl}$ conduisant à redéfinir le décalage par : $\delta\hat{\omega}_{mis} = \delta\omega_{mis} - \delta\omega_K$. Par conséquent, si l'on suppose que $\delta\omega_{mis} = 0$, les effets cinétiques donnent un décalage de fréquence négatif, $\delta\hat{\omega}_{mis} = -\delta\omega_K$, et puisque l'on a : $\delta\omega_K = \eta|\delta n/n|^{1/2}$ selon le signe de η , la croissance des sous-harmoniques peut-être favorisée. En particulier pour les effets cinétiques ioniques où η est négatif, le décalage devient positif et cela favorise la croissance des composantes de grandes longueurs d'ondes.

5.2. Mise en évidence d'un transfert d'énergie vers les composantes de grandes longueurs d'ondes via des non-linéarités fluides

Nous tacherons dans cette partie, à travers deux études différentes, de montrer que dans des régimes purement fluides, un transfert d'énergie entre les composantes de courtes longueurs d'ondes d'une onde sonore (harmoniques et composante fondamentale) et les sous-harmoniques se développe. Nous présenterons dans un premier temps une étude 1D faite dans un régime fluide décrit par une équation de type Korteweg-De-Vries et basée sur une précédente étude de Ikezi [89]. Puis dans un deuxième temps, nous présenterons une étude en 2D basée sur des simulations fluides.

5.2.1. Auto-modulation

Au cours de cette expérience [89], les auteurs ont étudié le comportement non-linéaire de paquets d'ondes se propageant dans un plasma dispersif. En observant expérimentalement le comportement d'une onde acoustique modulée en amplitude (de fréquence porteuse ω_s , et de fréquence de modulation ω_0 définie par $\omega_0/\omega_s = 0.1$), ils ont montré que lorsque l'amplitude initiale des paquets d'ondes est suffisamment importante, l'amplitude de l'onde mère (noté ω_s) diminue progressivement pendant que les modes $\omega_s + p\omega_0$ se développent et en particulier les modes tels que $p < 0$.

Un modèle simplifié, basé sur une équation d'évolution pour l'enveloppe du paquet d'onde, ne prenant en compte que les effets dispersifs et les effets de piégeages des ions a été proposé par les auteurs afin de reproduire les résultats expérimentaux.

Nous cherchons à étudier si cette désintégration progressive des composantes de plus courtes longueurs d'ondes vers les composantes de plus grandes longueurs d'ondes, qui est observée à la fois dans l'expérience et dans les simulations Vlasov, peut-être reproduite dans une description fluide.

On suppose comme dans l'article, une condition initiale pour la perturbation de densité du type :

$$\frac{\delta n}{n_0} = a_0[1 - \cos(k_0 x)]\cos(k_s x)$$

où a_0 est l'amplitude, k_s le nombre d'onde de l'onde porteuse et k_0 le nombre d'onde de modulation défini par $k_0/k_s = 0.1$, on s'intéresse à l'évolution des paquets d'ondes. Initialement, le système présente 4 modes : le mode k_0 , le mode k_s et les couplages $k_s \pm k_0$. Les non-linéarités fluides vont progressivement créer une génération d'harmoniques de l'onde mère conduisant à la création des modes définis par pk_s avec $p > 1$. De la même manière, les harmoniques des trois autres modes vont se développer conduisant progressivement à remplir le "peigne" des vecteurs d'ondes. En effet, les non-linéarités fluides vont créer les modes pk_0 , $p(k_s \pm k_0)$. Après le développement de ces modes, rien ne peut prévoir comment l'énergie se répartira entre eux. Les simulations Vlasov effectuées par Ikezi [89] ont montré un transfert progressif d'énergie vers les modes définis par $k_s + pk_0$ avec $p < 0$, et un étalement spatial des paquets d'ondes. Les simulations que nous avons effectuées pour reproduire ces résultats expérimentaux sont basées sur une description fluide à partir d'un modèle de Korteweg-De-Vries. On utilise en effet, l'équation d'évolution suivante de la perturbation de densité :

$$\left[\partial_t + c_s \partial_x + \frac{c_s \lambda_D^2}{2(1 + \tau_i)} \partial_{xxx}^3 \right] \left(\frac{\delta n}{n_0} \right) + \frac{c_s}{2} \partial_x \left(\frac{\delta n}{n_0} \right)^2 = 0$$

avec $\tau_i = 3T_i/ZT_e$. Un amortissement sur l'onde est aussi inclus (non indiqué dans l'équation), que nous prendrons très faible dans nos simulations. La figure 5.1 illustre l'évolution au cours du temps des différents modes $k_s + pk_0$ avec $p = [1, -1, 0, 2, -2]$. On

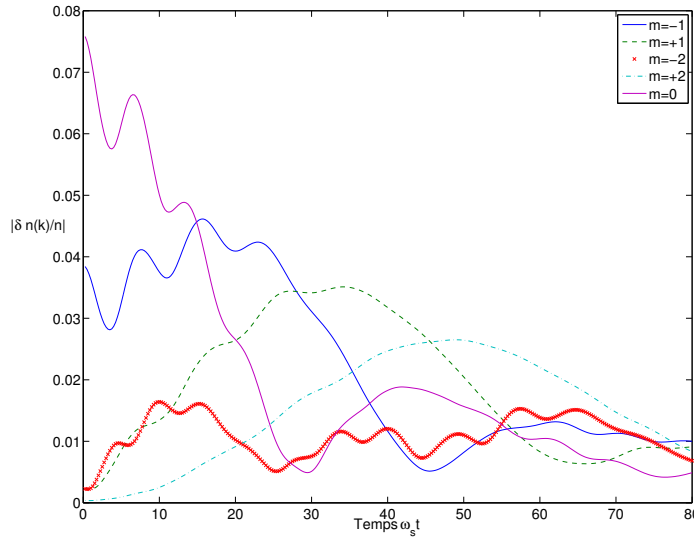


FIG. 5.1.: Évolution temporelle de $\delta n(k)/n_0$ pour les différents modes $k_s + pk_0$ avec $p = [1, -1, 0, 2, -2]$, pour une amplitude $a_0=0.4$

constate que la composante "mère" diminue progressivement en amplitude (en présentant quelques oscillations temporelles) en donnant son énergie aux autres modes. La composante "-1" connaît la croissance la plus importante par rapport aux autres modes. De

plus, les autres modes connaissent une croissance retardée en temps. Ces résultats sont très en accord avec les résultats expérimentaux obtenus dans [89], en particulier l'illustration Fig.4 de l'article. En outre en diminuant l'amplitude, nous avons pu vérifier, comme dans les résultats de l'article, que l'onde mère subit un amortissement Landau, sans échange d'énergie entre les différents modes. Dans ce cas, à faible amplitude, les autres modes ne connaissent aucune croissance au cours du temps.

La figure 5.2 illustre l'évolution des paquets d'ondes (dans le repère de l'onde $x - c_s t$) à 4 instants, ainsi que l'évolution correspondante des spectres dans l'espace de Fourier. On constate que la non-linéarité intervient en provoquant la génération des harmoniques des différents modes sur les premiers instants. Puis progressivement, les modes $k_s + pk_0$ avec $p < 0$ et plus particulièrement le mode k_0 se développe pendant que les autres modes diminuent en amplitude. Au cours du temps, le paquet d'ondes s'étale progressivement. Sur des temps plus longs ($\omega_s t = 60$), les paquets d'ondes sont étalés et le spectre dans

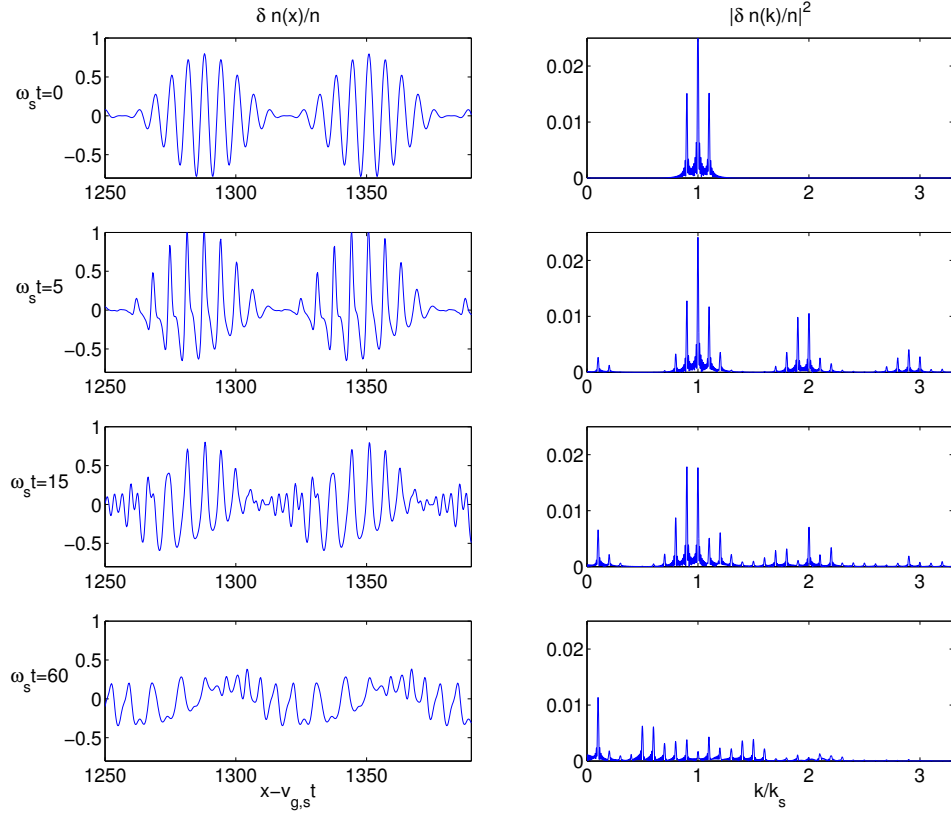


FIG. 5.2.: Evolution des paquets d'ondes dans le repère de l'onde $x - c_s t$ à 4 instants différents (à gauche) et spectre de Fourier des paquets d'ondes au même instant (à droite) pour une amplitude initiale $a_0 = 0.4$

l'espace de Fourier montre que le seul mode dominant qui reste est le mode k_0 . Les harmoniques de l'onde mère ont perdu en énergie, ainsi que l'onde mère et les autres composantes avec $p > 0$.

Ces résultats très en accord avec les résultats de [89], montrent que les seuls mécanismes de non-linéarités fluides suffisent à reproduire la tendance et que les effets cinétiques ne sont pas nécessaires pour observer une désintégration vers les composantes de grandes longueurs d'ondes.

Néanmoins, suivant la méthode décrite précédemment pour modéliser les effets cinétiques et les travaux de Schamel [92], il est intéressant d'introduire un décalage de fréquence non-linéaire par rapport à la fréquence satisfaisant la relation de dispersion et de redériver une équation de Korteweg-De-Vries modifiée [94]. En effet, en écrivant :

$$\omega_{NL} = \omega^R + \alpha \left| \frac{\delta n}{n} \right|^{1/2}$$

avec un coefficient α lié au paramètre du calcul de Morales et O'Neil, il est possible de déterminer une équation de type M-KDV (*Modified Korteweg-De-Vries*) [92]. Cette introduction d'un terme non-linéaire modifiant la relation de dispersion s'obtient en modifiant la supposition d'une loi de Boltzmann pour les électrons.

On obtient alors une équation s'écrivant :

$$\left[\partial_t + c_s \partial_x + \frac{c_s \lambda_D^2}{2(1 + \tau_i)} \partial_{xxx}^3 \right] \left(\frac{\delta n}{n_0} \right) + \frac{c_s}{2} \partial_x \left(\frac{\delta n}{n_0} \right)^2 + \alpha \left| \frac{\delta n}{n} \right|^{1/2} \frac{\delta n}{n_0} = 0$$

Cette équation fait apparaître une non-linéarité supplémentaire, en concurrence avec la non-linéarité fluide. Nous nous sommes intéressés à l'étude de ce modèle, très similaire au modèle présenté dans [89]. En particulier, partant de l'hypothèse que les effets cinétiques sont correctement décrit par ce modèle, nous avons étudié l'effet de la simple non-linéarité cinétique sur l'évolution du système. La figure Fig. 5.3 montre les résultats obtenus en ne conservant que la non-linéarité cinétique définie par le terme en $\left| \frac{\delta n}{n} \right|^{1/2}$ et en excluant les non-linéarités fluides en $\left(\frac{\delta n}{n_0} \right)^2$. La figure 5.3 montre au cours du temps un étalement du paquet d'ondes, avec une croissance de certains modes, mais ne montre en aucune manière une croissance particulière des modes avec $p < 0$ ni du mode k_0 . On observe un "étalement" des composantes dans l'espace de Fourier situées autour du nombre d'onde de l'onde porteuse k_s . En conclusion, cette étude nous permet de voir que les non-linéarités fluides peuvent être à l'origine d'une croissance des composantes de grandes longueurs d'ondes, et que les mécanismes d'origines cinétiques proposés par [89] pour expliquer cette croissance ne semble pas forcément nécessaires. Ces derniers, bien que pouvant avoir un effet supplémentaire, ne sont pas forcément déterminants dans ce cas précis pour expliquer la croissance des modes définis par $k_s + pk_0$ avec $p < 0$.

5.2.2. Simulations fluides 2D

A partir du code dit "complet" décrit au chapitre 4 et annexe B, et résolvant numériquement les équations fluides, nous nous intéressons ici à étudier la possibilité d'un transfert d'énergie vers les sous-harmoniques via des mécanismes purement fluides. Dans un premier temps pour simplifier le problème nous étudions l'action d'un potentiel pondérateur forcé et non un couplage avec le laser, ce qui signifie que l'on applique un

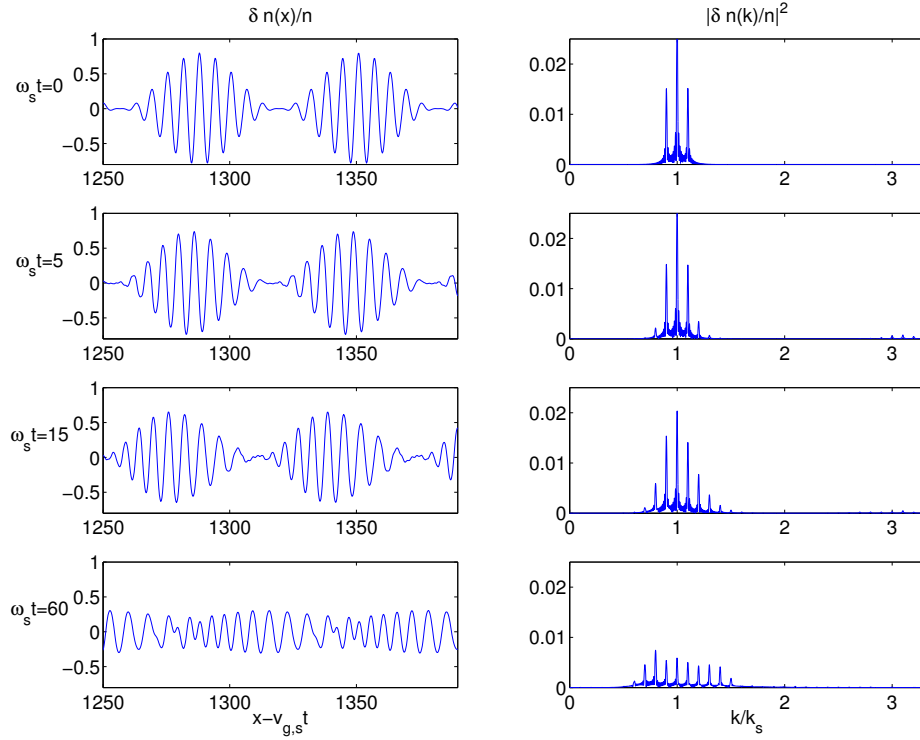


FIG. 5.3.: Evolution des paquets d'ondes dans le repère de l'onde $x - c_s t$ à 4 instants différents (à gauche) et spectre de Fourier des paquets d'ondes au même instants (à droite) pour une amplitude initiale $a_0 = 0.4$ et une simulation effectuée en ne conservant que les non-linéarités d'origine cinétiques

potentiel extérieur φ_p représentant le comportement du potentiel pondéromoteur de l'instabilité Brillouin. On résout alors les équations hydrodynamiques suivantes en 2D pour la densité ionique n_i la vitesse ionique \vec{v}_i :

$$\begin{aligned} \partial_t n_i + \nabla \cdot (n_i \vec{v}_i) &= 0 \\ \partial_t \vec{v}_i + (\vec{v}_i \cdot \nabla) \vec{v}_i + \frac{3T_i}{m_i} \frac{\nabla n_i}{n_i} &= -\frac{Ze}{m_i} \varphi \\ n_e &= n_{e0} \exp[e(\varphi - \varphi_p)/T_e] \\ \nabla^2 \phi &= \frac{e}{\epsilon_0} (n_e - Zn_i) \end{aligned}$$

La densité électronique est reliée au potentiel pondéromoteur $\varphi_p = 2\hat{\varphi}_p \cos(\omega_s t - k_s x)$. On utilisera dans la suite l'amplitude du potentiel pondéromoteur normalisé défini par $\phi_p = e\hat{\varphi}_p/T_e$. Ce potentiel pondéromoteur va alors créer une onde sonore composée de la composante fondamentale se comportant en $\exp(\pm i(\omega_s t - k_s x))$ et d'amplitude $(\delta n/n)_s \equiv n_1$ et de ses harmoniques se comportant en $\exp(\pm ip(\omega_s t - k_s x))$ et d'amplitude $(\delta n/n)_p \equiv n_p$ avec $p > 1$. Nous supposons dans un premier temps le système homogène et périodique afin de ne pas avoir à prendre en compte l'évolution hydrody-

namique du plasma. Cette supposition nous permet d'étudier l'évolution du système sur des temps plus longs puisque nous ne sommes pas restreints par l'expansion du plasma. Il est d'abord important de comprendre ce que l'on s'attend à observer dans ce type de simulations. Dans un régime de faible émission d'harmoniques (dans lequel nous nous placerons dans la suite) c'est-à-dire un régime perturbatif où l'amplitude du potentiel pondéromoteur est faible, nous avons déjà vu précédemment que l'évolution de la composante fondamentale de l'onde sonore n_1 s'écrit :

$$\left(\partial_t + v_{s,1} \partial_x + \nu_s - i \frac{c_s}{2k_s} \nabla_{\perp}^2 + i\omega_s + i\Delta\omega_{NL} + \nu_{NL} \right) n_1 = -i \frac{k_s c_s C_1^p}{2} \phi_p \quad (5.8)$$

Avec le coefficient C_1^p prenant en compte les corrections dues à la dispersion ainsi qu'à la température ionique $\tau_i = 3T_i/ZT_e$:

$$C_1^p = \frac{1}{(1 + k^2 \lambda_D^2)^{1/2} [1 + \tau_i (1 + k_s^2 \lambda_D^2)]^{(1/2)} (1 + \tau_i)^{(1/2)}} \quad (5.9)$$

Et $v_{s,1}$ la vitesse de la composante fondamentale :

$$v_{s,1} = \frac{c_s}{[1 + \tau_i]^{1/2}} \left\{ \frac{[1 + \tau_i (1 + k_s^2 \lambda_{De}^2)^2]}{(1 + k_s^2 \lambda_{De}^2)^{(3/2)} [1 + \tau_i (1 + k_s^2 \lambda_{De}^2)]^{1/2}} \right\} \quad (5.10)$$

L'influence des harmoniques supérieures sur la composante fondamentale se ramène à un décalage de fréquence non-linéaire $\Delta\omega_{NL}$ et à un amortissement non-linéaire ν_{NL} , tous deux fonctions de $|n_1|^2$ et définis au chapitre 4.

La deuxième harmonique n_2 est décrite par une équation similaire :

$$\left(\partial_t + v_{s,2} \partial_x + 2\nu_s - i \frac{c_s}{4k_s} \nabla_{\perp}^2 + i\delta_{disp,2} + i2\omega_s \right) n_2 = -ik_s c_s C_2 n_1^2$$

Le terme représentant l'écart à la résonance est donné, en conservant les corrections dues à la dispersion, et pour une harmonique quelconque caractérisée par l'indice p par l'expression suivante :

$$\delta_{disp,p} = -\frac{pk_s c_s}{2[1 + \tau_i]^{1/2}} \left\{ \frac{k_s^2 \lambda_D^2 [p^2 - 1]}{[1 + k_s^2 \lambda_D^2]^{1/2} [1 + (pk_s)^2 \lambda_D^2] [1 + \tau_i (1 + k_s^2 \lambda_D^2)]^{1/2}} \right\} \quad (5.11)$$

Si l'on suppose que seule la deuxième harmonique a une influence sur l'évolution de la composante fondamentale, on a :

$$\Delta\omega_{NL} \approx -\frac{(k_s c_s)^2 C_1 C_2}{\delta_{disp,2}} |n_1|^2 > 0 \quad (5.12)$$

avec les coefficients C_1 et C_2 prenant en compte les corrections dues à la dispersion ainsi qu'à la température ionique. Par conséquent les harmoniques provoquent un décalage de fréquence de signe positif, qui, suivant la théorie développée dans [88] peut nuire à

la croissance des sous-harmoniques. Il y a en quelque sorte une compétition entre les harmoniques et les sous-harmoniques.

Dans le cas d'un amortissement nul (ou très faible), la composante fondamentale suit une équation non-linéaire du type $(\partial_t + v\partial_x + \alpha|n_1|^2)n_1 = f(x, t)$ avec un terme source $f(x, t)$. Dans les premiers instants, la composante fondamentale suit une croissance linéaire en temps, donnée par :

$$|n_1(t)| \approx \frac{k_s c_s}{2} C_1 \phi_p t$$

Lorsque le système n'est pas amorti, la composante fondamentale présente ensuite au cours du temps des oscillations dues à la présence du décalage de fréquence non-linéaire en $|n_1|^2$. La valeur maximale de la composante fondamentale dépend de la dispersion du système et peut-être estimée à partir de l'équation précédente pour la composante fondamentale :

$$|n_1|_{max} \approx \left| \frac{\phi_p \delta_{disp,2}}{2k_s c_s C_2} \right|^{1/3}$$

Selon l'amortissement introduit, la composante fondamentale va présenter un comportement différent. Lorsque le système est amorti et que l'amortissement domine $\nu > \Delta\omega_{NL}(|n_1|_{max})$, en régime asymptotique la composante fondamentale tend vers une valeur de saturation définie par l'amortissement, $|n_1|_{sat} \approx \frac{k_s c_s}{2} \frac{C_1 \phi_p}{\nu_s}$ avec des oscillations convergentes vers cette valeur.

Ces deux comportements (avec et sans amortissement) sont illustrés sur la figure Fig. 5.4 présentant l'évolution temporelle de la composante fondamentale et de sa deuxième harmonique prise en un point au milieu de la direction longitudinale pour une simulation faite à partir du code de décomposition en harmonique en 1D sous l'action d'un potentiel pondéromoteur.

Afin de vérifier l'existence d'un transfert d'énergie vers les composantes de grandes longueurs d'onde via un mécanisme purement fluide, des simulations numériques en 2D ont été effectuées avec des conditions périodiques et un plasma homogène pour un cas où $(k_s \lambda_D)^2 = 0.1$. Les simulations ont été effectuées avec une onde plane double périodique (dans les deux directions) avec $L_z = 32\lambda_s$ et $L_\perp = 16\lambda_s$, et en introduisant un bruit initial nécessaire pour favoriser la croissance des sous-harmoniques.

La figure Fig. 5.5 illustre à 4 instants, le spectre dans l'espace de Fourier de la densité pour une simulation 2D effectuée avec une amplitude du potentiel pondéromoteur $\phi_p = 0.005$. Initialement, on voit la composante fondamentale se développer, puis les harmoniques de vecteurs d'ondes pk_s avec $p > 0$ apparaissent (il est possible de distinguer jusqu'à la troisième harmonique). Au bout de quelques périodes acoustiques que des ondes avec des vecteurs d'ondes parallèles, et tels que $k_\parallel < k_s$, se développent autour de $k_\perp = 0$ (voir Fig. 5.5). Puis progressivement, les harmoniques perdent en intensité et on observe une augmentation de l'intensité des sous-harmoniques. Les composantes de plus fortes intensités se développent pour des vecteurs d'ondes plus petits que k_s mais on observe aussi des composantes satellites entre la composante fondamentale et

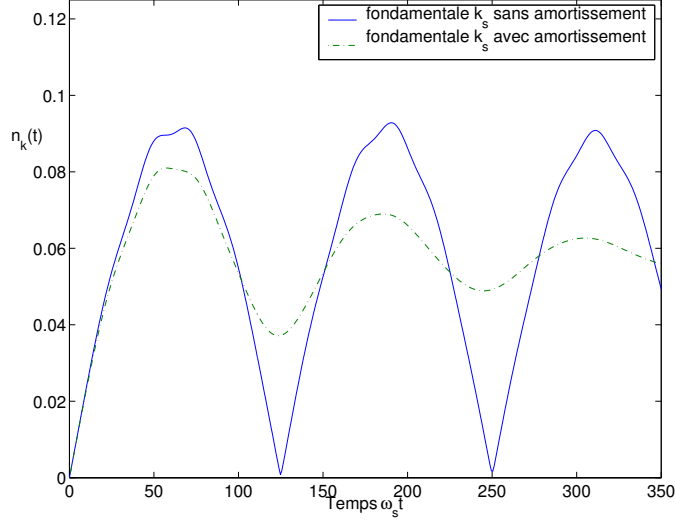


FIG. 5.4.: Evolution de la composante fondamentale au cours du temps pour des simulations 1D avec et sans amortissement pour les paramètres suivants : $\phi_p = 0.005$, $k_s \lambda_D = 0.3$ et pour $\nu = 0$ et $\nu = 0.05\omega_s$

sa deuxième harmonique. Plus tard, des ondes filles présentant un angle se développent (autour de $k_{\perp} = 0.15k_s$) et pour des vecteurs d'ondes parallèles tels que $k_{\parallel} \approx k_s/2$ et ce mode devient particulièrement dominant pour des temps longs.

En reliant ces résultats de simulations aux prédictions théoriques, on conclut que la première instabilité donnant naissance aux composantes ayant un angle nul, correspond très certainement à l'instabilité modulationnelle (confirmée par la présence de satellites entre la composante fondamentale et la deuxième harmonique), alors que la deuxième instabilité donnant naissance à la composante située hors de l'axe existant uniquement pour une géométrie 2D et située autour de $k_s/2$ correspond à l'instabilité appelée dans [88] *instabilité H2*. De plus, dans ce dernier cas, l'angle observé est très proche de l'angle prévu par la théorie, puisque l'angle attendu pour ces paramètres suivant la théorie est d'environ 24° ($\theta \approx (3/2)k_s \lambda_D$) et l'angle observé est du même ordre ($\approx 22^\circ$).

Ces résultats numériques permettent donc de montrer que dans un régime purement fluide en deux dimensions, une croissance des composantes de grandes longueurs d'ondes est possible par des transferts d'énergie avec la composante fondamentale et ses harmoniques.

Notre objectif dans la suite est d'essayer d'introduire les sous-harmoniques dans la description actuelle de l'instabilité de diffusion Brillouin stimulée par la méthode de décomposition en harmonique afin d'étudier leur croissance éventuelle et leur influence sur l'évolution de la composante fondamentale.

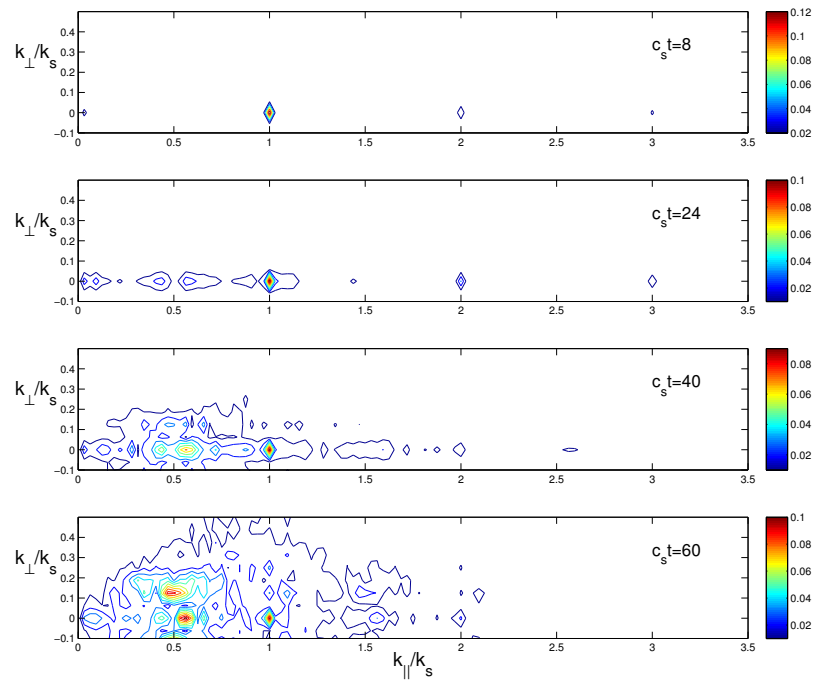


FIG. 5.5.: Densité ionique à partir des simulations 2D dans l'espace de Fourier $(k_{\perp}, k_{\parallel})$ pour 4 instants différents et pour les paramètres suivants : $\phi_p = 0.005$, $k_s \lambda_D = 0.33$, $\nu/\omega_s = 0.005$

5.3. Modélisation des sous-harmoniques : cas d'un potentiel forcé

5.3.1. Description de la méthode

En procédant de la même manière que pour les composantes de courtes longueurs d'ondes, c'est à dire par une discrétisation dans l'espace de Fourier de la densité et de la vitesse, il est possible d'introduire les sous-harmoniques via la méthode de décomposition en harmoniques. La densité et la vitesse sont alors décomposées de la manière suivante, faisant apparaître les enveloppes lentement variables spatialement :

$$\begin{aligned} n_i(x_\perp, z, t) &= N_0(x_\perp, z, t) + \left[\sum_{p=1}^{p_{max}} n_{p/p_f}(x_\perp, z, t) e^{i(p/p_f)k_s z} + c.c \right] \\ v_i(x_\perp, z, t) &= v_0(x_\perp, z, t) + \left[\sum_{p=1}^{p_{max}} v_{(p/p_f)}(x_\perp, z, t) e^{i(p/p_f)k_s z} + c.c \right] \end{aligned}$$

La sommation est effectuée sur $p = (1, 2, \dots, p_{max})$ où la composante fondamentale est définie par $p = p_f$ avec le vecteur d'onde k_s , les harmoniques sont définies par $(2, 3, \dots, h_{max})p_f$ avec les vecteurs d'onde $(2, 3, \dots, h_{max})k_s$, le nombre h_{max} désignant donc le nombre d'harmoniques maximum de la composante fondamentale que l'on doit prendre en compte avec le vecteur d'onde $h_{max}k_s$. L'indice p_f est défini de la manière suivante : la sous-harmonique ayant le vecteur d'onde le plus petit (correspondant à l'indice $p = 1$) est caractérisée par le nombre d'onde minimum $k_{min} = k_s/p_f$.

Les sous-harmoniques introduites correspondent donc à l'ensemble des composantes comprises dans l'intervalle spectral $[k_{min}, k_s/2]$, les autres résultant du couplage avec la composante fondamentale et les harmoniques. Puisqu'il a été montré qu'il était nécessaire de conserver les composantes Stokes correspondant au couplage des sous-harmoniques avec l'harmonique ayant le nombre d'onde le plus élevé $h_{max}k_s$, l'indice de sommation maximum p_{max} est donné par : $p_{max} = h_{max}p_f + P[\frac{(p_f-1)}{2}]$ où $P(X)$ désigne la partie entière de X . On voit tout de suite que dès que $p_f = 1$ on retrouve le cas étudié jusqu'à présent, c'est à dire uniquement la composante fondamentale et ses harmoniques. Pour $p_f = 2$, on introduit une grille de sous-harmoniques 1/2 avec $k_{min} = k_s/2$ et un indice de sommation maximum $p_{max} = 2h_{max} + 1$, soit $p_{max} = 7$ si l'on introduit 3 harmoniques ($h_{max} = 3$).

L'idée de cette méthode, comme pour les harmoniques, est de passer d'un spectre continu à un spectre discret et d'essayer avec un maillage spectral adapté de reproduire le contenu énergétique du spectre continu. Cette méthode peut alors permettre de reproduire le fond continu source de différence entre la méthode de décomposition en harmonique et une approche fluide, déjà observé dans des régimes de hautes intensités [32]. La figure Fig. 5.6 illustre cette discrétisation de manière schématique pour les harmoniques et pour les sous-harmoniques. On introduit en quelques sorte un "peigne" de sous-harmoniques. On voit tout de suite que par cette méthode, il se pose la question du type de grille à introduire, un "peigne" très fin (où l'on introduit par exemple $k_{min} = k_s/10$) ou un

Harmoniques:



$$n_e(x_\perp, z, t) = N_0(x_\perp, z, t) + [n_1(\vec{x}, t) \exp i k_s z + n_2(\vec{x}, t) \exp 2 i k_s z + \dots + c.c.]$$

Harmoniques et sous-harmoniques:



$$n_e(x_\perp, z, t) = N_0(x_\perp, z, t) + \left[\sum_{p/p_f} n_{p/p_f}(\vec{x}, t) \exp i (p/p_f) k_s z + c.c. \right]$$

FIG. 5.6.: Représentation spectrale de la modélisation des sous-harmoniques dans le code

“peigne” plus grossier (par exemple $k_{min} = k_s/2$). En effet, aucun élément ne permet pour le moment de supposer le type de sous-harmoniques à introduire comme il est possible de le faire pour les harmoniques, d’autant plus que le nombre d’onde excité (le nombre d’onde minimum de vecteur d’onde $k_{min} = k_s/p_f$) peut dépendre, dans le cas où le système présente un décalage de fréquence non-linéaire, de la valeur absolue de ce décalage de fréquence. Il est donc important de tester la convergence de cette méthode afin trouver un bon compromis entre les contraintes numériques imposées par l’ajout d’un nombre important d’ondes dans les simulations et la physique du système.

Le système est ensuite identique à celui rencontré pour les harmoniques, et on obtient alors la généralisation des propagateurs décrits précédemment pour les ondes acoustiques ioniques en présence d’un plasma inhomogène (en conservant toutes les corrections dues à la dispersion) :

$$\left[\partial_t + i \vec{k}_{p/p_f} \cdot \vec{v}_0 + (\vec{v}_{g,p/p_f} + \vec{v}_0) \cdot \nabla - \frac{i v_{g,p/p_f}^2}{2 \omega_{p/p_f}} \nabla_\perp^2 + \nu_{p/p_f} \right] \frac{n_{p/p_f}}{N_0} + \tau_{inh} \left(\frac{n_{p/p_f}}{N_0} \right) =$$

$$-i \frac{k_s c_s}{2} C_1^p \delta_{p,p_f} \phi_p - i \frac{k_{p/p_f} c_s}{2} C_{p/p_f} \sum_l \frac{n_{l/p_f}}{N_0} \frac{n_{p-l/p_f}}{N_0}$$

Avec le potentiel pondéromoteur ϕ_p et avec les définitions suivantes :

$$\begin{aligned}\vec{k}_{p/p_f} &= \frac{p}{p_f} \vec{k}_s \\ \nu_{p/p_f} &= \frac{p}{p_f} \nu_s \\ \omega_{p/p_f} &= \omega(k_{p/p_f}) = \frac{k_{p/p_f} c_s}{\sqrt{1 + k_{p/p_f}^2 \lambda_D^2}} \\ \vec{v}_{g,p/p_f} &= \frac{c_s}{[1 + \tau_i]^{1/2}} \left\{ \frac{\left[1 + \tau_i \left(1 + \left(\frac{p}{p_f} \right)^2 k_s^2 \lambda_D^2 \right)^2 \right] \left[1 + k_s^2 \lambda_D^2 \right]^{1/2}}{\left[1 + \tau_i \left(1 + k_s^2 \lambda_D^2 \right) \right]^{1/2} \left[1 + \left(\frac{p}{p_f} \right)^2 k_s^2 \lambda_D^2 \right]^2} \right\} \vec{e}_z\end{aligned}$$

Les sous-harmoniques, comme les harmoniques, étant hors-résonance dues aux effets dispersifs, il apparaît un décalage de fréquence pour toutes les composantes $p \neq p_f, 0$: $\omega(k_{p/p_f}) - (p/p_f)\omega_s \neq 0$, dont l'expression est identique à celle donnée précédemment : $\delta_{disp,p/p_f} \approx \omega(k_{p/p_f}) - (p/p_f)\omega_s$, soit :

$$\delta_{disp,p/p_f} = - \frac{D(\frac{p}{p_f}\omega_s, \frac{p}{p_f}k_s)}{(\partial D / \partial \omega)_{\omega=\frac{p}{p_f}\omega_s, k=\frac{p}{p_f}k_s}} \quad (5.13)$$

$$= - \frac{\left[\left(\frac{p}{p_f}\omega_s \right)^2 - \left(\frac{p}{p_f}k_s \right)^2 c_{se}^2 - \frac{(\frac{p}{p_f}k_s)^2 c_{se}^2}{1 + (\frac{p}{p_f}k_s)^2 \lambda_D^2} \right]}{2 \frac{p}{p_f} k_s c_{se} \left[1 + \tau_i (1 + k_s^2 \lambda_D^2) \right]^{1/2}} \left[1 + k_s^2 \lambda_D^2 \right]^{1/2} \quad (5.14)$$

Les coefficients de couplages pondéromoteur C_1^p et entres harmoniques C_{p/p_f} contenant les corrections dues à la dispersion s'écrivent :

$$\begin{aligned}C_1^p &= \frac{1}{(1 + k^2 \lambda_D^2)^{1/2} [1 + \tau_i (1 + k_s^2 \lambda_D^2)]^{(1/2)} (1 + \tau_i)^{(1/2)}} \\ C_{p/p_f} &= \left[\frac{\frac{3}{2} (1 + k_s^2 \lambda_D^2) (1 + (\frac{p}{p_f} k_s)^2 \lambda_D^2) + \tau_i (1 + (\frac{p}{p_f} k_s)^2 \lambda_D^2) (1 + k_s^2 \lambda_D^2)^2 - \frac{1}{2}}{[1 + \tau_i (1 + k_s^2 \lambda_D^2)]^{1/2} (1 + (\frac{p}{p_f} k_s)^2 \lambda_D^2) (1 + k_s^2 \lambda_D^2)^{3/2} (1 + \tau_i)^{(1/2)}} \right]\end{aligned}$$

Et le terme nécessaire à la conservation du moment s'écrit :

$$\tau_{inh}(\frac{n_{p/p_f}}{N_0}) = \frac{1}{2} \left(\nabla_z \vec{v}_{0z} + c_s \frac{\nabla_z N_0}{N_0} \right) \frac{n_{p/p_f}}{N_0} - \frac{i}{2k_{p/p_f}} \left(\nabla_{\perp} \vec{v}_{0z} + c_s \frac{\nabla_{\perp} N_0}{N_0} \right) \nabla_{\perp} \frac{n_{p/p_f}}{N_0}$$

Le terme source dans chacune de ces équations fait apparaître les différents couplages entre les harmoniques, les sous-harmoniques et la composante fondamentale.

5.3.2. Conditions de simulations

En se limitant pour simplifier à un plasma homogène (plaque de plasma homogène), les quantités hydrodynamiques sont constantes et ainsi le système précédent se simplifie. Nous introduirons de plus la possibilité d'un écart par rapport à la fréquence résonante $\delta\omega_{mis}$, celle satisfaisant la relation de dispersion des ondes sonores afin de favoriser (ou non) la croissance des sous-harmoniques et de vérifier ainsi les prédictions théoriques de [88]. Le système s'écrit alors pour chaque harmonique/sous-harmoniques et pour la composante fondamentale :

$$\left[\partial_t + i\delta_{disp,p/p_f} - i\frac{p}{p_f}\delta\omega_{mis} + \vec{v}_{g,p/p_f} \cdot \nabla - \frac{iv_{g,p/p_f}^2}{2\omega_{p/p_f}}\nabla_{\perp}^2 + \nu_{p/p_f} \right] n_{p/p_f} = -i\frac{k_s c_s}{2}C_1\delta_{p,p_f}\phi_p - i\frac{k_{p/p_f}c_s}{2}C_{p/p_f}\sum_l n_{l/p_f}n_{p-l/p_f}$$

Bien qu'assez proche de l'étude faite dans [19, ?] (surtout en plasma homogène), l'analyse des sous-harmoniques est faite ici de manière plus cohérente, car dans [19, ?], comme nous l'avons déjà vu, tous les couplages n'étaient pas pris en compte.

Nous avons donc fait plusieurs simulations en 1D et 2D en introduisant les sous-harmoniques dans le code Harmony afin d'étudier leurs comportements et de voir en premier lieu si l'on observe une croissance. Les simulations ont été faites pour un plasma de longueur $L_z \approx 50\lambda_0$ (entouré de vide). Puisque le plasma est homogène, sans raréfaction du profil, il est possible d'étudier des temps longs. Nous nous sommes intéressés dans un premier temps aux paramètres suivants : $k_s^2\lambda_D^2 = 0.1$, et une amplitude du potentiel pondéromoteur $\phi_p = 0.005$ assez faible pour garantir d'être en régime perturbatif et avec un amortissement sur les ondes sonores nul afin de garantir la croissance des sous-harmoniques. Avec les paramètres choisis, nous conservons dans les simulations 3 harmoniques et afin d'être sûr de contenir suffisamment de sous-harmoniques susceptibles de croître, nous choisissons une grille assez fine en introduisant pour la plus petite sous-harmonique la composante $k_{min} = k_s/6$. Ce choix conduit donc à un total de 21 ondes ($p_{max} = 21$) dans les simulations. Nous nous limiterons ici à l'étude d'un système sous l'action d'un potentiel pondéromoteur forcé en réservant l'étude de l'instabilité Brillouin auto-consistante à la section suivante par comparaison avec des simulations PIC.

5.3.3. Résultats obtenus

Cas résonant : $\delta\omega_{mis} = 0$

Le premier aspect intéressant est d'étudier, dans le cas résonant $\delta\omega_{mis} = 0$ correspondant à une limite fluide, la croissance des sous-harmoniques et de comparer le cas unidimensionnel au cas bidimensionnel. On doit a priori s'attendre à ce que la croissance des sous-harmoniques soit plus importante en deux dimensions spatiales. En supprimant le terme de diffraction dans les simulations 2D, nous avons pu vérifier que les effets bidimensionnels favorisent en effet la croissance des sous-harmoniques. Ces dernières restent alors très faibles (quasiment du même ordre que le niveau de bruit) et ne présentent pas

de réelle croissance, elles sont par conséquent sans influence sur la composante fondamentale.

En revanche, lorsque les effets 2D sont introduits, on observe une réelle croissance des modes $k < k_s$ avec une augmentation des sous-harmoniques d'un facteur supérieur à 100 par rapport au niveau de bruit.

La composante fondamentale perd un peu de son amplitude moyenne au cours du temps lorsque les sous-harmoniques se développent, mais cette diminution de sa valeur moyenne (moyennée sur la durée de la simulation) reste relativement faible. L'amplitude totale des sous-harmoniques comprises entre la plus petite sous-harmonique introduite k_{min} et la composante $k_s - k_{min}$, définie par $\sqrt{\sum_{k=k_{min}}^{k=k_s-k_{min}} n_k^2(t)}$, atteint une valeur moyenne du même ordre de grandeur que la composante fondamentale ($\approx 3\%$).

Afin d'étudier la convergence on prend une grille différente et en introduisant $k_{min} = k_s/3$ et $k_s/2$. La figure Fig. 5.8 montre que l'introduction uniquement des sous-harmoniques en $k_s/2$ conduit à des résultats très différents de l'introduction des sous-harmoniques $k_s/6$ et $k_s/3$. En revanche, on observe peu de différences entre l'introduction des sous-harmoniques $k_s/6$ et $k_s/3$. Afin de ne pas se limiter à un unique cas, d'autres simula-

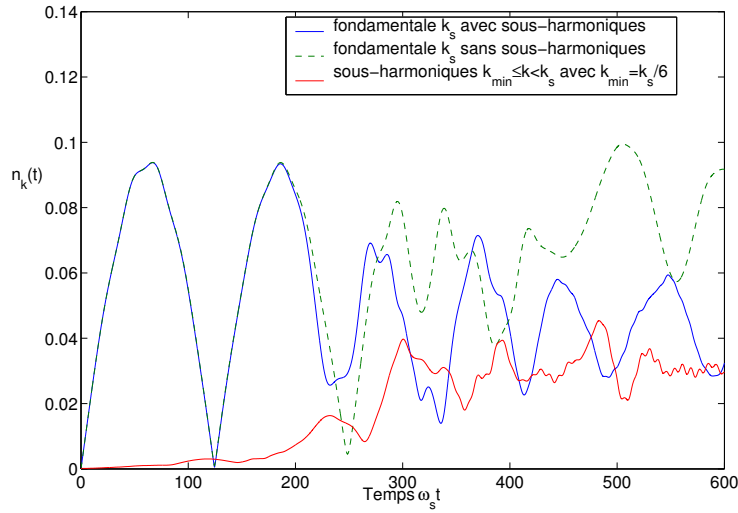


FIG. 5.7.: Amplitude en fonction du temps du mode fondamental avec et sans les sous-harmoniques et amplitude totale des modes $n_{k_{sub}} = \sqrt{\sum_{k=k_{min}}^{k=k_s-k_{min}} n_k^2(t)}$ pour une simulation 2D avec les paramètres suivants : $\phi_p = 0.005$, $k_s \lambda_D = 0.25$, $\delta\omega_{mis} = 0$, $\nu/\omega_s = 0$ et $k_{min} = k_s/6$ (sous-harmoniques 1/6)

tions ont été effectuées en modifiant l'amplitude du potentiel pondéromoteur (en prenant $\phi_p = 0.02$) et en introduisant un amortissement ionique proche de l'amortissement Landau $\nu/\omega_s \approx 1\%$. Dans ce dernier cas, la figure Fig. 5.9 illustrant l'étude de la convergence obtenue en introduisant 3 grilles différentes de sous-harmoniques, montre que de nouveau, on obtient une convergence dès l'introduction des sous-harmoniques de type $k_s/3$. Comme dans le cas à plus faible amplitude du potentiel pondéromoteur, en introduisant les sous-harmoniques de type $k_s/2$ on observe une croissance plus tardive des

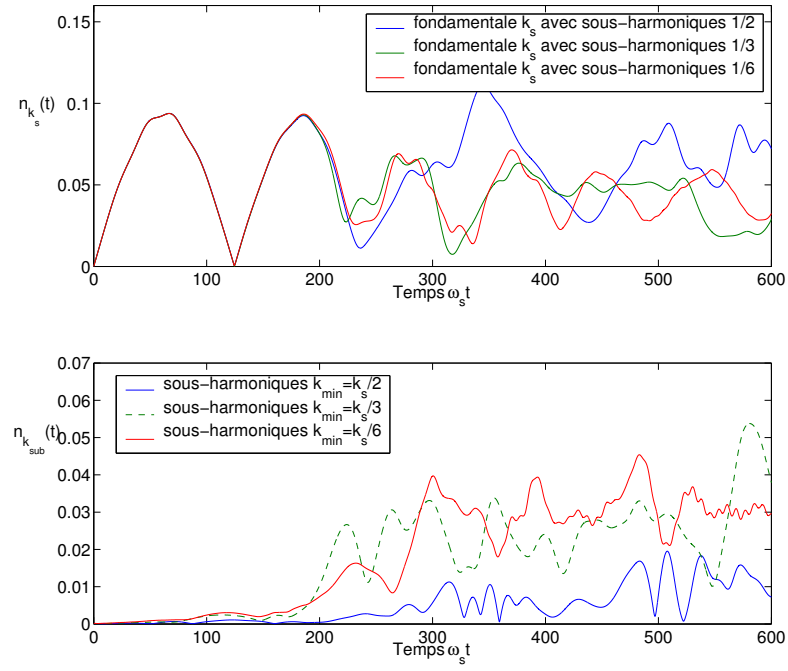


FIG. 5.8.: Etude de la convergence en sous-harmoniques avec 3 grilles différentes $k_{min} = k_s/2, k_s/3$ et $k_s/6$ avec : amplitude de la composante fondamentale (en haut) et amplitude des sous-harmoniques $\sqrt{\sum_{k=k_{min}}^{k=k_s-k_{min}} n_k^2(t)}$ (en bas) pour les paramètres suivants : $\phi_p = 0.005$, $k_s \lambda_D = 0.25$, $\delta \omega_{mis} = 0$ et $\nu/\omega_s = 0$

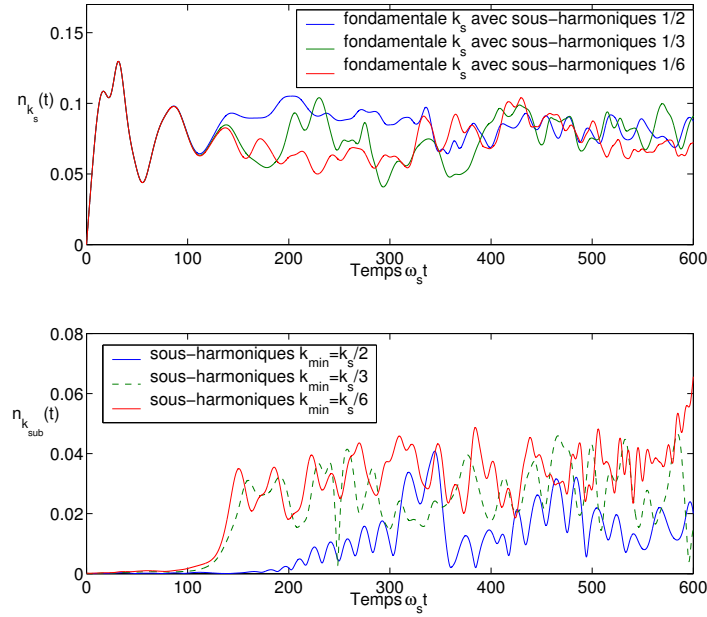


FIG. 5.9.: Etude de la convergence en sous-harmoniques avec 3 grilles différentes $k_{min} = k_s/2, k_s/3$ et $k_s/6$ avec : amplitude de la composante fondamentale (en haut) et amplitude des sous-harmoniques $\sqrt{\sum_{k=k_{min}}^{k=k_s-k_{min}} n_k^2(t)}$ (en bas) pour les paramètres suivants : $\phi_p = 0.02$, $k_s \lambda_D = 0.25$, $\delta\omega_{mis} = 0$ et $\nu/\omega_s = 0.01$

sous-harmoniques ainsi qu'une amplitude moyenne plus faible. On a en effet pour la quantité $\sqrt{\sum_{k=k_{min}}^{k=k_s-k_{min}} n_k^2(t)} \approx 3\%$ avec les sous-harmoniques $k_s/3$ et $k_s/6$ et environ $\approx 1\%$ avec les sous-harmoniques $k_s/2$.

Une comparaison 1D et 2D est intéressante avec une amplitude plus élevée, car puisque le taux de croissance dépend de l'amplitude de la composante fondamentale, on peut observer en une dimension spatiale une croissance des sous-harmoniques. Comme la montre la figure Fig. 5.10 comparant pour $\phi_p = 0.02$ l'évolution de la deuxième harmonique et des sous-harmoniques $\sqrt{\sum_{k=k_{min}}^{k=k_s-k_{min}} n_k^2(t)}$ dans le cas 1D et le cas 2D, on observe une croissance des sous-harmoniques nettement plus importante en 2D qu'en 1D (environ 3 fois plus importante). De plus, cette croissance s'accompagne en 2D d'une très importante diminution de la deuxième harmonique chutant d'un facteur 3 lorsque les sous-harmoniques croissent vers $\omega_s t \approx 130$ pour se trouver à une valeur de saturation du même ordre que les sous-harmoniques. On retrouve donc le même résultat que précédemment à savoir que dans la géométrie unidimensionnelle le taux de croissance des sous-harmoniques est inférieur au cas bidimensionnelle.

Cas non-résonant : $\delta\omega_{mis}$

Lorsque l'on introduit un décalage de fréquence non-linéaire $\delta\omega_{mis}$ (quelque soit son signe), on modifie la relation reliant en régime perturbatif la deuxième harmonique à la

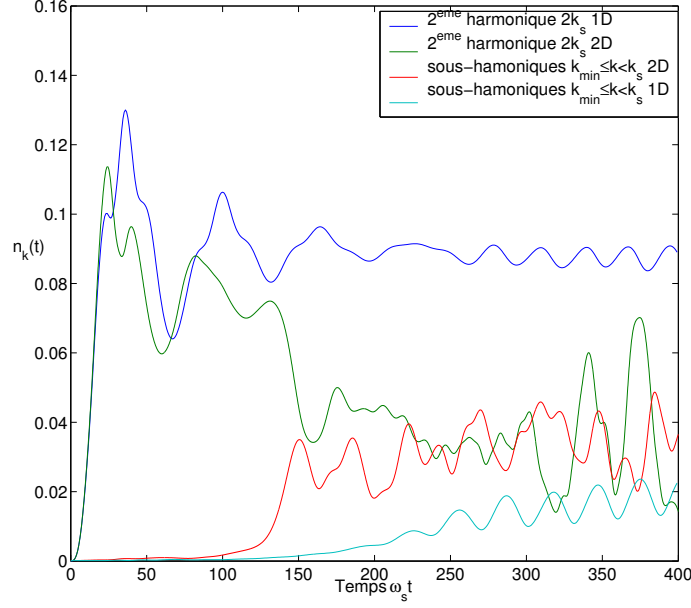


FIG. 5.10.: Evolution de la deuxième harmonique et des sous-harmoniques dans un cas 1D et un cas 2D avec les paramètres suivants : $\phi_p = 0.02$, $k_s \lambda_D = 0.25$, $\delta\omega_{mis} = 0$ et $\nu/\omega_s = 0.01$

composante fondamentale. Ainsi on aura (en plasma homogène et sans amortissement)

$$n_2 = \frac{k_s c_s C_2}{[2\delta\omega_{mis} - \delta_{disp,2}]} n_1^2$$

et ainsi, on obtient :

$$\left[\delta\omega_{mis} + \frac{(k_s c_s)^2 C_1 C_2}{[\delta_{disp,2} - 2\delta\omega_{mis}]} |n_1|^2 \right] n_1 = \frac{k_s c_s C_1 \phi_p}{2}$$

Par conséquent en présence d'un décalage de fréquence, la valeur de saturation et l'évolution de la composante fondamentale sont fortement modifiées. Selon le terme dominant, la valeur de saturation sera donnée par un terme en $\phi_p^{1/3}$ ou un terme en ϕ_p .

Lorsque le décalage de fréquence introduit est positif et de valeur $\delta\omega_{mis} = 0.05\omega_s$, la croissance des sous-harmoniques est plus importante (c.f Fig. 5.11) et elle est accompagnée d'une diminution de l'amplitude de la composante fondamentale (par rapport au modèle sans sous-harmoniques) plus importante que dans le cas résonant. Sans les sous-harmoniques, on observe une différence très importante dans l'évolution de la composante fondamentale, qui, contrairement au cas résonant, passe d'une amplitude moyenne d'environ 10% à environ 5% lorsque l'on introduit les sous-harmoniques. A l'inverse, en introduisant un décalage de fréquence négatif mais de même valeur absolue $|\delta\omega_{mis}| = 0.05\omega_s$, on observe, comme le montre la figure Fig. 5.12, une croissance beaucoup plus faible des sous-harmoniques et aussi que l'évolution de la composante fondamentale n'est que très peu affectée par cette faible croissance. Cette influence du décalage de fréquence est

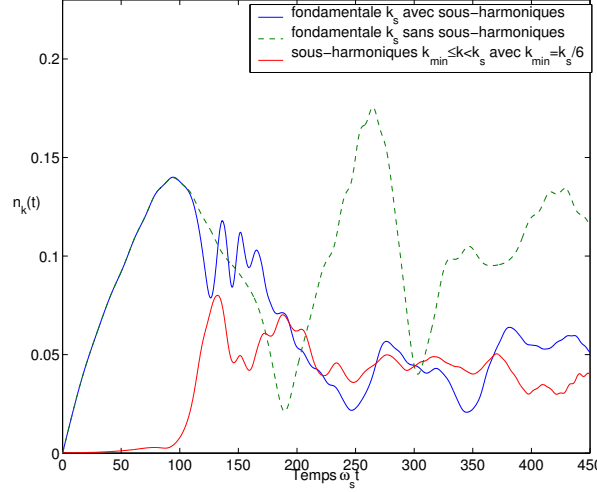


FIG. 5.11.: Amplitude en fonction du temps du mode fondamental avec et sans les sous-harmoniques et amplitude totale des modes $\sqrt{\sum_{k=k_{min}}^{k=k_s-k_{min}} n_k^2(t)}$ pour une simulations 2D avec les paramètres suivants : $\phi_p = 0.005$, $k_s \lambda_D = 0.25$, $\delta\omega_{mis} = 0.05\omega_s$, $\nu/\omega_s = 0$ et $k_{min}k_s/6$ (sous-harmoniques 1/6)

vérifiée en comparant la quantité :

$$\frac{\langle n_{k_s} \rangle}{\left\langle \sqrt{\sum_{k=k_{min}}^{k=k_s-k_{min}} n_k^2(t)} \right\rangle}$$

où la notation $\langle . \rangle$ correspond à une moyenne en temps sur toute la durée de la simulation. Cette quantité permet d'estimer le rapport entre l'amplitude de la composante fondamentale et l'amplitude des sous-harmoniques. On estime que ce rapport pour les valeurs $\delta\omega_{mis} = [-0.05, 0, 0.05]\omega_s$ est donné respectivement par [11.6, 3.7, 1.6].

Comme prévu par la théorie développée dans [88], la croissance des ondes de plus grandes longueurs d'ondes est effectivement plus importante lorsque le décalage de fréquence non-linéaire est positif.

L'étude de la convergence faite pour le cas résonant à deux intensités différentes a montré que l'introduction des sous-harmoniques $k_s/3$ pouvait suffire. Il est néanmoins intéressant d'étudier la convergence pour le cas non-résonant. Comme le montre la figure Fig. 5.13, les sous-harmoniques $k_s/2$ se développent à nouveau plus tard alors qu'il semble que les sous-harmoniques $k_s/3$ soient le mode dominant nécessaire à introduire.

En reconstruisant la densité ionique totale $n_i(x_\perp, z, t)$ et par une transformée de Fourier dans les deux dimensions, on peut s'intéresser à l'évolution des modes au cours du temps. Pour le cas non-résonant où le décalage de fréquence est positif $\delta\omega_{mis} = 0.05\omega_s$, on observe initialement la croissance de la composante fondamentale et de sa deuxième harmonique (c.f Fig. 5.14). Puis, plus tard, les sous-harmoniques se développent et en particulier la composante $k_s - 2k_{min}$ (où ici $k_{min} = k_s/6$). On constate de plus que cette composante se développe en $k_\perp = 0$ (instabilité probablement modulationnelle) mais aussi avec un angle pour $k_\perp = 0.3k_s$.

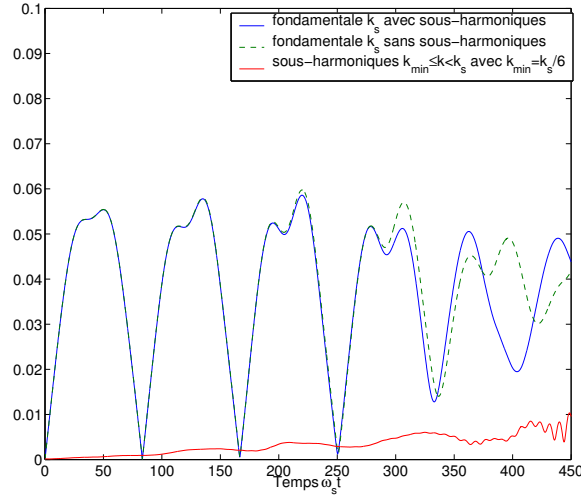


FIG. 5.12.: Amplitude en fonction du temps du mode fondamental avec et sans les sous-harmoniques et amplitude totale des modes $\sqrt{\sum_{k=k_{min}}^{k=k_s-k_{min}} n_k^2(t)}$ pour une simulations 2D avec les paramètres suivants : $\phi_p = 0.005$, $k_s \lambda_D = 0.25$, $\delta\omega_{mis} = -0.05\omega_s$, $\nu/\omega_s = 0$ et $k_{min}k_s/6$ (sous-harmoniques 1/6)

Les amplitudes du potentiel pondéromoteur utilisées ici conduisent à des niveaux d'amplitude pour la composante fondamentale plus élevés que dans [88]. Néanmoins, nous avons pu vérifier que les propriétés des sous-harmoniques (influence du signe du décalage de fréquence et effets 2D) étaient vérifiées.

Une autre caractéristique importante que nous avons pu vérifier en se plaçant à des niveaux plus faibles pour l'amplitude de la composante fondamentale est la confirmation de l'existence d'un “cut-off” en 1D sur la valeur du décalage de fréquence non-linéaire. Dans [88], il est indiqué que pour des valeurs du décalage de fréquence positif, l'instabilité $H1$ prend le dessus. Cette instabilité présente en 1D un optimum pour le taux de croissance lorsque le décalage de fréquence est donnée par $\delta\omega_{opt}/\omega_s = 3(k_s \lambda_D^2)/8$. Au-delà de cet optimum, la théorie prévoit que le taux de croissance doit diminuer jusqu'à un “cut-off” où l'instabilité disparaît. En se plaçant dans des conditions proches (faibles amplitudes) nous avons pu déterminer que l'instabilité se développe en 1D jusqu'à une valeur du décalage donnée par $\delta\omega_{mis} \approx 0.025\omega_s$, valeur très proche de la valeur théorique $\delta\omega_{opt} = 3(k_s \lambda_D^2)/8\omega_s \approx 0.027\omega_s$. Au-delà de cette valeur en 1D, le système est stable et les sous-harmoniques ne se développent pas. Cette valeur de l'optimum est située au-delà de la valeur théorique pour les simulations effectuées avec $\phi_p = 0.005$, car l'amplitude de la composante fondamentale est alors trop élevée et le calcul donnant cet optimum est limité à des faibles amplitudes.

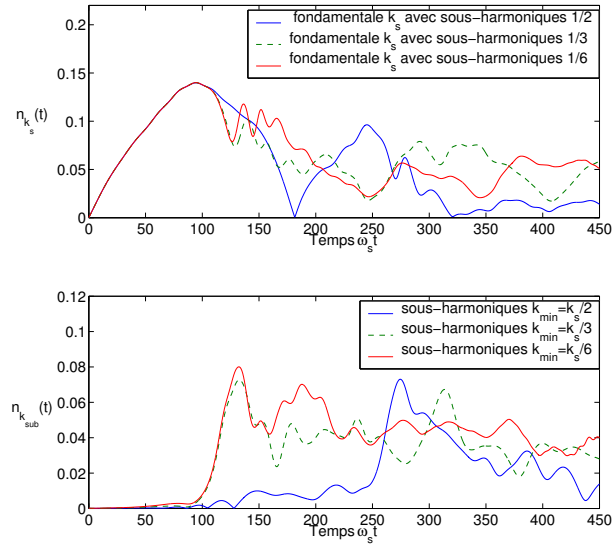


FIG. 5.13.: Etude de la convergence en sous-harmoniques avec 3 grilles différentes $k_{min} = k_s/2, k_s/3$ et $k_s/6$ avec : amplitude de la composante fondamentale (en haut) et amplitude des sous-harmoniques $\sqrt{\sum_{k=k_{min}}^{k=k_s-k_{min}} n_k^2(t)}$ (en bas) pour les paramètres suivants : $\phi_p = 0.005$, $k_s \lambda_D = 0.25$, $\delta \omega_{mis} = 0.05 \omega_s$ et $\nu/\omega_s = 0$

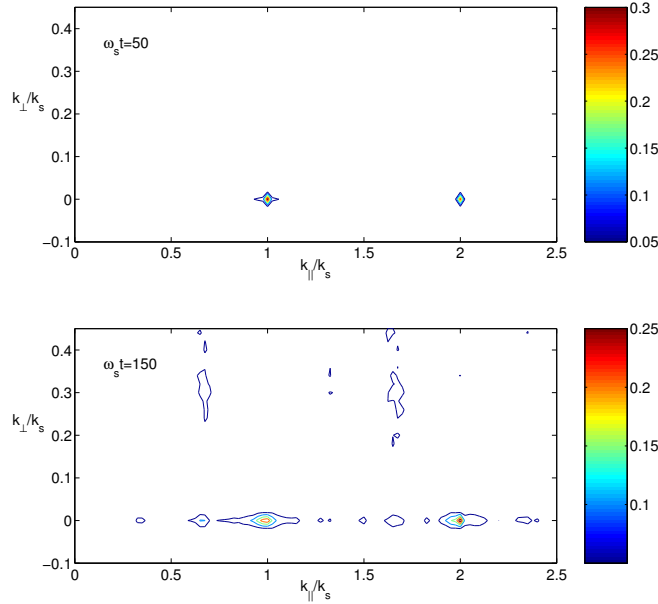


FIG. 5.14.: Evolution du spectre de la densité ionique (en deux dimensions k_{\perp}, k_{\parallel}) à deux temps $\omega_s t = 50$ et $\omega_s t = 150$, pour les paramètres suivants : $\phi_p = 0.005$, $k_s \lambda_D = 0.25$, $\delta \omega_{mis} = 0.05 \omega_s$ et $\nu/\omega_s = 0$

5.3.4. Discussion

Cette étude a permis de montrer que par une introduction des sous-harmoniques via la méthode de décomposition en harmoniques, il était possible d’observer leur croissance ainsi que les différentes caractéristiques attendues. De plus nous avons montré, concernant la convergence en sous-harmoniques, que dans plusieurs cas il semblait suffisant d’introduire les sous-harmoniques de type $k_s/3$. Néanmoins, afin de pouvoir introduire aussi la croissance des modes en $k_s/2$ correspondant au *Two Ion Decay*, il est nécessaire d’introduire les modes $k_s/6$. Nous verrons dans la suite par comparaison avec les résultats des simulations PIC ce que devient cette convergence en sous-harmoniques lors de l’étude de l’instabilité Brillouin auto-consistante.

Un point important sur l’introduction des sous-harmoniques concerne le niveau de bruit initial. Alors que les harmoniques sont forcées et évoluent naturellement même sans introduire un bruit dans les simulations, les sous-harmoniques nécessitent un bruit initial pour croître.

Dans les simulations présentées ici, nous avons introduit un bruit dit “en volume”, c’est à dire représenté par des fluctuations dans l’ensemble du plasma. On a alors un bruit dit “coloré” possédant une longueur de corrélation et un temps de corrélation (par opposition au bruit “blanc”). On le modélise de la manière usuelle par deux équations de Langevin, l’une en temps et l’autre en espace, et le terme obtenu $S(x, t)$ est un terme source des équations d’enveloppes des ondes représentant les fluctuations du plasma. Cette représentation du bruit est très importante dans le cas d’un régime convectif (très fort amortissement) mais dans notre cas étudié ici (régime d’instabilité absolue), un bruit en conditions aux limites donne des résultats similaires.

5.4. Comparaison avec un code PIC Hybrid : Brillouin auto-consistant

Dans le chapitre 3, nous avons étudié la méthode de décomposition en harmoniques par comparaison avec une description hydrodynamique, et dans la section précédente nous avons étudié la possibilité d’y introduire les sous-harmoniques. En comparant les résultats de simulations faites à partir d’une description cinétique et à partir du code Harmony1D, nous allons essayer de voir s’il est possible de reproduire et de comprendre les effets cinétiques, jusqu’à présent ignorés, et leurs conséquences sur la saturation de l’instabilité de diffusion Brillouin stimulée.

La prise en compte de ces derniers est fondamentale pour la compréhension et la modélisation de l’instabilité de diffusion Brillouin car ils peuvent provoquer de nombreux mécanismes susceptibles de modifier cette instabilité et éventuellement d’expliquer les faibles réflectivités obtenues expérimentalement.

Nous avons déjà vu que dans la limite de piégeage partiel, pour des amplitudes modérées de l’onde sonore c’est à dire lorsque l’amplitude de la perturbation de densité reste en dessous de la limite de déferlement (*Wave-Breaking*) définie par [5], les effets cinétiques conduisent à un décalage de fréquence non-linéaire sur l’onde sonore et à un amortis-

sement Landau réduit. Tant que l'on a $\delta n/n_0 < (\delta n/n_0)_{WB} = 0.5[(1/(1 + k_s^2 \lambda_D^2) + 3T_i/ZT_e)^{1/2} - (3T_i/ZT_e)^{1/2}]^2$, le traitement perturbatif de Morales et O'Neil reste valide. En régime convectif (et pour des valeurs du facteur de gain modérées), il a été montré [83] que ce décalage de fréquence se comporte comme un facteur d'inhomogénéité et peut réduire le facteur de gain Brillouin. D'un autre côté, un très important chauffage ionique peut apparaître et conduire à un amortissement ionique plus élevé.

Nous nous limiterons ici à l'étude et à la modélisation des effets cinétiques ioniques uniquement (qui sont susceptibles de favoriser la croissance des sous-harmoniques en introduisant un décalage de fréquence de signe positif, dans un régime où la théorie de Morales et O'Neil reste valable), en étudiant et en comparant les résultats d'un code dit "PIC-Hybrid" (PIC pour *Particle in Cell*, et Hybrid car considérant les ions comme des particules et les électrons comme un fluide isotherme) avec les résultats du code Harmony. Nous nous limiterons en outre à une géométrie unidimensionnelle.

L'objectif de cette étude est double, dans un premier temps, étudier les résultats des simulations obtenues à partir du code PIC-Hybrid (qui diffèrent des simulations faites jusqu'à présent car nous nous plaçons ici dans un régime d'instabilité absolue et non convective) et dans un deuxième temps tenter de reproduire ces résultats avec la méthode de décomposition en harmoniques. L'ensemble des simulations avec le code PIC-Hybrid a été effectué par Frank Detering, post-doctorant au Centre de Physique Théorique de l'Ecole Polytechnique, avec qui ce travail de comparaison entre les deux descriptions a été effectué.

5.4.1. Présentation des codes et des simulations

Le code 'PIC-Hybrid', Kolipic [84], est similaire au code BZOHAR [86, 93]. Il décrit l'évolution des ions considérés comme des particules et des électrons considérés comme un fluide isotherme. Il modélise donc les équations du mouvement des ions :

$$\begin{aligned}\frac{d\vec{x}_i}{dt} &= \vec{v}_i \\ \frac{d\vec{v}_i}{dt} &= -\frac{Ze}{m_i} \nabla(\varphi - \varphi_p)_{\vec{x}=\vec{x}_i}\end{aligned}$$

où \vec{x}_i et \vec{v}_i sont respectivement la position et la vitesse de la particule. Les électrons formant un fluide Boltzmannien, la densité électronique est donnée par la loi de Boltzmann $n_e(\varphi) = n_0 \exp[e(\varphi - \varphi_p)/T_e]$, reliant la densité électronique au potentiel électrostatique et au potentiel pondéromoteur. Le champ électrique longitudinal est donné par l'équation de Poisson et les ondes électromagnétiques transverses sont décrites par la résolution d'une équation de Maxwell non-paraxiale.

Pour les simulations faites avec le code de décomposition en harmoniques, le système est identique à celui décrit précédemment (avec les sous-harmoniques). Le décalage de fréquence, décrivant les effets cinétiques ioniques, est introduit dans le propagateur de chaque composante et il est donné par l'expression suivante :

$$+i \frac{p}{p_f} \delta \omega_{kin} \equiv +i \frac{p}{p_f} \omega_s \eta \left| \frac{\delta n}{n} \right|^{1/2} (\eta < 0)$$

Dans cette expression, la perturbation de densité prend en compte toutes les composantes (et non pas uniquement la composante dominante n_1). On reconstruit lors des simulations la perturbation de densité globale donnée par :

$$\frac{\delta n}{n}(z, t) = \sum_{p=1}^{p_{max}} \left[\frac{n_{p/p_f}}{N_0} \exp\left(i \frac{p}{p_f} k_s z - i \frac{p}{p_f} \omega_s t\right) + c.c \right]$$

Afin de prendre en compte la diminution de l'amortissement Landau qui intervient sur des temps supérieurs à la période d'oscillations des particules piégées dans le puits de potentiel (lorsque l'on a : $t > 2\pi/\omega_b$ où ω_b est la fréquence d'oscillation des particules piégées dans le puits de potentiel), on modifie (suivant [84]) le terme d'amortissement dans les simulations par un amortissement dépendant du temps : $\nu_s \Rightarrow \nu_s(t) = \nu_s/(1 + t/\tau_b)$ où τ_b est la période des oscillations des particules piégées donnée par $\tau_b = 2\pi/\omega_b$. Sur des temps longs, l'amortissement Landau est supprimé et la fonction de distribution ionique présente un plateau autour de la vitesse de phase des ions.

Les simulations ont été effectuées sur la même base qu'au chapitre 3, en représentant l'interaction d'un faisceau laser avec un plasma en expansion. On utilise un profil de type "feuille explosée" où le plasma présente une longueur d'interaction de $L_I = 217\lambda_s$ et une longueur totale de $L_z = 652\lambda_s$ (avec du vide de part et d'autre du plasma). La température électronique est de $T_e = 1keV$ et la température ionique, très faible, d'environ $T_i \approx 0.054keV$, soit un rapport $T_e/T_i = 18$ conduisant à un amortissement sur les ondes sonores d'environ $\nu/\omega_s \approx 0.001$. Un deuxième jeu de simulation a été effectué avec une température ionique plus importante d'environ $T_i \approx 0.077keV$ (soit un rapport $T_e/T_i = 12$ et un amortissement $\nu/\omega_s \approx 0.01$). La densité à l'équilibre est de $n_0/n_c = 0.12$ ce qui mène à une longueur de Debye de $\lambda_D = 0.02\lambda_0$ soit $k_s\lambda_D = 0.25$. Nous avons fait varier l'intensité lumineuse entre $I\lambda_0^2 = [10^{14} - 10^{15}]W/cm^2$ (pour $\lambda_0 = 1\mu m$) afin d'étudier plusieurs cas de figure, d'un régime à basse intensité à un régime à très haute intensité.

Dans les simulations effectuées avec Harmony 1D, une grille de sous-harmoniques de type $k_s/6$ a été introduite afin de couvrir l'ensemble des modes susceptibles de croître. Pour les paramètres choisis, 4 harmoniques ont été introduites dans les simulations, soit un total de $p_{max} = 27$ ondes. Néanmoins la facilité du code de décomposition en harmoniques du point de vue de la résolution numérique (où la résolution d'une fraction de la longueur d'onde laser suffit), d'autant plus en 1D, permet d'aller sans trop de contraintes numériques jusqu'à ce nombre total d'ondes.

En fixant ainsi le type de sous-harmoniques introduites, on ne laisse comme paramètre libre dans les simulations que la valeur du coefficient η . Nous pourrions ainsi estimer la valeur de η permettant d'obtenir les meilleurs accords entre les deux méthodes. Concernant le niveau de bruit, qui est d'une nature importante pour reproduire les résultats comme nous l'avons vu, nous l'avons adapté dans le code Harmony1D pour être en accord avec le niveau de bruit des simulations PIC. Dans ces dernières, le niveau de bruit est dû au nombre de particules présentes et il est de manière générale supérieur au niveau de bruit thermique. En se plaçant à très basse intensité, nous avons essayé de reproduire le niveau des fluctuations présentes dans les résultats des simulations PIC, ce qui a servi

de référence pour le niveau de bruit.

5.4.2. Résultats des simulations et comparaison

Le comportement de la réflectivité dans les simulations PIC, quelque soit l'amortissement et quelque soit l'intensité, présente une tendance commune : on observe après la phase de croissance, une saturation suivie d'un régime chaotique puis on observe une chute de la réflectivité. Cette chute n'apparaît pas au même moment selon l'intensité du système. En fait, plus l'intensité est faible et plus cette chute est tardive. Néanmoins, cette diminution de l'activité Brillouin n'est pas due à la diminution de la densité et à la disparition du profil au cours du temps. En effet, la chute de la réflectivité intervient toujours avant que le plateau de densité n'ait complètement disparu. Le temps hydrodynamique d'expansion du plasma (durée au bout de laquelle on s'attend à la disparition totale du plateau) est de $L_I/2c_s$ correspondant pour nos paramètres à $\omega_s t \approx 680$.

Un autre résultat important de ces simulations est l'observation d'une très forte désintégration en sous-harmoniques. Comme le montre la figure Fig. 5.15 illustrant pour un cas typique à $I\lambda_0^2 = 2.5 \cdot 10^{14} \text{W/cm}^2$ la réflectivité Brillouin et le spectre de la densité, on observe une croissance très importante des sous-harmoniques (particulièrement pour les modes en $k_s/3$ ici) ainsi qu'une diminution progressive des harmoniques et de la composante fondamentale. On observe en particulier, une très forte désintégration en sous-harmoniques dès la première chute de la réflectivité et sur des temps plus longs, une répartition de l'énergie vers les modes de plus grandes longueurs d'ondes.

A travers les simulations PIC-Hybrid, il est possible de distinguer un régime dit de "basse intensité" $[1 - 2.5] \cdot 10^{14} \text{W/cm}^2$ et un régime de "haute-intensité" $[5 - 10] \cdot 10^{14} \text{W/cm}^2$. Les observations faites sur les résultats des simulations PIC permettent de constater, entre ces deux régimes, des différences de comportements. Tout d'abord dans le régime de "basse-intensité", les oscillations de la réflectivité présentes après la phase de croissance sont moins chaotiques, le comportement est plus "lisse", alors que le régime de "haute intensité" est caractérisée par un comportement de plus en plus chaotique avec des oscillations temporelles très violentes. Comme nous l'avons déjà vu, à "haute intensité" la chute de la réflectivité apparaît plus tôt et de plus en plus tôt lorsque l'intensité augmente. Le régime de "haute-intensité" ne montre pas tout à fait le même comportement pour la composante fondamentale que le régime de "basse-intensité". Dans ce dernier, on observe une chute à des niveaux très faibles de la composante fondamentale lorsque les sous-harmoniques se développent, comme le montrent les figures Fig. 5.16 et Fig. 5.17 (respectivement pour $I\lambda_0^2 = 1 \cdot 10^{14} \text{W/cm}^2$ et $I\lambda_0^2 = 2.5 \cdot 10^{14} \text{W/cm}^2$) illustrant le mode fondamentale $n(k_s)$, la deuxième harmonique $n(2k_s)$ et les sous-harmoniques $\sqrt{\sum_{k=k_{min}}^{k=k_s-k_{min}} n_k^2(t)}$ en fonction du temps en $\omega_s t$. En revanche, dans le régime de "haute-intensité", la composante fondamentale ne décroît pas en temps lorsque les sous-harmoniques se développent, mais elle continue à croître en même temps que les sous-harmoniques et subit ensuite une décroissance (toujours avant que le profil hydrodynamique n'ait disparu) quasiment en même temps que les sous-harmoniques (c.f. Fig. 5.18)).

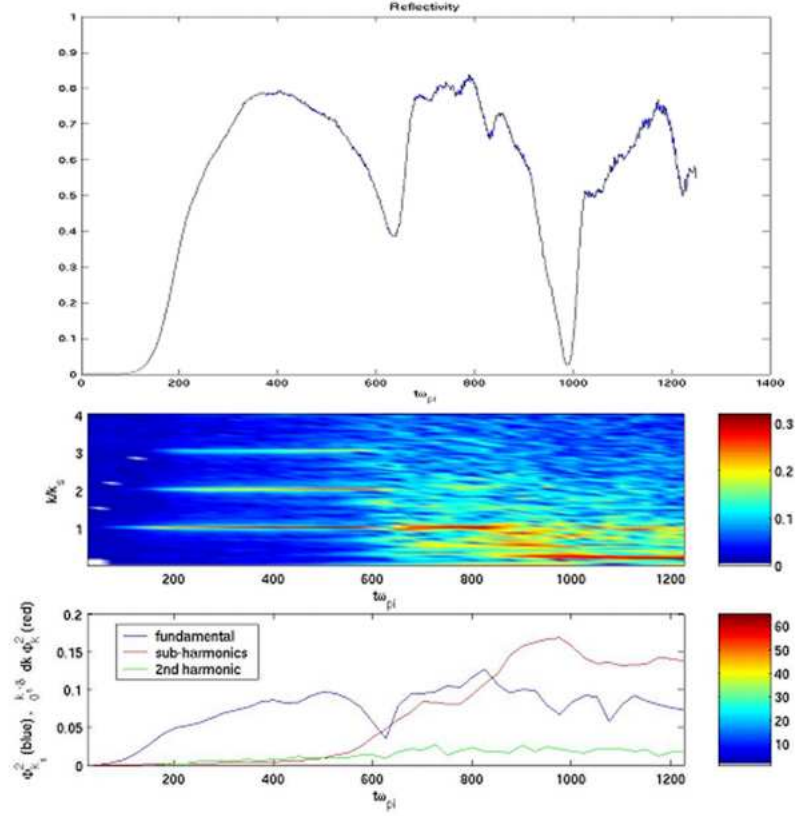


FIG. 5.15.: Simulations PIC-Hydrid (F. Detering) : Réflectivité instantanée en fonction du temps en $\omega_{pi}t$ (en haut), spectre de la densité ionique en fonction du temps (au milieu), mode fondamental (k_s), sous-harmoniques ($k < k_s$) et deuxième harmonique ($2k_s$) en fonction du temps (en bas). Paramètres utilisés : $I\lambda_0^2 = 2.5 \cdot 10^{14} \text{W/cm}^2$, $T_e/T_i = 18$, $\nu/\omega_s \approx 0.001$.

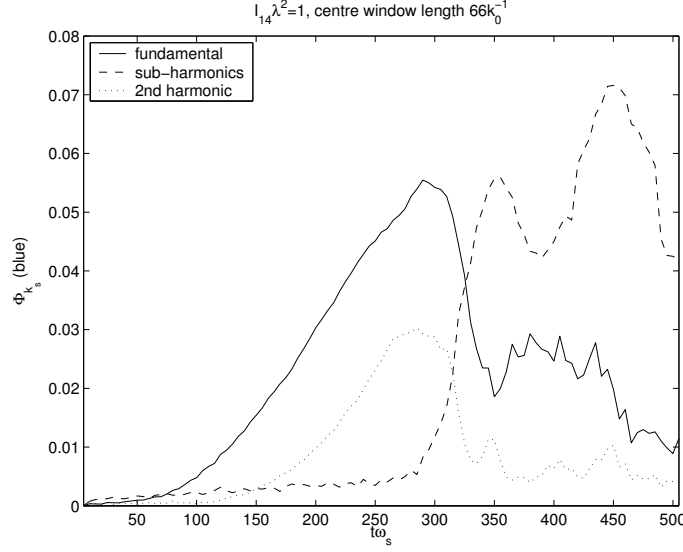


FIG. 5.16.: Simulations PIC-Hybrid (F. Detering) : composante fondamentale, sous-harmoniques et deuxième harmonique en fonction du temps (en bas) estimés par une transformée de Fourier sur une fenêtre de longueur $L = 66k_0^{-1}$ autour du centre du plateau. Paramètres utilisés : $I\lambda_0^2 = 1 \cdot 10^{14} W/cm^2$, $T_e/T_i = 18$, $\nu/\omega_s \approx 0.001$.

Cette distinction entre les deux régimes d'intensités apparaît aussi lors des comparaisons avec les simulations faites avec Harmony1D. En général on trouve qu'il est possible de modéliser la chute de la réflectivité (ainsi que la croissance des sous-harmoniques) dans le régime de "basse-intensité" mais dans le régime de "haute-intensité", aucune des simulations ne permet d'obtenir des résultats satisfaisants.

Dans le régime de "basse-intensité" (pour $[1 - 2.5] \cdot 10^{14} W/cm^2$), les simulations faites avec Harmony1D en introduisant les sous-harmoniques et les effets cinétiques, conduisent à des résultats assez semblables aux simulations PIC. Comme le montre la figure Fig. 5.19, pour $I\lambda_0^2 = 1 \cdot 10^{14} W/cm^2$, les réflectivités PIC et de la méthode de décomposition en harmoniques sont très proches, et en particulier, la décroissance de la réflectivité est bien reproduite. Sans sous-harmoniques ni effets cinétiques (c.f Fig. 5.19), on constate la réflectivité Brillouin ne chute pas sur la même durée, et ne décroît que lorsque le plateau a disparu. Le meilleur accord est obtenu pour une valeur du paramètre η compris dans l'intervalle $[-0.18; -0.12]$. Dans cet intervalle, on observe une chute de la réflectivité et une valeur de saturation très proche. Au-delà de cet intervalle et pour des valeurs très élevées (en valeur absolue) du paramètre η , le système devient hors-résonant car le décalage de fréquence devient trop élevée et par conséquent l'instabilité ne se développent pas. Pour des valeurs inférieures, la réflectivité Brillouin ne décroît pas comme pour les simulations PIC, car le système est dominé par l'hydrodynamique.

Un résultat très semblable est présenté sur la figure Fig. 5.20, où l'accord entre les simulations PIC et Harmony s'avère être encore plus flagrant sur la réflectivité. Des simulations effectuées sans introduire les effets cinétiques, permettent de déterminer le

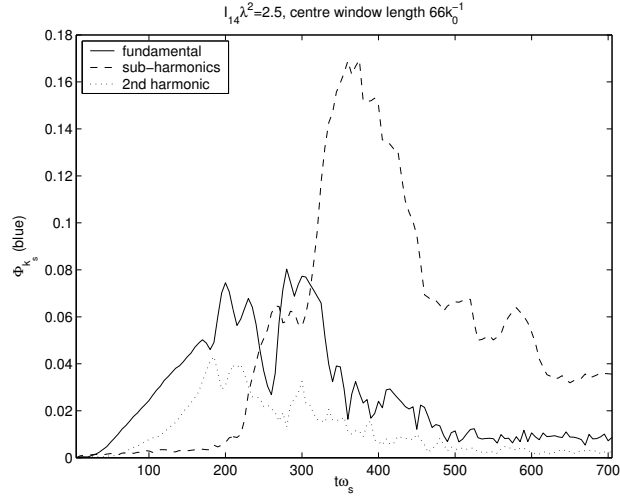


FIG. 5.17.: Simulations PIC-Hydrid (F. Detering) : composante fondamentale, sous-harmoniques et deuxième harmonique en fonction du temps (en bas) estimés par une transformée de Fourier sur une fenêtre de longueur $L = 66k_0^{-1}$ autour du centre du plateau. Paramètres utilisés : $I\lambda_0^2 = 2.5 \cdot 10^{14} W/cm^2$, $T_e/T_i = 18$, $\nu/\omega_s \approx 0.001$.

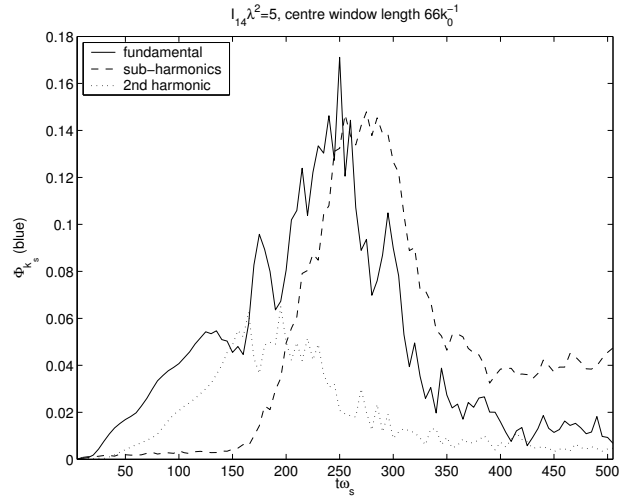


FIG. 5.18.: Simulations PIC-Hydrid (F. Detering) : composante fondamentale, sous-harmoniques et deuxième harmonique en fonction du temps (en bas) estimés par une transformée de Fourier sur une fenêtre de longueur $L = 66k_0^{-1}$ autour du centre du plateau. Paramètres utilisés : $I\lambda_0^2 = 5 \cdot 10^{14} W/cm^2$, $T_e/T_i = 18$, $\nu/\omega_s \approx 0.001$.

rôle de ces derniers. Les effets cinétiques favorisent la croissance des sous-harmoniques (et ainsi la chute de la réflectivité Brillouin), et leur présence dans les simulations faites avec Harmony peut conduire à un bon accord sur la phase, en reproduisant correctement les oscillations visibles sur la réflectivité (minima et maxima). De nouveau le meilleur accord sur la réflectivité est obtenu pour un η compris dans l'intervalle $[-0.18; -0.12]$.

En augmentant l'intensité, on arrive à un cas limite, pour $I\lambda_0^2 = 5 \cdot 10^{14} \text{W/cm}^2$, où, bien qu'il soit encore possible de reproduire la chute de la réflectivité (comme le montre la figure Fig. 5.23), de nombreuses différences commencent à apparaître sur la croissance des sous-harmoniques et celle du mode fondamental. Au-delà ($I\lambda_0^2 > 5 \cdot 10^{14} \text{W/cm}^2$), quelque soit la valeur du paramètre η , il n'a pas été possible de reproduire avec Harmony la chute de la réflectivité observée dans les simulations PIC-Hybrid.

En outre, nous avons pu constater que même sans la présence des effets cinétiques, les sous-harmoniques peuvent se développer, via des mécanismes fluides. Mais ajouter le décalage de fréquence non-linéaire permet d'augmenter le niveau maximal des fluctuations des sous-harmoniques et ainsi de diminuer la croissance de la composante fondamentale. Les figures Fig. 5.21 et Fig. 5.22 respectivement pour $I\lambda_0^2 = 1 \cdot 10^{14} \text{W/cm}^2$ et $I\lambda_0^2 = 2.5 \cdot 10^{14} \text{W/cm}^2$, où l'on compare l'évolution du mode fondamental en prenant en compte les sous-harmoniques et les effets cinétiques avec le mode fondamental obtenu à partir d'une simulation où l'on ne conserve que les effets cinétiques (pas de sous-harmoniques) montrent une très forte désintégration vers les sous-harmoniques et une chute des harmoniques de la composante fondamentale. Il est nécessaire de tenir compte (i) des effets cinétiques (par un décalage de fréquence), (ii) de la désintégration en sous-harmoniques. La seule prise en compte des effets cinétiques sans sous-harmoniques est insuffisante (Fig. 5.16 et Fig. 5.17).

Une étude de la convergence a montré que la prise en compte des sous-harmoniques en $k_s/6$ suffisait sans nécessiter d'aller au-delà en choisissant une discrétisation plus fine.

On peut remarquer que bien que présentant un comportement général très semblable, l'évolution des modes présente quelques différences entre les simulations PIC et les simulations de la méthode de décomposition en harmonique. L'amplitude maximale de la composante fondamentale et des sous-harmoniques est plus faible dans les simulations du code Harmony1D. Les figures Fig. 5.21 et Fig. 5.16, montrent que la valeur maximum de la composante fondamentale est très proche des simulations PIC ($n_1 \approx 0.06$) et que de même le niveau des sous-harmoniques est très similaire entre les deux types de simulations. En revanche, les figures Fig. 5.22 et Fig. 5.17, pour une intensité de $I\lambda_0^2 = 2.5 \cdot 10^{14} \text{W/cm}^2$, montrent que des différences apparaissent au niveau de la valeur maximale de la composante fondamentale (plus élevée d'un facteur 1.5 environ dans le code de décomposition), et le niveau maximal de fluctuations des sous-harmoniques est plus faible avec Harmony1D. Nous reviendrons dans la suite sur l'origine des différences concernant l'amplitude des sous-harmoniques.

Lorsque l'on modifie la température ionique, et ainsi l'amortissement des ondes sonores, (mais tout en restant en régime d'instabilité absolue), on peut toujours reproduire la chute de la réflectivité dans la régime de basse intensité et jusqu'à l'intensité limite de $I\lambda_0^2 = 5 \cdot 10^{14} \text{W/cm}^2$. Comme le montre la figure Fig. 5.24, la prise en compte des sous-harmoniques, favorisées par le décalage de fréquence non-linéaire provenant des effets

cinétiques ioniques, provoque toujours une chute de la composante fondamentale et de ses harmoniques au cours du temps. Néanmoins pour obtenir un bon accord entre les deux types de simulations, nous avons dû augmenter la valeur du paramètre η et le prendre dans l'intervalle $[-0.25; -0.2]$. Pour les trois intensités ($[1; 2.5; 5] 10^{14} W/cm^2$), il est possible de reproduire la chute de la réflectivité en prenant cette valeur alors que de nouveau pour des intensités supérieures aucune valeur ne permet de reproduire les simulations PIC. Le fait de devoir augmenter la valeur de η avec la température ionique reste cohérent avec le traitement perturbatif de Morales et O'Neil, car dans leur calcul, ce paramètre dépend en effet de la température ionique et augmente avec cette dernière.

5.4.3. Discussion et conclusion

Le comportement spatial de la densité est fortement modifié lorsque l'on introduit les sous-harmoniques. Ces différences de comportement sont illustrées sur la figure Fig. 5.25 comparant la densité ionique totale n_i/n_0 , prise à trois instants, pour trois simulations différentes : (a) sans les sous-harmoniques et les effets cinétiques, (b) avec les sous-harmoniques et les effets cinétiques, (c) avec uniquement les effets cinétiques. On constate que le simple fait d'ajouter les effets cinétiques ne modifie que très peu le comportement de la densité, alors qu'en présence des sous-harmoniques, la densité présente une zone incohérente à la place de la perturbation cohérente présentant des oscillations en k_s . Cette zone incohérente correspond à un "fond" dans l'espace spectral entre les différentes harmoniques déjà observée dans des précédentes simulations fluides [32].

La figure Fig. 5.26 illustre en trois endroits différents dans le plasma, la transformée de Fourier en temps de la densité ionique reconstruite n_i/n_0 pour une simulation sans effets cinétiques ni sous-harmoniques. Au cours du temps les zones, où l'instabilité Brillouin se développe, se déplacent dans le plasma, apparaissant d'abord dans la zone avant où le laser pénètre. L'effet de l'hydrodynamique via le décalage Doppler est de provoquer un déplacement de chaque composante $p\omega_s \rightarrow p\omega_s + pk_s v_0$. La figure Fig. 5.27 présente le même diagnostic mais pour une simulation effectuée avec les sous-harmoniques et les effets cinétiques. Les effets cinétiques ont un effet contraire au décalage Doppler en rendant le système moins chaotique, ce que nous avons déjà pu observer par un lissage apparent de la réflectivité. De plus, dès que la zone incohérente apparaît, les harmoniques et la composante fondamentale disparaissent et le spectre ne présente plus que des sous-harmoniques.

Les valeurs du paramètre η utilisé dans les simulations sont, quelque soit la température ionique, très supérieures aux valeurs estimées par Morales et O'Neil (de plus un facteur 10). On sait d'après [88] qu'en 1D avec un décalage de fréquence positif (ce qui est le cas avec les effets cinétiques ioniques) le système présente un optimum lorsque le décalage de fréquence est $\delta\omega_{opt} = (3k_s^2\lambda_D^2/8)\omega_s$ et qu'au-delà de cet optimum le taux de croissance diminue et l'instabilité va disparaître. Dans les régimes étudiés ici, nous sommes bien au-delà des limites de [88] concernant l'amplitude de la composante fondamentale, et il est donc probable que la valeur de cet optimum soit supérieure. On peut donc supposer que le décalage de fréquence donnant le taux de croissance maximum est environ ϵ fois

plus grand soit : $\delta\omega_{opt} = \epsilon(3k_s^2\lambda_D^2)/8\omega_s$. Si l'on prend comme valeur de n_1/N_0 la valeur observée dans les simulations (soit au maximum $n_1/N_0 \approx 0.07$), on peut estimer la valeur du paramètre η donnant le taux de croissance maximum des sous-harmoniques. Pour être proche de cet optimum, on doit donc avoir :

$$\delta\omega_{kin} = \eta\omega_s \left| \frac{n_1}{N_0} \right|^{1/2} \approx \epsilon \frac{3}{8} k_s^2 \lambda_D^2 \omega_s$$

et en utilisant la valeur maximum de n_1/N_0 observée dans les simulations, on obtient :

$$\eta \approx \frac{3}{8} k_s^2 \lambda_D^2 \frac{\epsilon}{|n_1/N_0|^{1/2}} \approx 0.09\epsilon$$

Dans nos simulations, la valeur donnant la croissance la plus importante des sous-harmoniques (et le meilleur accord avec les simulations PIC-Hybrid) est obtenue pour un $|\eta|$ compris dans l'intervalle $[0.12; 0.18]$. Si l'on suppose que pour nos simulations le décalage de fréquence donnant le taux de croissance le plus important est décalé d'environ 1 à 2 fois ($\epsilon = 1$ ou $\epsilon = 2$) de la valeur théorique (ce qui reste encore raisonnable en raison de l'amplitude importante de la composante fondamentale) on retrouve les valeurs du paramètre η utilisées dans les simulations et donnant le meilleur accord.

Nous avons néanmoins pu observer des différences même à basse intensité sur l'amplitude maximum des sous-harmoniques entre les deux types de simulations. Il est donc très probable qu'un autre mécanisme soit à l'origine de la croissance des sous-harmoniques. En particulier, les simulations cinétiques ont montré même à basse intensité une croissance plus importante que dans les simulations fluides des perturbations des quantités hydrodynamiques (dont fait partie le dépôt d'impulsion dû au Brillouin, voir chapitre 3). Ces perturbations pourraient éventuellement expliquer l'origine de ces différences en amplitude.

Dans le régime de haute intensité, plusieurs raisons peuvent expliquer les profonds désaccords observés. Tout d'abord, le régime présente, comme nous l'avons déjà dit, des oscillations temporelles très brutales, et une description correcte de ce comportement nécessiterait peut-être l'utilisation dans Harmony d'un ordre supérieur dans la résolution temporelle. Les équations décrivant l'instabilité Brillouin dans le régime de désintégration modifiée seraient plus adéquates. De plus, les simulations cinétiques ont montré un chauffage ionique très important, à haute intensité qui peut expliquer les désaccords. Ce chauffage ionique par une augmentation de l'amortissement peut être la cause de la chute de la réflectivité Brillouin que l'on observe, et expliquer ainsi pourquoi l'introduction des sous-harmoniques ne suffit pas à reproduire ces résultats.

En conclusion, en comparant les deux types de description cinétiques et fluides dans un régime d'instabilité absolu (avec des amortissements très faibles), nous avons vu qu'il était possible de modéliser avec un accord assez satisfaisant la croissance des sous-harmoniques et la chute de la réflectivité Brillouin qui l'accompagne. Cette dernière n'a pas pour unique origine dans ces simulations, les effets cinétiques comme suggéré par [?]. Une très forte désintégration en sous-harmoniques est provoquée par les effets cinétiques ioniques et conduit en emportant l'énergie de la composante fondamentale à

une décroissance de l'activité Brillouin. L'ajout d'un décalage de fréquence non-linéaire pour décrire les effets cinétiques ioniques ne suffit pas à reproduire ce comportement, et il semble nécessaire d'inclure les sous-harmoniques dans le modèle. Néanmoins, ce modèle reste limité à des régimes d'intensité modérée car pour des intensités plus élevées, la diminution de l'activité Brillouin semble due à des phénomènes de chauffage ionique conduisant à un amortissement sur les ondes sonores plus important.

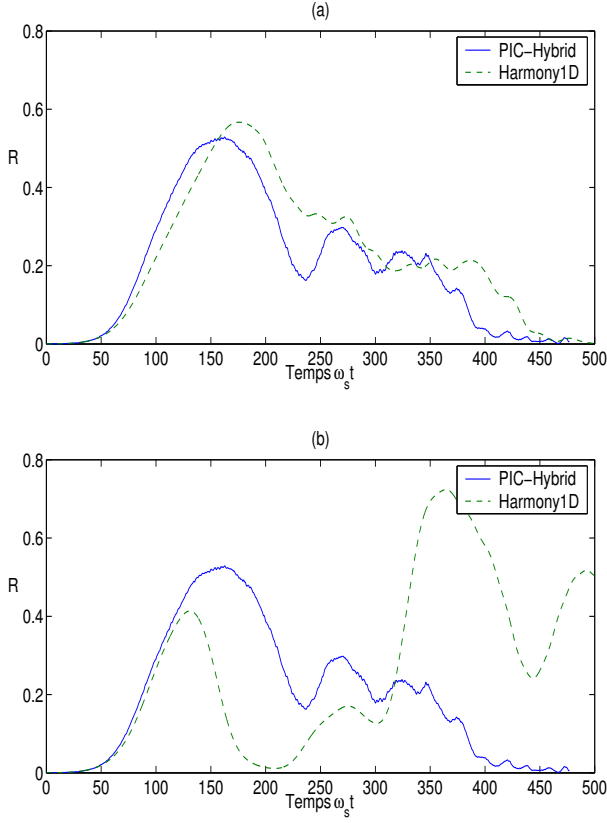


FIG. 5.19.: Réflectivité Brillouin instantanée $R(t)$: (a) comparaison PIC avec Harmony1D en introduisant les sous-harmoniques et les effets cinétiques, (b) comparaison PIC avec Harmony1D sans introduire les sous-harmoniques et les effets cinétiques. Paramètres utilisés : $I\lambda_0^2 = 10^{14}W/cm^2$, $T_e/T_i = 18$, $\nu/\omega_s \approx 0.001$

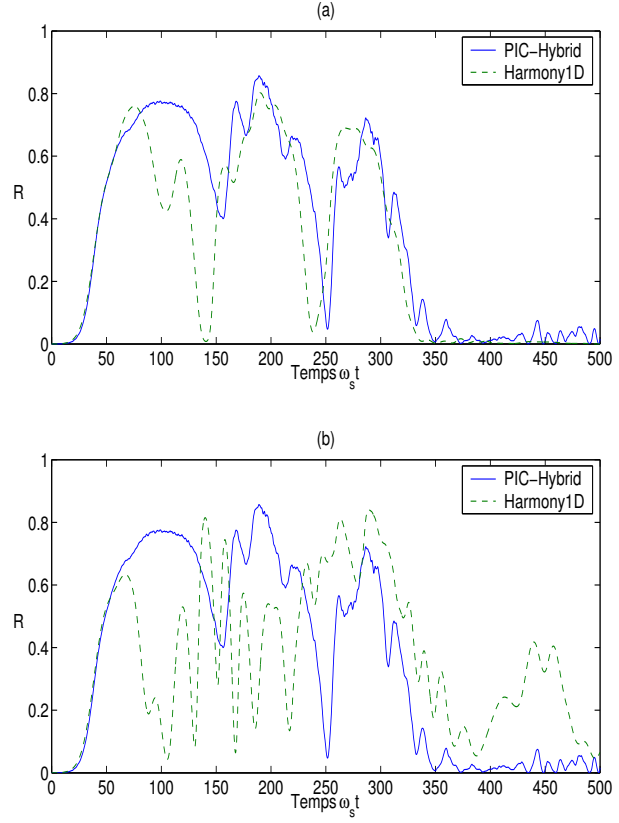


FIG. 5.20.: Réflectivité Brillouin instantanée $R(t)$: (a) comparaison PIC avec Harmony1D en introduisant les sous-harmoniques et les effets cinétiques, (b) comparaison PIC avec Harmony1D sans introduire les sous-harmoniques et les effets cinétiques. Paramètres utilisés : $I\lambda_0^2 = 2.5 \cdot 10^{14}W/cm^2$, $T_e/T_i = 18$, $\nu/\omega_s \approx 0.001$

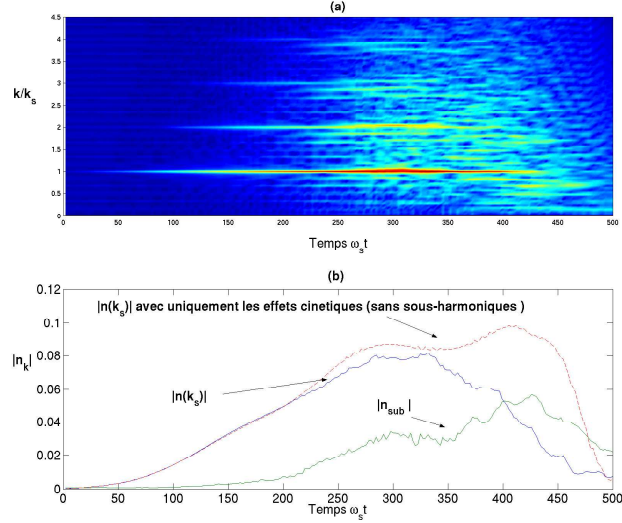


FIG. 5.21.: (a) spectre de la densité $|n(k, t)|^{1/2}$ en fonction du temps réalisé sur une fenêtre de longueur $L = 66k_0^{-1}$ autour du centre du plateau pour une simulation avec les effets cinétiques et les sous-harmoniques, (b) évolution du mode fondamental et des sous-harmoniques au cours du temps pour une simulation avec les effets cinétiques et les sous-harmoniques comparé à l'évolution du mode fondamental pour une simulation avec uniquement les effets cinétiques. Paramètres utilisés : $I\lambda_0^2 = 1 \cdot 10^{14} W/cm^2$, $T_e/T_i = 18$, $\nu/\omega_s \approx 0.001$

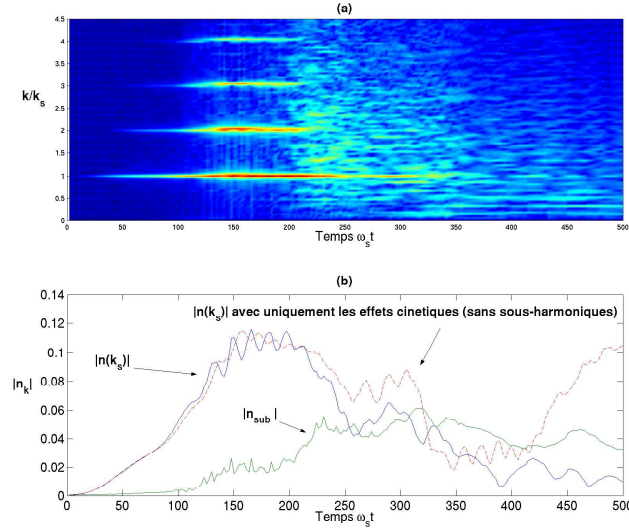


FIG. 5.22.: (a) spectre de la densité $|n(k, t)|^{1/2}$ en fonction du temps réalisé sur une fenêtre de longueur $L = 66k_0^{-1}$ autour du centre du plateau pour une simulation avec les effets cinétiques et les sous-harmoniques, (b) évolution du mode fondamental et des sous-harmoniques au cours du temps pour une simulation avec les effets cinétiques et les sous-harmoniques comparé à l'évolution du mode fondamental pour une simulation avec uniquement les effets cinétiques. Paramètres utilisés : $I\lambda_0^2 = 2.5 \cdot 10^{14} W/cm^2$, $T_e/T_i = 18$, $\nu/\omega_s \approx 0.001$

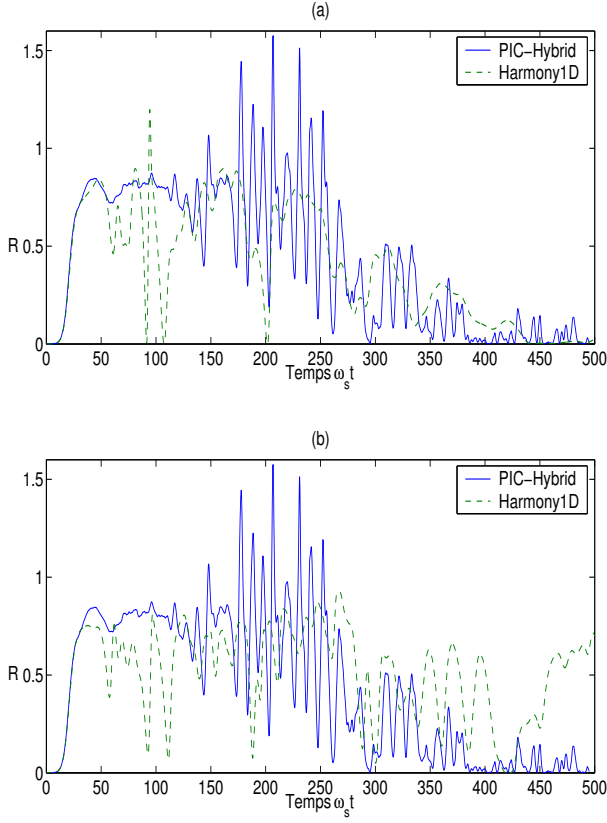


FIG. 5.23.: Réflectivité Brillouin instantanée $R(t)$: (a) comparaison PIC avec Harmony1D en introduisant les sous-harmoniques et les effets cinétiques, (b) comparaison PIC avec Harmony1D sans introduire les sous-harmoniques et les effets cinétiques. Paramètres utilisés : $I\lambda_0^2 = 10^{14}W/cm^2$, $T_e/T_i = 18$, $\nu/\omega_s \approx 0.001$

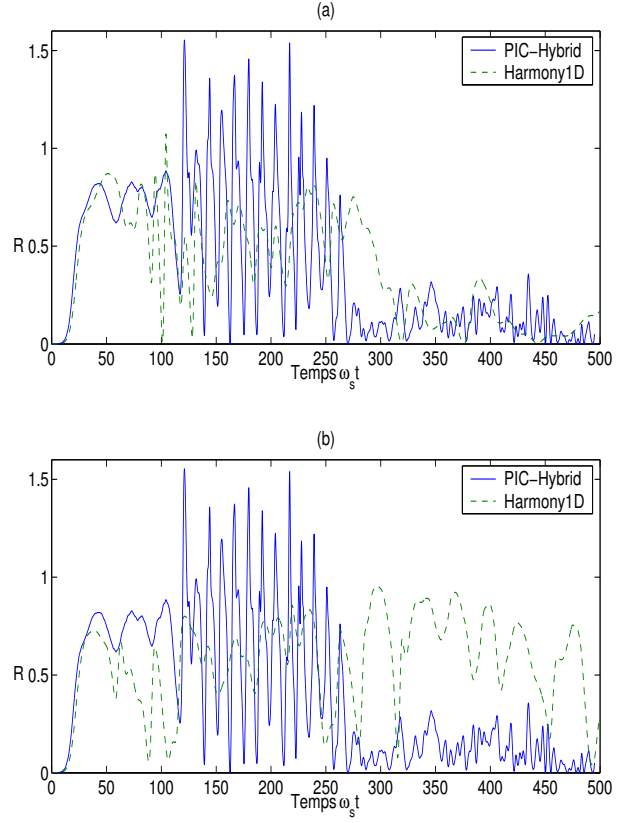


FIG. 5.24.: Réflectivité Brillouin instantanée $R(t)$: (a) comparaison PIC avec Harmony1D en introduisant les sous-harmoniques et les effets cinétiques, (b) comparaison PIC avec Harmony1D sans introduire les sous-harmoniques et les effets cinétiques. Paramètres utilisés : $I\lambda_0^2 = 5 \cdot 10^{14}W/cm^2$, $T_e/T_i = 12$, $\nu/\omega_s \approx 0.01$

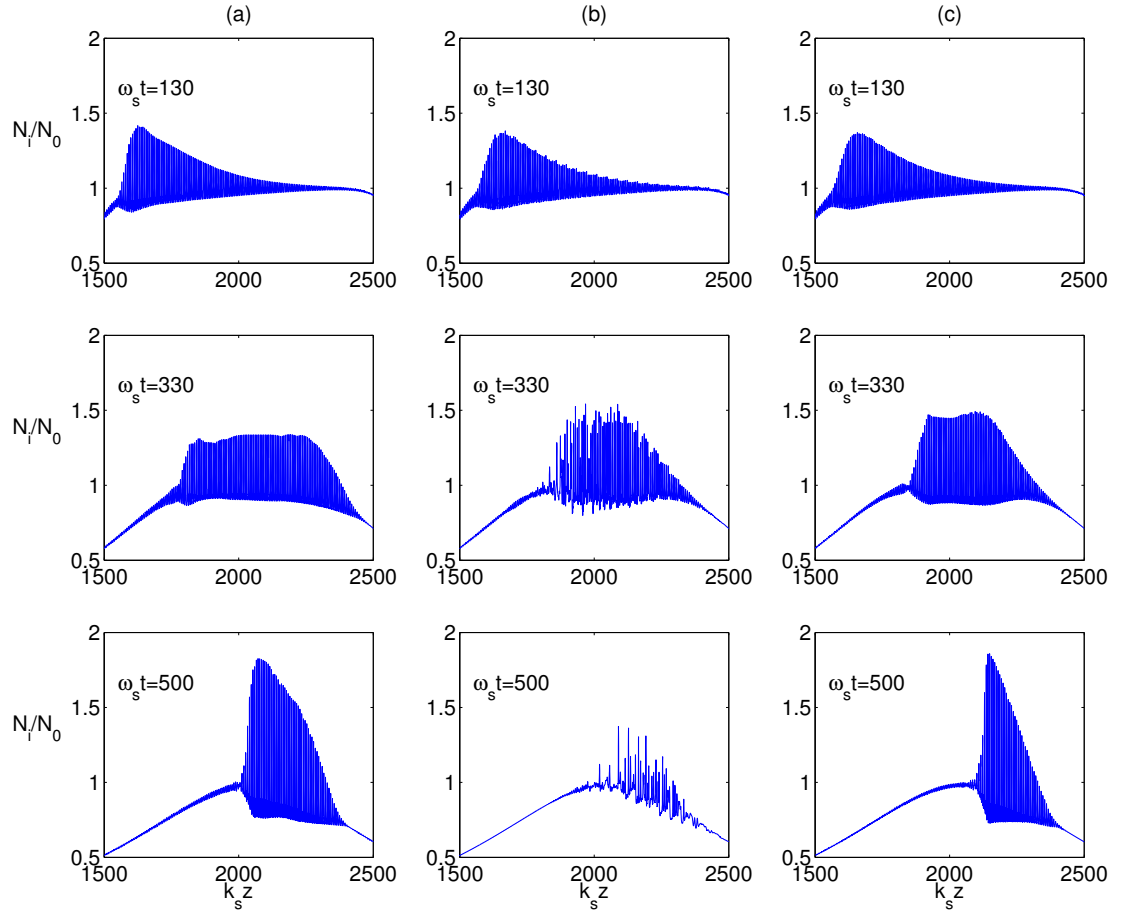


FIG. 5.25.: Evolution de la densité ionique pour trois instants : (a) simulation sans effets cinétiques ni sous-harmoniques, (b) simulation avec effets cinétiques et sous-harmoniques, (c) simulation avec uniquement les effets cinétiques. Paramètres utilisés : $I\lambda_0^2 = 10^{14} \text{W/cm}^2$, $T_e/T_i = 18$, $\nu/\omega_s \approx 0.001$

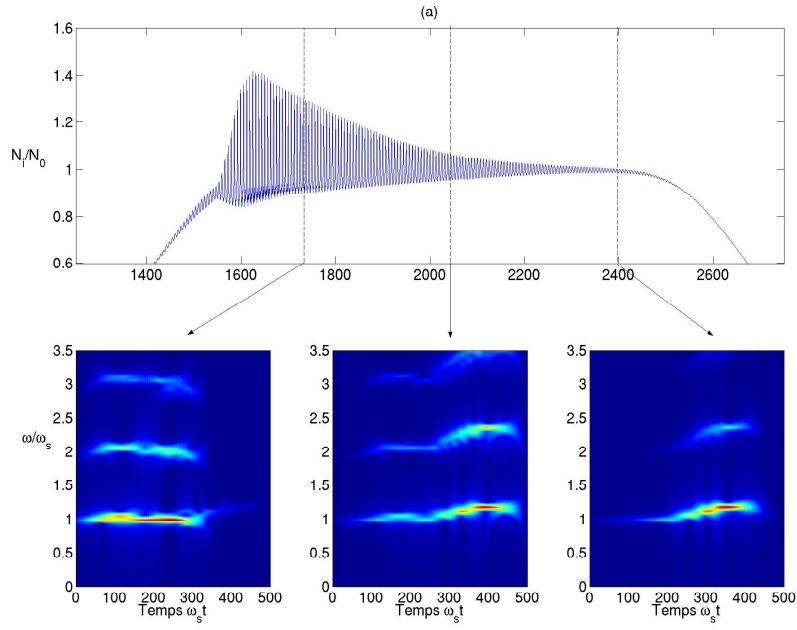


FIG. 5.26.: Spectre en temps de la densité ionique prise en trois endroits dans le plasma pour une simulation sans effets cinétiques ni sous-harmoniques. Paramètres utilisés : $I\lambda_0^2 = 10^{14} \text{W/cm}^2$, $T_e/T_i = 18$, $\nu/\omega_s \approx 0.001$

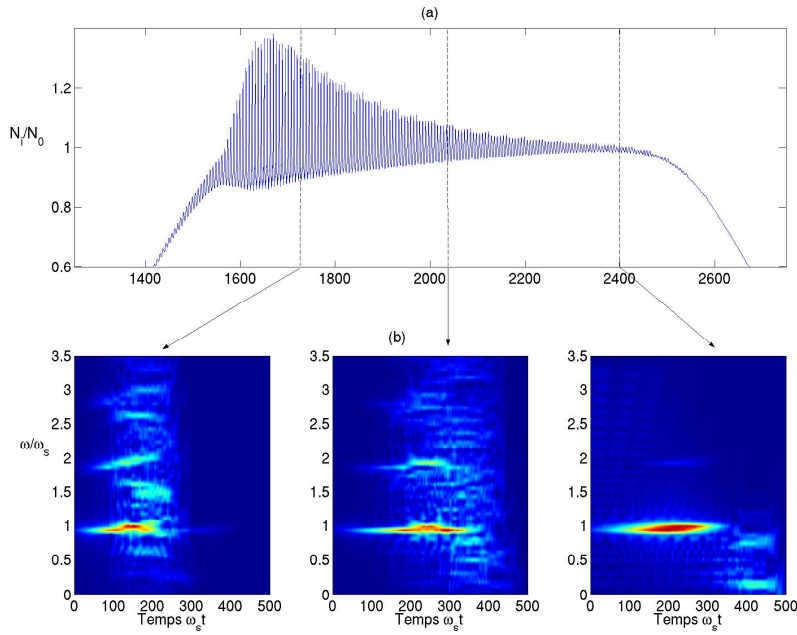


FIG. 5.27.: Spectre en temps de la densité ionique prise en trois endroits dans le plasma pour une simulation avec les effets cinétiques et les sous-harmoniques. Paramètres utilisés : $I\lambda_0^2 = 10^{14} \text{W/cm}^2$, $T_e/T_i = 18$, $\nu/\omega_s \approx 0.001$

6. Conclusion

Accéder à la maîtrise de la fusion par confinement inertiel nécessite de passer d'abord par une maîtrise de l'instabilité de diffusion Brillouin stimulée. Ce sujet, qui occupe depuis longtemps les physiciens de l'interaction laser-plasma, a connu des avancées ces dernières années. Mais actuellement, des désaccords importants existent entre résultats expérimentaux et prédictions théoriques. La partie modélisation s'est grandement développée avec la volonté d'obtenir des codes de simulations en mesure de prédire les niveaux d'énergie rétrodiffusée et ainsi de mieux comprendre les différents mécanismes physiques mis en jeu. La principale difficulté de la modélisation de l'instabilité de diffusion Brillouin est que cela met en jeu de nombreux mécanismes intervenant sur des échelles spatiales et temporelles très différentes : l'évolution hydrodynamique du plasma, l'évolution de l'onde sonore et les effets cinétiques.

Accéder à une modélisation globale, avec l'ensemble de ces mécanismes, permettrait de pouvoir simuler les expériences d'interaction-laser plasma, qui ont lieu sur des plasmas de grandes tailles de l'ordre du millimètre, et ainsi d'établir de véritables comparaisons entre expérience et simulation. Au cours de cette thèse, nous avons présenté et étudié une nouvelle méthode, la méthode de décomposition en harmoniques, permettant de décrire l'instabilité de diffusion Brillouin dans un plasma inhomogène. Cette méthode permet de simuler des plasmas de grandes tailles, sans trop de contraintes numériques et d'inclure les effets physiques par addition de termes phénoménologiques. L'objectif de cette thèse était d'une part de valider cette méthode, et d'autre part de chercher à l'améliorer par la prise en compte d'autres effets physiques. La validation de cette méthode s'est faite en deux parties. Tout d'abord, une étude de validation a été faite en comparant cette nouvelle méthode implémentée dans le code "Harmony" à une approche modélisant l'interaction d'un faisceau avec un plasma et la réponse du plasma sans approximation et dans une limite fluide (équations hydrodynamiques couplées avec une équation non-paraxiale pour l'onde électromagnétique et une équation de Poisson). Ce travail a permis de souligner l'importance non-négligeable, pour accéder à une véritable modélisation, de la non-linéarité des ondes sonores. Un nouveau comportement de l'instabilité Brillouin dans lequel la superposition incohérente d'ondes rétrodiffusées générées dans des domaines spatiaux distincts dans le profil de densité et de vitesse conduit à une réflectivité Brillouin chaotique en temps et à une réduction significative de la réflectivité moyennée en temps. Une loi d'échelle de la réflectivité a été obtenue qui est très en accord avec les résultats de simulations en 1D ou 2D, et qui permet d'aller au delà de celle déjà obtenue précédemment [23]. Cette étude a en outre montré l'efficacité d'un point de vue numérique de la méthode de décomposition en harmoniques par rapport à une approche complète, ainsi que sa possibilité d'inclure ou d'enlever des effets physiques (autofocalisation, évolution hydrodynamique, dépôt d'impulsion, non-

linéarité des ondes sonores...) lors des simulations afin de les étudier eux directement ou leur influence sur l'instabilité Brillouin.

Dans un deuxième temps, nous avons fait une étude de validation en appliquant cette méthode à la modélisation d'une véritable expérience d'interaction laser-plasma. En nous appuyant sur les résultats des expériences faites au LULI, nous avons cherché à simuler l'interaction d'un faisceau lissé par lames de phases aléatoires avec un plasma sous-dense. En introduisant l'ensemble des données sur ces simulations, comme les caractéristiques du plasma (gradient de vitesse, température, densité) ou celles du faisceau (profil temporel de l'impulsion), ainsi que des éléments physiques importants (non-linéarité des ondes sonores, effets de transports non-locaux), nous avons été en mesure d'obtenir des résultats particulièrement intéressants sur trois points essentiels :

- les taux d'énergie rétrodiffusée sont très proches de ceux obtenues dans les expériences (de l'ordre de 1% pour une intensité maximale de $8 \cdot 10^{13} \text{W/cm}^2$, et 0.1% pour une intensité maximale de $2.5 \cdot 10^{13} \text{W/cm}^2$) et aussi très faibles.
- la localisation des ondes sonores est parfaitement reproduite, située dans la partie avant du plasma (vers le laser) et non au centre du plasma.
- la zone d'activité Brillouin évolue avec l'intensité utilisée et cela semble jouer un rôle dans les différences observées sur les réflectivités.

De plus, la modularité de cette nouvelle approche a permis de comprendre un peu mieux le rôle de certains mécanismes. Le transport non-local est responsable dans une grande partie de la localisation des ondes sonores et des valeurs de réflectivités obtenues. En effet, en augmentant les effets de lissage induit par le plasma, il provoque un décalage de la zone d'activité Brillouin vers l'avant où les points chauds présentent une taille plus importante.

En complément à cette étude d'un faisceau lissé, des simulations ont été effectuées afin d'étudier un faisceau mono-speckle et par conséquent des intensités plus élevées. La méthode de décomposition en harmoniques a permis de reproduire l'évolution de la réflectivité moyenne en fonction de l'intensité du faisceau. L'ensemble de cette étude a une nouvelle fois montré l'intérêt de l'approche par la méthode de décomposition en harmoniques, sa très grande modularité et la possibilité "d'enlever" ou de "rajouter" les effets physiques désirés dans les simulations. Un aspect essentiel soulevé dans ces comparaisons avec les expériences est le rôle dominant joué par l'évolution hydrodynamique du plasma, qui détermine beaucoup les réflectivités observées.

La troisième partie de cette étude a été consacrée à la modélisation de la décomposition de l'onde sonore en sous-harmoniques (composantes de grandes longueurs d'ondes) et aux effets cinétiques ioniques (effets de piégeages ioniques) qui jouent un rôle essentiel dans la saturation de l'onde sonore et probablement dans les différences observées entre simulations et expériences. Suivant la méthode employée pour inclure les harmoniques, nous pouvons inclure les sous-harmoniques dans Harmony. Les effets cinétiques sont modélisés, suivant une méthode usuelle, par un décalage de fréquence non-linéaire dans le propagateur des ondes sonores. Le couplage sous-harmoniques/effets cinétiques est très important car puisque ces derniers favorisent la croissance des composantes de grandes longueurs d'ondes, il apparaît essentiel de modéliser simultanément ces deux phénomènes pour être consistant. Des simulations PIC-Hybrid (particules pour les ions et fluides pour

les électrons) ont montré une croissance très importante des sous-harmoniques et une chute de la réflectivité qui ne peut être attribuée à des effets hydrodynamiques. En comparant les résultats de simulations menées avec Harmony (en 1D) nous avons été en mesure, dans un certain régime d'intensité, de reproduire ces observations (chute de la réflectivité et croissance des sous-harmoniques). Néanmoins, pour des intensités plus élevées, il semble que la chute de la réflectivité soit attribuée à des effets de chauffage ionique (et donc d'un amortissement plus important) ce qui explique l'impossibilité de reproduire cette décroissance de l'instabilité Brillouin via la méthode de décomposition en harmoniques.

Les résultats obtenus au cours de cette thèse sont prometteurs dans le sens où l'on s'approche d'une modélisation de plus en plus réaliste et proche des conditions expérimentales. Néanmoins, de nombreux problèmes persistent encore. En particulier, nous avons vu par le rôle très important de l'hydrodynamique, la nécessité de bien connaître les caractéristiques du plasma pour obtenir un bon accord simulations/expériences, ce qui suppose un important travail en amont sur les conditions expérimentales. D'autre part, les comparaisons effectuées ici entre expériences et simulations, ont été basées sur des simulations faites en géométrie 2D, or nous savons (voir chapitre 2) que les effets 3D sont différents en ce qui concernent l'autofocalisation et la filamentation et par conséquent il serait intéressant d'étudier de véritables comparaisons entre simulations 3D et expériences. Enfin concernant toujours les comparaisons avec les expériences d'interaction, le problème du bruit initial à introduire dans les simulations est toujours un point discutable. Doit-on introduire le bruit thermique ou admettre que différents effets (faisceau de création, autres instabilités...) provoquent une augmentation de ce bruit au-delà du bruit thermique comme cela a déjà été suggéré? En effet, étant dans des régimes convectifs pour les paramètres de la très grande majorité des expériences menées, le niveau de bruit est déterminant pour la croissance de l'instabilité. Concernant la modélisation des effets cinétiques, l'utilisation de termes phénoménologiques reste limitée à des régimes d'intensités modérées, ce qui n'est pas toujours le cas lors des expériences où certains points chauds peuvent atteindre des intensités très élevées. De plus, le problème des effets cinétiques électroniques (non abordés ici) reste présent. Il semble en effet qu'une simple modélisation de ces derniers par une approche semblable à celle des effets cinétiques ioniques est illusoire. Un important travail théorique est nécessaire sur ce sujet qui devrait être appuyé par des comparaisons avec des simulations faites à partir de code PIC-PIC (ions particules, électrons particules). Enfin, le rôle des collisions qui sont susceptibles de ramener à l'équilibre la fonction de distribution des particules en libérant les particules piégées doit absolument être pris en compte de même que les effets bidimensionnels [90].

Au cours de cette thèse consacrée à la modélisation Brillouin, nous n'avons évidemment pas pris en considération le couplage avec d'autres instabilités (en dehors de l'autofocalisation/filamentation) comme l'instabilité de diffusion Raman. Or une bonne compréhension de ces instabilités doit forcément passer par une étude de l'influence que chacune a sur l'autre.

Nous noterons pour conclure, qu'une version identique à celle du code "Harmony" pour la partie concernant la description du Brillouin a été implémentée dans le code Héra du

CEA par P. Loiseau [91]. Ce code présente l'avantage de posséder une hydrodynamique complète (avec l'énergie) et d'être 3D, et peut donc permettre d'étudier plus en détail l'instabilité Brillouin et les effets multidimensionnels discutés précédemment.

En raison de la complexité de la physique de l'interaction laser-plasma, de nombreux travaux restent encore à faire dans le cadre d'une collaboration étroite entre expérimentateurs et théoriciens pour arriver à maîtriser un jour le développement de ces instabilités, pour les futures expériences d'interaction du laser-mégajoule.

A. Dérivation de la relation de dispersion générale des ondes acoustiques ioniques et calculs des coefficients de couplage quadratiques

Le but est de dériver la relation de dispersion générale des ondes acoustiques ioniques à partir des équations fluides et d'en déduire ainsi les coefficients de couplages en retenant les corrections en $k_s \lambda_{De}$ et les corrections dues à la température ionique T_i . On rappelle tout d'abord la version *linéarisée*¹ permettant d'obtenir la relation de dispersion des ondes sonores.

A.1. Version linéarisée :

On part du système suivant :

$$\frac{\partial}{\partial t} n + \nabla \cdot (n \vec{v}) = 0 \quad (\text{A.1})$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \vec{v} + (\vec{v} \cdot \nabla) \vec{v} + c_{si}^2 \nabla \cdot (\ln n) = -c_{se}^2 \nabla \cdot \varphi \quad (\text{A.2})$$

$$\lambda_{De}^2 \Delta \varphi = n_e - n \quad (\text{A.3})$$

$$n_e = e^{(\varphi - \varphi_p)} \quad (\text{A.4})$$

Où l'on a normalisé de la manière suivante :

- les vitesses à la vitesse sonore $c_s^2 = (ZT_e + 3T_i)/m_i$, soit
- la vitesse sonore électronique $c_{se}^2 = ZT_e/(ZT_e + 3T_i)$
- la vitesse sonore ionique $c_{si}^2 = 3T_i/(ZT_e + 3T_i)$
- Et les potentiels à $\varphi = e\phi/T_e$, $\varphi_p = e\phi_p/T_e$, et les densités à $n_e = n_e/n_{e0}$ et $n = n_i/n_{i0}$.

On passe en fourier, c'est à dire, que l'on suppose, pour tout fonction (densité, vitesse, champ)

$$f = \sum_k f_k \exp(i\vec{k}\vec{x} - i\omega t) \quad (\text{A.5})$$

¹où l'on linéarise les équations fluides

Et on linéarise :

$$\begin{cases} n = 1 + \tilde{n} \\ \vec{v} = \vec{v}_0 + \tilde{\vec{v}} \\ \varphi = \varphi_0 + \tilde{\varphi} \end{cases}$$

Avec $\vec{v}_0 = 0$ et $\varphi_0 = 0$.

$$\Rightarrow \begin{cases} -i\omega n_k + i\vec{k} \cdot \vec{v}_k & = & 0 \\ -i\omega \vec{v}_k + i\vec{k} c_{si}^2 n_k & = & -i\vec{k} c_{se}^2 \varphi_k \\ -\lambda_{De}^2 k^2 \varphi_k & = & \varphi_k - n_k \end{cases}$$

Soit la relation de dispersion linéaire : $\omega^2 = k^2 c_{si}^2 + \frac{k^2 c_{se}^2}{1+k^2 \lambda_{De}^2}$

A.2. Version nonlinéaire :

On part du système précédent où l'on introduit la décomposition de Fourier précédente (5), et où l'on conserve cette fois les termes nonlinéaires. On utilise la décomposition suivante où l'on a introduit une densité et une vitesse de grandes longueurs d'ondes (v_0) correspondant à l'évolution du plasma. Néanmoins pour simplifier le problème on supposera que v_0 et n_0 sont indépendants de l'espace, c'est à dire que l'on va les traiter comme des termes fixés. En effet, s'ils dépendent de l'espace, le problème est plus complexe à traiter (voir chap 1). On décompose donc ainsi :

$$\begin{cases} n = 1 + \tilde{n} \\ v = \vec{v}_0 + \tilde{\vec{v}} \\ \varphi = \varphi_0 + \tilde{\varphi} \end{cases}$$

Ce qui donne alors à l'ordre 3 :

$$\begin{cases} -i(\omega - \vec{k} \cdot \vec{v}_0) n(k, \omega) + i\vec{k} \cdot \vec{v}(k, \omega) + i\vec{k} \cdot \sum_{k'+k''=k} \sum_{\omega'+\omega''=\omega} \vec{v}(k'', \omega'') n(k', \omega') = 0 \\ -i(\omega - \vec{k} \cdot \vec{v}_0) \vec{v}(k, \omega) + \frac{i}{2} \vec{k} \sum_{k'+k''=k} \sum_{\omega'+\omega''=\omega} \vec{v}(k'', \omega'') \vec{v}(k', \omega') \\ \quad + c_{si}^2 i\vec{k} n(k, \omega) - c_{si}^2 i\vec{k} n(k', \omega') n(k'', \omega'') = -i\vec{k} c_{se}^2 \varphi(k, \omega) \\ -k^2 \lambda_{De}^2 \varphi(k, \omega) = n_e(k, \omega) - n(k, \omega) \\ n_e(k, \omega) = \varphi(k, \omega) - \varphi_p(k, \omega) \delta_{k, k_s} + \frac{1}{2} \sum_{k'+k''=k} \sum_{\omega'+\omega''=\omega} \varphi(k', \omega') \varphi(k'', \omega'') \\ \quad + \frac{1}{6} \sum_{k'+k''+k'''=k} \sum_{\omega'+\omega''+\omega'''=\omega} \varphi(k', \omega') \varphi(k'', \omega'') \varphi(k''', \omega''') \end{cases}$$

Pour simplifier les notations, on écrit symboliquement les produits de convolutions sous la forme suivante :

$$\sum_{k'+k''=k} \sum_{\omega'+\omega''=\omega} \vec{v}(k'', \omega'') n(k', \omega') \equiv v_{k''} n_{k'}$$

Comme on se limite au cas 1D, on laisse la notation vectorielle :

$$\vec{k} \cdot \vec{v}_0 = k \vec{e}_z \cdot v_0 \vec{e}_z = k v_0$$

On constate que la présence d'un flot hydrodynamique homogène intervient à travers la renormalisation de la fréquence ω (via un décalage Doppler) : $\omega \rightarrow \omega - kv_0$, et uniquement dans ce terme. Puisque l'on s'intéresse (dans un premier temps) au couplage quadratique, on ne s'intéresse qu'à l'ordre 2. Le système précédent s'écrit alors avec cette notation simplifiée, en posant $\Omega = \omega - kv_0$

$$-i\Omega n_k + ikv_k + ikv_{k''}n_{k'} = 0 \quad (\text{A.6})$$

$$-i\Omega v_k + \frac{i}{2}kv_{k''}v_{k'} + c_{si}^2 ikn_k - c_{si}^2 ikn_{k'}n_{k''} = -ikc_{se}^2 \varphi_k \quad (\text{A.7})$$

$$-k^2\lambda_{De}^2 \varphi_k = n_{ek} - n_k \quad (\text{A.8})$$

$$n_{ek} = \varphi_k - \varphi_{pk}\delta_{k,k_s} + \frac{1}{2}\varphi_{k'}\varphi_{k''} \quad (\text{A.9})$$

Le système précédent s'inverse pour donner :

$$n_k = \frac{k}{\Omega}v_k + \frac{k}{\Omega}v_{k'}v_{k''} \quad (\text{A.10})$$

$$v_k = c_{se}^2 \frac{k}{\Omega} \varphi_k + \frac{1}{2} \frac{k}{\Omega} v_{k'}v_{k''} - \frac{c_{si}^2}{2} \frac{k}{\Omega} n_{k'}n_{k''} + c_{si}^2 \frac{k}{\Omega} n_k \quad (\text{A.11})$$

$$k^2\lambda_{De}^2 \varphi_k = n_k - n_{ek} \quad (\text{A.12})$$

$$n_{ek} = \varphi_k - \varphi_{pk}\delta_{k,k_s} + \frac{1}{2}\varphi_{k'}\varphi_{k''} \quad (\text{A.13})$$

A partir de ce système, on va chercher à revenir à une seule équation sur n_k . Les équations (12) et (13) donnent :

$$\Rightarrow n_k = (1 + k^2\lambda_{De}^2)\varphi_k - \varphi_{pk}\delta_{k,k_s} + \frac{1}{2}\varphi_{k'}\varphi_{k''} \quad (\text{A.14})$$

A partir de l'équation (11), on peut exprimer le potentiel électrostatique :

$$\Rightarrow \varphi_k = \frac{1}{c_{se}^2} \frac{\Omega}{k} v_k - \frac{1}{2c_{se}^2} v_{k'}v_{k''} - \frac{c_{si}^2}{c_{se}^2} [n_{k'}n_{k''} - n_k] \quad (\text{A.15})$$

Et à partir de l'équation (10), on obtient la vitesse :

$$v_k = \frac{\Omega}{k} n_k - n_{k'}v_{k''} \quad (\text{A.16})$$

On reporte l'expression de $v_{k''}$ issue de l'équation (15) pour avoir les couplages à l'ordre 2 :

$$v_k = \frac{\Omega}{k} n_k - n_{k'} \left(\frac{\Omega''}{k''} n_{k''} - n_{k''} v_{k'''} \right) \quad (\text{A.17})$$

Soit,

$$\Rightarrow v_k = \frac{\Omega}{k} n_k - \frac{\Omega''}{k''} n_{k'} n_{k''} + \Theta(n^3) \quad (\text{A.18})$$

On a donc maintenant $\varphi(n, n^2, v, v^2)$ et $v(n, n^2)$, on peut alors remplacer v dans l'expression (15) du potentiel et obtenir alors $\varphi(n, n^2)$ (c'est à dire éliminer v). On a alors :

$$\varphi_k = \frac{1}{c_{se}^2} \frac{\Omega}{k} \left(\frac{\Omega}{k} n_k - \frac{\Omega''}{k''} n_{k'} n_{k''} \right) - \frac{1}{2c_{se}^2} \left(\frac{\Omega'}{k'} n_{k'} \right) \left(\frac{\Omega''}{k''} n_{k''} \right) - \frac{c_{si}^2}{c_{se}^2} [n_{k'} n_{k''} - n_k] \quad (\text{A.19})$$

Soit encore :

$$\varphi_k = \left[\frac{1}{c_{se}^2} \left(\frac{\Omega}{k} \right)^2 - \frac{c_{si}^2}{c_{se}^2} \right] n_k - \left[\frac{1}{c_{se}^2} \left(\frac{\Omega}{k} \right) \left(\frac{\Omega''}{k''} \right) + \frac{1}{2c_{se}^2} \left(\frac{\Omega'}{k'} \right) \left(\frac{\Omega''}{k''} \right) - \frac{c_{si}^2}{2c_{se}^2} \right] n_{k'} n_{k''} \quad (\text{A.20})$$

On remplace maintenant φ_k dans de l'équation (14) pour n'obtenir que la variable n_k :

$$\begin{aligned} n_k = (1 + k^2 \lambda_{De}^2) & \left[\left[\frac{1}{c_{se}^2} \left(\frac{\Omega}{k} \right)^2 - \frac{c_{si}^2}{c_{se}^2} \right] n_k - \left[\frac{1}{c_{se}^2} \left(\frac{\Omega}{k} \right) \left(\frac{\Omega''}{k''} \right) \right. \right. \\ & \left. \left. + \frac{1}{2c_{se}^2} \left(\frac{\Omega'}{k'} \right) \left(\frac{\Omega''}{k''} \right) - \frac{c_{si}^2}{2c_{se}^2} \right] n_{k'} n_{k''} \right] \\ & - \varphi_{pk} \delta_{k, k_s} + \frac{1}{2} \left[\frac{1}{c_{se}^2} \left(\frac{\Omega'}{k'} \right)^2 - \frac{c_{si}^2}{c_{se}^2} \right] \left[\frac{1}{c_{se}^2} \left(\frac{\Omega''}{k''} \right)^2 - \frac{c_{si}^2}{c_{se}^2} \right] n_{k'} n_{k''} \end{aligned} \quad (\text{A.21})$$

Soit encore :

$$\begin{aligned} D(\omega - kv_0, k) n(k, \omega) = & \frac{k^2 c_{se}^2}{(1 + k^2 \lambda_{De}^2)} \varphi_p(k, \omega) \delta_{k, k_s} + k^2 \left[\frac{(\omega - kv_0)(\omega'' - k''v_0)}{k k''} \right. \\ & \left. + \frac{1}{2} \frac{(\omega' - k'v_0)(\omega'' - k''v_0)}{k' k''} - \frac{c_{si}^2}{2} \right. \\ & \left. - \frac{1}{2c_{se}^2(1 + k^2 \lambda_{De}^2)} \left[\left(\frac{\omega' - k'v_0}{k'} \right)^2 - c_{si}^2 \right] \left[\left(\frac{\omega'' - k''v_0}{k''} \right)^2 - c_{si}^2 \right] \right] n(k', \omega') n(k'', \omega'') \end{aligned} \quad (\text{A.22})$$

Avec la relation de dispersion :

$$D(\omega - kv_0, k) = (\omega - kv_0)^2 - k^2 c_{si}^2 - \frac{k^2 c_{se}^2}{(1 + k^2 \lambda_{De}^2)}$$

On a donc finalement :

$$D(\omega - kv_0, k) n(k, \omega) = \frac{k^2 c_{se}^2}{(1 + k^2 \lambda_{De}^2)} \varphi_p(k, \omega) \delta_{k, k_s} + M_{(k', \omega' - k'v_0, k'', \omega'' - k''v_0)} n(k', \omega') n(k'', \omega'')$$

Pour la composante fondamentale ($k = k_s$), seule résonante, on a la relation de dispersion qui s'annule et ainsi :

$$D(\omega_s - k_s v_0, k_s) = 0 \Rightarrow (\omega_s - k_s v_0)^2 = k_s^2 c_{si}^2 + \frac{k_s^2 c_{se}^2}{(1 + k_s^2 \lambda_{De}^2)}$$

On peut maintenant revenir dans l'espace réel et faire apparaître ainsi les propagateurs des ondes sonores et les coefficients de couplages entre ondes en utilisant le développement suivant :

$$\begin{aligned} D(n(\omega - kv_0), nk) &= D(n\omega_s - nk_s v_0 + \delta\omega, nk_s + \delta k) \\ &= D^R(n\omega_s - nk_s v_0, nk_s) + (\delta\omega - nk_s v_0) \left(\frac{\partial D}{\partial \omega} \right)_{\omega=n\omega_s, k=nk_s} + \delta k \left(\frac{\partial D}{\partial k} \right)_{\omega=n\omega_s, k=nk_s} \\ &= D^R(n\omega_s - nk_s v_0, nk_s) + \left(\frac{\partial D}{\partial \omega} \right)_{\omega=n\omega_s, k=nk_s} \left[(\delta\omega - nk_s v_0) + \delta k \left(\frac{\partial D / \partial k}{\partial D / \partial \omega} \right)_{\omega=n\omega_s, k=nk_s} \right] \end{aligned}$$

Composante fondamentale $n=1$: $n(k_s, \omega_s)$ (Fourier) $\equiv n_{k_s}(x, t)$ (Réel)

Pour la composante fondamentale on a :

$$\begin{aligned} D(\omega - kv_0, k)n(k_s, \omega_s) &= D(\omega_s - k_s v_0 + \delta\omega, k_s + \delta k)n(k_s, \omega_s) \\ &= \underbrace{D^R(\omega_s - k_s v_0, k_s)}_{=0} + \left(\frac{\partial D}{\partial \omega} \right)_{\omega=\omega_s, k=k_s} \left[(\delta\omega - k_s v_0) + \delta k \left(\frac{\partial D / \partial k}{\partial D / \partial \omega} \right)_{\omega=\omega_s, k=k_s} \right] \end{aligned}$$

Et comme on a :

$$\begin{aligned} \delta\omega &\equiv i\partial/\partial t \\ \delta k &\equiv -i\partial/\partial x \end{aligned}$$

On obtient alors dans l'espace réel, en tenant compte du terme source (couplage) :

$$\begin{aligned} D(\omega - kv_0, k)n(k_s, \omega_s) &\implies \\ i \left(\frac{\partial D}{\partial \omega} \right)_{\omega=\omega_s, k=k_s} \left[\frac{\partial}{\partial t} + ik_s v_0 + v_{g, k_s} \frac{\partial}{\partial x} \right] n_{k_s}(x, t) &= \frac{k_s^2 c_{se}^2}{(1 + k_s^2 \lambda_{De}^2)} \varphi_p(x, t) \delta_{k, k_s} + \\ &\sum_{\omega' + \omega'' = \omega_s} \sum_{k' + k'' = k_s} M_{(k', \omega', k'', \omega'')} n_{(k', \omega')} n_{(k'', \omega'')} \quad (A.23) \end{aligned}$$

Avec la vitesse de groupe v_{g, k_s} , défini par :

$$v_{g, k_s} = - \left(\frac{\partial D / \partial k}{\partial D / \partial \omega} \right)_{\omega=\omega_s, k=k_s} \quad (A.24)$$

On peut donc calculer la vitesse de groupe et les termes de couplage pondéromoteur et entre harmoniques :

$$\begin{cases} \left(\frac{\partial D}{\partial k} \right)_{\omega=\omega_s, k=k_s} &= -2v_0(\omega_s - k_s v_0) - 2k_s \left[c_{si}^2 + \frac{c_{se}^2}{(1 + k_s^2 \lambda_{De}^2)} - \frac{k_s^2 \lambda_{De}^2 c_{se}^2}{(1 + k_s^2 \lambda_{De}^2)^2} \right] \\ \left(\frac{\partial D}{\partial \omega} \right)_{\omega=\omega_s, k=k_s} &= 2(\omega_s - k_s v_0) = 2k_s \sqrt{c_{si}^2 + \frac{c_{se}^2}{(1 + k_s^2 \lambda_{De}^2)}} \end{cases}$$

Donc on aura :

$$v_{g, k_s} = v_0 + \frac{c_s [1 + \tau_i (1 + k_s^2 \lambda_{De}^2)^2]}{(1 + k_s^2 \lambda_{De}^2)^{(3/2)} [1 + \tau_i (1 + k_s^2 \lambda_{De}^2)]^{1/2} (1 + \tau_i)^{1/2}} \quad (A.25)$$

Les coefficients de couplages s'écrivent :

- Couplage pondéromoteur :

$$\frac{k^2 c_{se}^2 \varphi_p(x, t) \delta_{k, k_s}}{(1 + k^2 \lambda_{De}^2)} \left(i \frac{\partial D}{\partial \omega} \right)_{\substack{\omega=\omega_s \\ k=k_s}}^{-1} = -i \frac{k_s c_s}{2} \frac{\varphi_p(x, t) \delta_{k, k_s}}{(1 + k^2 \lambda_{De}^2)^{1/2} [1 + \tau_i (1 + k_s^2 \lambda_{De}^2)]^{(1/2)} (1 + \tau_i)^{(1/2)}}$$

- Couplage entre harmoniques

$$M_{(k', \omega', k'', \omega'')} \left(i \frac{\partial D}{\partial \omega} \right)_{\substack{\omega=\omega_s \\ k=k_s}}^{-1} = k_s^2 \left[\frac{(\omega_s - k_s v_0)}{k_s} \frac{(\omega'' - k'' v_0)}{k''} + \frac{1}{2} \frac{(\omega' - k' v_0)}{k'} \frac{(\omega'' - k'' v_0)}{k''} \right. \\ \left. - \frac{c_{si}^2}{2} - \frac{1}{2 c_{se}^2 (1 + k_s^2 \lambda_{De}^2)} \left[\left(\frac{\omega' - k' v_0}{k'} \right)^2 - c_{si}^2 \right] \left[\left(\frac{\omega'' - k'' v_0}{k''} \right)^2 - c_{si}^2 \right] \right] \left(i \frac{\partial D}{\partial \omega} \right)_{\substack{\omega=\omega_s \\ k=k_s}}^{-1} \quad (\text{A.26})$$

Or comme on a

$$\frac{(\omega_s - k_s v_0)}{k_s} = \frac{(\omega' - k' v_0)}{k'} = \frac{(\omega'' - k'' v_0)}{k''}$$

Soit :

$$M_{(k', \omega', k'', \omega'')} \left(i \frac{\partial D}{\partial \omega} \right)_{\substack{\omega=\omega_s \\ k=k_s}}^{-1} = \frac{-i k_s^2 c_{se}^2}{(\omega_s - k_s v_0)} \left[\frac{3}{2(1 + k_s^2 \lambda_{De}^2)} + \tau_i - \frac{1}{2(1 + k_s^2 \lambda_{De}^2)(1 + k_s^2 \lambda_{De}^2)^2} \right] \\ M_{(k', \omega', k'', \omega'')} \left(i \frac{\partial D}{\partial \omega} \right)_{\substack{\omega=\omega_s \\ k=k_s}}^{-1} = \frac{-i k_s c_s}{2} \left[\frac{\frac{3}{2}(1 + k_s^2 \lambda_{De}^2)^2 + \tau_i (1 + k_s^2 \lambda_{De}^2)^3 - \frac{1}{2}}{[1 + \tau_i (1 + k_s^2 \lambda_{De}^2)]^{1/2} (1 + k_s^2 \lambda_{De}^2)^{5/2} (1 + \tau_i)^{(1/2)}} \right] \quad (\text{A.27})$$

Donc finalement, on peut résumer pour la composante fondamentale sous la forme :

$$\left[\frac{\partial}{\partial t} + i k_s v_0 + v_{g, k_s} \frac{\partial}{\partial x} \right] n_{k_s}(x, t) = -i \frac{k_s c_s}{2} \frac{\varphi_p(x, t) \delta_{k, k_s}}{(1 + k^2 \lambda_{De}^2)^{1/2} [1 + \tau_i (1 + k_s^2 \lambda_{De}^2)]^{(1/2)} (1 + \tau_i)^{(1/2)}} \\ - \frac{i k_s c_s}{2} \sum_{\omega' + \omega'' = \omega_s} \sum_{k' + k'' = k_s} \left[\frac{\frac{3}{2}(1 + k_s^2 \lambda_{De}^2)^2 + \tau_i (1 + k_s^2 \lambda_{De}^2)^3 - \frac{1}{2}}{[1 + \tau_i (1 + k_s^2 \lambda_{De}^2)]^{1/2} (1 + k_s^2 \lambda_{De}^2)^{5/2} (1 + \tau_i)^{(1/2)}} \right] n_{(k', \omega')} n_{(k'', \omega'')} \quad (\text{A.28})$$

Avec la vitesse de groupe v_{g, k_s} , défini par :

$$v_{g, k_s} = v_0 + \frac{c_s}{[1 + \tau_i]^{1/2}} \left\{ \frac{[1 + \tau_i (1 + k_s^2 \lambda_{De}^2)^2]}{(1 + k_s^2 \lambda_{De}^2)^{(3/2)} [1 + \tau_i (1 + k_s^2 \lambda_{De}^2)]^{1/2}} \right\} \quad (\text{A.29})$$

Autres Composantes : $n(nk_s, n\omega_s) \equiv n_{nk_s}(x, t)$

Pour les autres composantes le calcul est le même, mais cette fois la composante considérée n'est plus resonante et la relation de dispersion ne s'annule pas, ce qui conduit à un terme décrivant l'écart à la résonance. En effet on aura :

$$D(n\omega - nk v_0, nk) n(nk, n\omega) = D(n\omega_s - nk_s v_0 + \delta\omega, nk_s + \delta k) n(nk_s, n\omega_s) \\ = \underbrace{D^R(n\omega_s - nk_s v_0, nk_s)}_{\neq 0} + \left(\frac{\partial D}{\partial \omega} \right)_{\substack{\omega=n\omega_s \\ k=nk_s}} \left[(\delta\omega - nk_s v_0) + \delta k \left(\frac{\partial D / \partial k}{\partial D / \partial \omega} \right)_{\substack{\omega=n\omega_s \\ k=nk_s}} \right]$$

Donc dans l'espace réel, on obtient :

$$\begin{aligned} i \left(\frac{\partial D}{\partial \omega} \right)_{\substack{\omega=n\omega_s \\ k=nk_s}} \left[\frac{\partial}{\partial t} + ink_s v_0 + i\delta_n + v_{g,nk_s} \frac{\partial}{\partial x} \right] n_{nk_s}(x, t) \\ = \sum_{\omega'+\omega''=n\omega_s} \sum_{k'+k''=nk_s} M_{(k',\omega',k'',\omega'')} n_{(k',\omega')} n_{(k'',\omega'')} \end{aligned} \quad (\text{A.30})$$

Avec la vitesse de groupe v_{g,nk_s} , défini par :

$$v_{g,nk_s} = - \left(\frac{\partial D / \partial k}{\partial D / \partial \omega} \right)_{\substack{\omega=n\omega_s \\ k=nk_s}} \quad (\text{A.31})$$

Et l'écart à la résonance défini par :

$$\delta_n = - \frac{D(n\omega_s - nk_s v_0, nk_s)}{(\partial D / \partial \omega)_{\substack{\omega=n\omega_s \\ k=nk_s}}} \quad (\text{A.32})$$

Et le terme de couplage entre harmoniques :

$$\begin{aligned} M_{(k',\omega',k'',\omega'')} \left(i \frac{\partial D}{\partial \omega} \right)_{\substack{\omega=n\omega_s \\ k=nk_s}}^{-1} = (nk_s)^2 \left[\frac{(n\omega_s - nk_s v_0)(\omega'' - k'' v_0)}{nk_s k''} + \frac{1}{2} \frac{(\omega' - k' v_0)(\omega'' - k'' v_0)}{k' k''} \right. \\ \left. - \frac{c_{si}^2}{2} - \frac{1}{2c_{se}^2(1 + (nk_s)^2 \lambda_{De}^2)} \left[\left(\frac{\omega' - k' v_0}{k'} \right)^2 - c_{si}^2 \right] \left[\left(\frac{\omega'' - k'' v_0}{k''} \right)^2 - c_{si}^2 \right] \right] \left(i \frac{\partial D}{\partial \omega} \right)_{\substack{\omega=n\omega_s \\ k=nk_s}}^{-1} \end{aligned} \quad (\text{A.33})$$

On utilise alors :

$$\begin{cases} \left(\frac{\partial D}{\partial k} \right)_{\substack{\omega=n\omega_s \\ k=nk_s}} = -2nv_0(\omega_s - k_s v_0) - 2nk_s \left[c_{si}^2 + \frac{c_{se}^2}{(1+(nk_s)^2 \lambda_{De}^2)} - \frac{(nk_s)^2 \lambda_{De}^2 c_{se}^2}{(1+(nk_s)^2 \lambda_{De}^2)^2} \right] \\ \left(\frac{\partial D}{\partial k} \right)_{\substack{\omega=n\omega_s \\ k=nk_s}} = 2n(\omega_s - k_s v_0) = 2nk_s \sqrt{\left[c_{si}^2 + \frac{c_{se}^2}{(1+k_s^2 \lambda_{De}^2)} \right]} \end{cases}$$

On peut calculer les vitesses de groupes et les écarts à la résonance :

$$\begin{aligned} v_{g,nk_s} &= - \left(\frac{\partial D / \partial k}{\partial D / \partial \omega} \right)_{\substack{\omega=n\omega_s \\ k=nk_s}} \\ v_{g,nk_s} &= v_0 + \frac{c_s}{[1 + \tau_i]^{1/2}} \left\{ \frac{\left[1 + \tau_i(1 + n^2 k_s^2 \lambda_{De}^2)^2 \right] \left[1 + k_s^2 \lambda_{De}^2 \right]^{1/2}}{\left[1 + \tau_i(1 + k_s^2 \lambda_{De}^2) \right]^{1/2} \left[1 + n^2 k_s^2 \lambda_{De}^2 \right]^2} \right\} \end{aligned} \quad (\text{A.34})$$

Dans la limite ou $n = 1$, on retrouve bien l'équation (29).

Et l'écart à la résonance

$$\begin{aligned} \delta_n &= - \frac{D(n\omega_s - nk_s v_0, nk_s)}{(\partial D / \partial \omega)_{\substack{\omega=n\omega_s \\ k=nk_s}}} \\ &= - \frac{\left[(n\omega_s)^2 - (nk_s)^2 c_{si}^2 - \frac{(nk_s)^2 c_{se}^2}{1+(nk_s)^2 \lambda_{De}^2} \right]}{2nk_s c_{se} \left[1 + \tau_i(1 + k_s^2 \lambda_{De}^2) \right]^{1/2}} \left[1 + k_s^2 \lambda_{De}^2 \right]^{1/2} \end{aligned} \quad (\text{A.35})$$

Soit :

$$\delta_n = -\frac{nk_s c_s}{2[1 + \tau_i]^{1/2}} \left\{ \frac{k_s^2 \lambda_{De}^2 [n^2 - 1]}{[1 + k_s^2 \lambda_{De}^2]^{1/2} [1 + (nk_s)^2 \lambda_{De}^2] [1 + \tau_i (1 + k_s^2 \lambda_{De}^2)]^{1/2}} \right\} \quad (\text{A.36})$$

Et le terme de couplage entre harmoniques

$$\begin{aligned} \bar{M}_{\left(\begin{smallmatrix} k' \\ k'' \end{smallmatrix}, \omega'\right)} &= M_{\left(\begin{smallmatrix} k' \\ k'' \end{smallmatrix}, \omega'\right)} \left(i \frac{\partial D}{\partial \omega} \right)_{\substack{\omega=n\omega_s \\ k=nk_s}}^{-1} \\ &= \frac{-ink_s c_s}{2} \left[\frac{\frac{3}{2}(1+k_s^2 \lambda_{De}^2)(1+(nk_s)^2 \lambda_{De}^2) + \tau_i(1+(nk_s)^2 \lambda_{De}^2)(1+k_s^2 \lambda_{De}^2)^2 - \frac{1}{2}}{[1 + \tau_i(1 + k_s^2 \lambda_{De}^2)]^{1/2} (1 + (nk_s)^2 \lambda_{De}^2) (1 + k_s^2 \lambda_{De}^2)^{3/2} (1 + \tau_i)^{(1/2)}} \right] \end{aligned}$$

On aura donc pour l'ensemble des autres-harmoniques :

$$\begin{aligned} \left[\frac{\partial}{\partial t} + ink_s v_0 + v_{g, nk_s} \frac{\partial}{\partial x} \right] n_{nk_s}(x, t) &= -i \frac{nk_s c_s}{2} \sum_{\omega' + \omega'' = n\omega_s} \sum_{k' + k'' = nk_s} \\ &\left[\frac{\frac{3}{2}(1 + k_s^2 \lambda_{De}^2)(1 + (nk_s)^2 \lambda_{De}^2) + \tau_i(1 + (nk_s)^2 \lambda_{De}^2)(1 + k_s^2 \lambda_{De}^2)^2 - \frac{1}{2}}{[1 + \tau_i(1 + k_s^2 \lambda_{De}^2)]^{1/2} (1 + (nk_s)^2 \lambda_{De}^2) (1 + k_s^2 \lambda_{De}^2)^{3/2} (1 + \tau_i)^{(1/2)}} \right] n_{(k', \omega')} n_{(k'', \omega'')} \quad (\text{A.37}) \end{aligned}$$

Remarques concernant le 2D : En 2D, on procède de la même manière, néanmoins, dans ce cas la relation de dispersion s'écrit (sans flot v_0)

$$\begin{aligned} D(n\omega, n\vec{k}) &= D(n\omega_s + \delta\omega, n\vec{k}_s + \delta\vec{k}) \\ &= D(n\omega_s, n\vec{k}_s) + \delta\omega \left(\frac{\partial D}{\partial \omega} \right)_{\substack{\omega=n\omega_s \\ \vec{k}=n\vec{k}_s}} + \delta\vec{k} \left(\frac{\partial D}{\partial \vec{k}} \right)_{\substack{\omega=n\omega_s \\ \vec{k}=n\vec{k}_s}} \\ &= D(n\omega_s, n\vec{k}_s) + \delta\omega \left(\frac{\partial D}{\partial \omega} \right)_{\substack{\omega=n\omega_s \\ \vec{k}=n\vec{k}_s}} + \delta\vec{k}_{\parallel} \left(\frac{\partial D}{\partial \vec{k}_{\parallel}} \right)_{\substack{\omega=n\omega_s \\ \vec{k}=n\vec{k}_s}} + \delta\vec{k}_{\perp} \left(\frac{\partial D}{\partial \vec{k}_{\perp}} \right)_{\substack{\omega=n\omega_s \\ \vec{k}=n\vec{k}_s}} \end{aligned}$$

Or en 2D, l'approximation d'enveloppe n'est pas valable sur la direction transverse, on doit donc conserver le développement au deuxième ordre en $\delta\vec{k}_{\perp}$. On aura alors :

$$\begin{aligned} D(n\omega, n\vec{k}) &= D(n\omega_s, n\vec{k}_s) + \delta\omega \left(\frac{\partial D}{\partial \omega} \right)_{\substack{\omega=n\omega_s \\ \vec{k}=n\vec{k}_s}} + \delta\vec{k}_{\parallel} \left(\frac{\partial D}{\partial \vec{k}_{\parallel}} \right)_{\substack{\omega=n\omega_s \\ \vec{k}=n\vec{k}_s}} + \delta\vec{k}_{\perp} \left(\frac{\partial D}{\partial \vec{k}_{\perp}} \right)_{\substack{\omega=n\omega_s \\ \vec{k}=n\vec{k}_s}} \\ &+ \frac{1}{2} (\delta\vec{k}_{\perp})^2 \left(\frac{\partial^2 D}{\partial \vec{k}_{\perp}^2} \right)_{\substack{\omega=n\omega_s \\ \vec{k}=n\vec{k}_s}} \\ &= D(n\omega_s, n\vec{k}_s) + \left(\frac{\partial D}{\partial \omega} \right)_{\substack{\omega=n\omega_s \\ \vec{k}=n\vec{k}_s}} \left[\delta\omega + \delta\vec{k}_{\parallel} \left(\frac{\partial D / \partial \vec{k}_{\parallel}}{\partial D / \partial \omega} \right)_{\substack{\omega=n\omega_s \\ \vec{k}=n\vec{k}_s}} + \delta\vec{k}_{\perp} \left(\frac{\partial D / \partial \vec{k}_{\perp}}{\partial D / \partial \omega} \right)_{\substack{\omega=n\omega_s \\ \vec{k}=n\vec{k}_s}} \right] \\ &+ \frac{1}{2} (\delta\vec{k}_{\perp})^2 \left(\frac{\partial^2 D / \partial \vec{k}_{\perp}^2}{\partial D / \partial \omega} \right)_{\substack{\omega=n\omega_s \\ \vec{k}=n\vec{k}_s}} \quad (\text{A.38}) \end{aligned}$$

En repassant dans l'espace réel, et en supposant pour simplifier que la relation de dispersion s'écrit sans les corrections thermiques et les corrections en $k_s \lambda_{De}$: $D(\omega, k) = \omega^2 - k^2 c_s^2$, ce dernier terme devient :

$$-i \frac{1}{2} (\delta \vec{k}_\perp)^2 \left(\frac{\partial^2 D / \partial \vec{k}_\perp^2}{\partial D / \partial \omega} \right)_{\substack{\omega = n\omega_s \\ \vec{k} = n\vec{k}_s}} \Rightarrow +i \frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2}{\partial \vec{x}_\perp^2} \right) \left(\frac{-2c_s^2}{2n\omega_s} \right) = -i \left(\frac{c_s \nabla_\perp^2}{2nk_s} \right) \quad (\text{A.39})$$

Ce qui fait apparaître le terme de diffraction sur les directions transverses. On peut donc réécrire ce terme mais en tenant compte des corrections thermiques (en T_i) et des corrections dues à la dispersion.

B. Présentation des modèles numériques utilisés

Le but de cette partie est de présenter les différentes méthodes numériques utilisées pour décrire l'instabilité de diffusion Brillouin stimulée sous l'approche du code dit *complet*.

B.1. Modèle numérique du Code hydrodynamique dit 'Complet' 1D et 2D

Ce modèle, qui est le niveau de description le moins simplifié (pour l'approche l'hydrodynamique), consiste en la résolution des équations hydrodynamiques, de l'équation de Poisson non-linéaire (due à la loi de Boltzmann pour les électrons), et l'équation de Maxwell enveloppée en temps. On rappelle que dans ce modèle, aucune approximation paraxiale n'est faite. Avec ce modèle, l'instabilité de diffusion Brillouin peut-être décrite dans le régime de *désintégration standard* et dans le régime de *désintégration modifié*, et la non-linéarité est correctement décrite.

Ce système s'écrit :

$$\frac{\partial}{\partial t} n_i + \nabla \cdot (n_i \vec{v}_i) = 0 \quad (\text{B.1})$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \mathbf{v}_i + (\mathbf{v}_i \cdot \nabla) \mathbf{v}_i + c_{si}^2 \nabla (\ln n_i) = -c_{se}^2 \nabla \varphi \quad (\text{B.2})$$

$$\lambda_D^2 \nabla^2 \varphi = \left(\frac{n_e}{n_{e0}} - \frac{n_i}{n_{i0}} \right) \quad (\text{B.3})$$

$$\frac{2i\omega_0}{c^2} \frac{\partial}{\partial t} \vec{E} + \nabla \vec{E} + \frac{\omega_0^2}{c^2} \vec{E} = \frac{\omega_0^2}{c^2} \frac{n_e}{n_c} \vec{E} \quad (\text{B.4})$$

$$n_e = n_{e0} \exp(\varphi - \varphi_p) \quad (\text{B.5})$$

avec la vitesse sonore :

$$c_s^2 = c_{se}^2 + c_{si}^2 = \frac{ZT_e + 3T_i}{m_i}$$

et avec la longueur de Debye $\lambda_D^2 = T_e \epsilon_0 / n_{e0} e^2$. Pour étudier numériquement ce système, on va découper l'analyse en 3 parties distinctes :

- L'hydrodynamique et la propagation du Brillouin
- l'équation de Poisson non-linéaire
- L'équation de Maxwell

B.1.1. La partie Hydrodynamique

C'est la partie la plus importante car c'est celle qui permet de décrire la propagation du Brillouin, la non-linéarité et l'inhomogénéité du plasma. C'est l'association de ces différents phénomènes qui rend son traitement numérique difficile.

Du point de vue de l'hydrodynamique pur, c'est à dire sans terme source, on sait que l'évolution du plasma fait apparaître des structures de type chocs très délicates à modéliser. Ces structures conduisent à des instabilités et à des oscillations non-physiques pouvant corrompre les résultats. De nombreuses méthodes existent pour décrire les chocs : les méthodes de flux corrigés ou les méthodes de flux limites.

Les méthodes de type *FCT* (Flux-corrected Transport) (méthode de correction de Flux) développées très tôt par Boris et Book [95] et adaptées au schémas de différences finies permettent de décrire correctement ces termes, en advection sans diffusion. Ces méthodes sont basées sur plusieurs étapes de calculs :

1. étape de transport (ou étape d'advection)
2. étape anti-diffusion (pour supprimer le caractère diffusif induit lors du transport)
3. étape garantissant la positivité de la solution remis en question par l'étape d'anti-diffusion.

En effet, l'étape d'anti-diffusion crée des minima et des maxima dans la solution que la dernière étape par l'intermédiaire d'un *flux corrigé* permet de limiter.

Lorsque l'on cherche à décrire le système précédent, on doit pouvoir décrire simultanément l'évolution hydrodynamique du plasma (écoulement) et l'instabilité de diffusion Brillouin stimulée, c'est à dire l'évolution des ondes acoustiques ioniques excitées.

La difficulté principale réside dans le fait que ces deux phénomènes ont des comportements différents. En parallèle à l'évolution hydrodynamique du plasma et à ces structures de type chocs, les ondes acoustiques ioniques représentent des oscillations rapides (propagation d'une onde).

Le problème qui se pose est que les méthodes précédentes consistent à amortir très fortement les petites longueurs d'ondes (grands vecteurs d'ondes) pour atténuer les oscillations non-physiques et par conséquent peuvent aussi amortir les oscillations physiques que l'on voudrait conserver.

Une modélisation seule de l'hydrodynamique est donc tout à fait correcte par des méthodes de correction de flux, mais l'ajout d'un terme source cherchant à modéliser des oscillations rapides (via le potentiel pondéromoteur dans notre cas) conduit à une solution trop fortement amorti. La longueur d'onde d'intérêt (λ_s) se trouve alors amorti et ces harmoniques ($\lambda_s/2, \lambda_s/3...$) le seront d'autant plus.

Les autres méthodes utilisées pour décrire des écoulements (méthode de volumes finis pour des système hyperboliques) utilisant des méthodes de Godunov avec des limiteurs de flux [96], conduisent à des résultats similaires sur l'amortissement des solutions. De plus ces dernières méthodes sont assez limitées, car elles restreignent l'étude à des températures ioniques différentes de zéro. En effet, dans ce cas le système ne possède pas de terme de pression ionique et il n'est alors plus hyperbolique.

Parmi les autres méthodes existant pour décrire des chocs, la méthode d'introduction

d'une viscosité artificielle (ou physique [24]) s'est donc imposée d'elle-même. On rajoute à l'équation précédente sur la vitesse \vec{v} une dérivé seconde permettant d'amortir les oscillations non-physiques se propageant près du chocs :

$$\frac{\partial}{\partial t}\vec{v} + (\vec{v} \cdot \frac{\partial}{\partial x})\vec{v} + c_{si}^2 \frac{\partial}{\partial x}(\ln n) = -c_{se}^2 \frac{\partial}{\partial x}\varphi + \nu(x) \frac{\partial^2 v}{\partial x^2}$$

Néanmoins, pour ne pas amortir de nouveau les oscillations physiques, on applique cette dérivé seconde uniquement près des chocs : c'est à dire, compte tenu de l'équation précédente, un choix de la fonction $\nu(x)$ pour que celle-ci soit nulle ailleurs qu'à l'endroit où se développe le choc. Dans le cas de simulations de type "feuille explosée", cette procédure impose de connaître au préalable l'endroit où vont se développer les chocs, ce qui peut se faire par une détermination des minima et des maxima de la vitesse.

Pour discrétiser les équations hydrodynamiques, on utilise un schéma de Leap-frog utilisant trois niveaux de temps. Ce schéma est d'ordre 2 en espace et en temps dx^2, dt^2 .

La discrétisation est la suivante :

$$n_i^{t+1} = n_i^{t-1} - \frac{\Delta t}{\Delta z} \left[(n_{i+1}^t v_{i+1}^t) - (n_{i-1}^t v_{i-1}^t) \right] \quad (\text{B.6})$$

$$\begin{aligned} v_i^{t+1} &= v_i^{t-1} - \frac{\Delta t}{2\Delta z} \left[(v_{i+1}^t)^2 - (v_{i-1}^t)^2 \right] - \frac{\Delta t}{\Delta z} c_{si}^2 \left[(\ln n)_{i+1}^t - (\ln n)_{i-1}^t \right] \\ &\quad - \frac{\Delta t}{\Delta z} c_{se}^2 \left[\varphi_{i+1}^t - \varphi_{i-1}^t \right] - 2\nu_L * v_i^{t-1} \end{aligned} \quad (\text{B.7})$$

Le terme de viscosité $\nu(x) \frac{\partial^2 v}{\partial z^2}$ est traité de manière implicite par la résolution d'un système tridiagonal. Le terme d'amortissement ν_L est un opérateur appliqué dans l'espace de Fourier, dépendant linéairement de k et représentant ainsi l'amortissement Landau. Pour des raisons de stabilité numérique, ce terme doit être introduit explicitement.

B.1.2. Equation de Poisson non-linéaire

L'équation de Poisson non-linéaire est plus complexe à résoudre que l'équation de Poisson standard. La procédure la plus simple mais aussi la plus coûteuse en temps de calculs est d'utiliser une méthode itérative.

Suivant la méthode de Schamel [94], on décompose le potentiel sous la forme suivante : $\varphi^{p+1} = \varphi^p + \delta\varphi$ (où p est l'indice d'itération) et on linéarise l'équation de Poisson par rapport à $\delta\varphi$:

$$\begin{aligned} n_e(\varphi^{p+1}) &= n_e(\varphi^p) + \left(\frac{dn_e}{d\varphi^p} \right) \delta\varphi \\ \Rightarrow \lambda_D^2 \Delta \varphi^{p+1} - \left(\frac{dn_e}{d\varphi^p} \right) \delta\varphi &= n_e(\varphi^p) - n \end{aligned}$$

Soit encore pour faire apparaître en membre de droite uniquement la valeur "nouvelle" de φ :

$$\Rightarrow \left[\lambda_D^2 \nabla^2 - \left(\frac{dn_e}{d\varphi^p} \right) \right] \varphi^{p+1} = n_e(\varphi^p) - n - \left(\frac{dn_e}{d\varphi^p} \right) \varphi^p$$

En deux dimensions, afin d'obtenir une convergence, on suit la même procédure en introduisant un paramètre K défini par[86] :

$$K = \frac{1}{2} \left[\min \left(\frac{dn_e}{d\varphi^p} \right) + \max \left(\frac{dn_e}{d\varphi^p} \right) \right]$$

Et l'équation se réécrit alors :

$$\left[\lambda_D^2 \nabla^2 - K \right] \varphi^{p+1} = n_e(\varphi^p) - n - K \varphi^p$$

En deux dimensions, cette équation est résolue dans l'espace de Fourier (k_x, k_y) et la nouvelle valeur de φ est déterminé par une FFT inverse.

B.1.3. Maxwell

La discrétisation en une dimension spatiale de l'équation de Maxwell ne pose pas de problème particulier. On doit modéliser une équation de Schrödinger avec un terme source :

$$\frac{\partial f}{\partial t} - i \frac{\partial^2 f}{\partial z^2} = S$$

Pour cela on adopte, soit un schéma de Cranck-Nicholson, soit un schéma totalement implicite. Les conditions aux bords et entrantes sont néanmoins intéressantes à étudier. Pour un système de dimension L , c'est à dire $0 < z < L$, on utilise des limites transparentes pour les ondes électromagnétiques en définissant une zone de fort amortissement de chaque côté de la zone de simulation. Dans ces zones, le milieu est homogène et donc purement propageateur.

On définit E_+ et E_- comme les ondes se propageant dans le sens des $z > 0$ et $z < 0$ respectivement c'est à dire l'onde incidente et l'onde diffusée.

En $z=0$, on aura :

$$E(z=0) = E_+(z=0) + E_-(z=0)e^{i\omega_s t}$$

En outre comme le milieu est purement propageateur aux bords :

$$\begin{aligned} E_+(z=\Delta z) &= E_+(z=0)e^{ik_0\Delta z} \\ E_-(z=\Delta z) &= E_-(z=0)e^{-ik_0\Delta z}e^{i\omega_s t} \\ \Rightarrow E(z=\Delta z) &= E_+(z=0)e^{ik_0\Delta z} + E_-(z=0)e^{-ik_0\Delta z}e^{i\omega_s t} \end{aligned}$$

En utilisant l'ensemble de ces équations, et en remplaçant $E_-(z=0)e^{i\omega_s t}$ on obtient la condition en $z=0$:

$$-e^{(-ik_0\Delta z)}E(z=0) + E(z=\Delta z) = 2i\sin(k_0\Delta z)E_+(z=0)$$

Où $E_+(z=0)$ est la valeur du champ en entrée.

De même en $z = L$, on obtient le champ total :

$$E(L) = E_+ e^{ik_0 L} + E_- e^{ik_0 L + i\omega_s t}$$

Et de nouveau comme le milieu est purement propagateur :

$$\begin{aligned} E_+(z = L) &= E_+(z = L - \Delta z) e^{ik_0 \Delta z} \\ E_-(z = L) &= E_-(z = L - \Delta z) e^{-ik_0 \Delta z} e^{i\omega_s t} \\ \Rightarrow E(z = L - \Delta z) &= E_+ e^{ik_0(L - \Delta z)} + E_- e^{-ik_0(L - \Delta z) + i\omega_s t} \end{aligned}$$

Soit en remplaçant $E_+ e^{ik_0 L}$ on obtient la condition en $z = L$:

$$-e^{(-ik_0 \Delta z)} E(z = L) + E(z = L - \Delta z) = 2i \sin(k_0 \Delta z) E_-(z = L) e^{i\omega_s t} e^{-ik_0 L}$$

Ces conditions aux bords peuvent éventuellement être complétées par une correction temporelle.

Les conditions initiales sont imposées aux bords, on introduit une amplitude $E_+(z = 0)$ pour le champ entrant. On peut simuler la rétrodiffusion en imposant un germe d'onde réfléchi se propageant dans la direction opposée au faisceau incident ($z < 0$).

En deux dimensions, les conditions ne changent pas, mais en revanche la discrétisation et la méthode de résolution diffèrent totalement.

La méthode utilisée est celle du code Kolibri développé par Stefan Hüller [97]. On résout toujours l'équation de Maxwell enveloppée en temps sans approximation paraxiale, mais en 2D, on travaille en transformée de Fourier sur la direction transverse :

$$\begin{aligned} E(x_\perp, z, t) &= \sum_m E_m(z, t) e^{(i\vec{k}_m \cdot \vec{x}_\perp)} \\ n(x_\perp, z, t) &= \sum_m n_m(z, t) e^{(i\vec{k}_m \cdot \vec{x}_\perp)} \end{aligned}$$

L'équation de Maxwell dans l'espace (k_\perp, z) s'écrit :

$$\frac{2i\omega_0}{c^2} \frac{\partial \vec{E}_m}{\partial t} + \frac{\partial^2 \vec{E}_m}{\partial z^2} + \frac{\omega_0^2}{c^2} \left[1 - \frac{n_{m=0}}{n_c} - \frac{k_m^2 c^2}{\omega_0^2} \right] \vec{E}_m = \frac{\omega_0^2}{c^2} \sum_{h \neq 0} \frac{n_{m-h}}{n_c} \vec{E}_m$$

Le vecteur d'onde \vec{k}_m (en 2D) est défini de la manière suivante :

$$\vec{k}_m = m_{x_\perp} \vec{e}_{x_\perp} \delta k_\perp \quad \text{avec} \quad \delta k_\perp = \frac{2\pi}{L_\perp} \quad \text{avec} \quad 1 \leq m_{x_\perp} \leq M_{x_\perp}$$

Où M_{x_\perp} est le nombre de modes utilisés pour la résolution.

Comme précédemment, le bord droit est alimenté par une onde plane de faible amplitude et utilisé comme bruit.

C. Publications

Une partie des résultats présentés dans cette thèse ont fait l'objet de publications dans des revues avec comité de lecture, dont voici la liste :

Sur la validation de la méthode de décomposition en harmoniques (Chap. 3) :

-S. Hüller, **P.E. Masson-Laborde**, D. Pesme, M. Casanova, F. Detering et A. Maximov, *Harmonic decomposition to describe the nonlinear evolution of stimulated Brillouin scattering*, Physics Of Plasma **13**, 022703 (2006)

Sur la comparaison avec les résultats expérimentaux obtenus au LULI (Chap. 4) :

-**P.E. Masson-Laborde**, S. Hüller, D. Pesme, M. Casanova, P. Loiseau et Ch. Labaune, *Modeling parametric scattering instabilities in large-scale expanding plasmas*, J. Phys IV **133**, 247-251 (2006)

-Ch. Labaune, K. Lewis, H. Bandulet, S. Depierreux, S. Hüller, **P.E. Masson-Laborde**, D. Pesme et G. Riazuelo, *Studies on laser beam propagation and stimulated scattering in multiple beam experiments*, J. Phys IV **133**, 29-33 (2006)

-Ch. Labaune, K. Lewis, H. Bandulet, S. Depierreux, S. Hüller, **P.E. Masson-Laborde**, D. Pesme, *Beam propagation and laser-plasma interaction in the context of inertial fusion*, à paraître prochainement dans European Physics Journal D.

Sur la modélisation des effets cinétiques ioniques (Chap. 5) :

-F. Detering, J-C. Adam, A. Héron, S. Hüller, **P.E. Masson-Laborde**, D. Pesme, *Kinetic effects in stimulated Brillouin scattering*, J. Phys IV **133**, 339-342 (2006)

Bibliographie

- [1] J. H. Nuckolls, L. Wood, A. Thiessen et G. Zimmerman, *Nature*, **239**, 139 (1972)
- [2] J. Lindl *et al*, *Phys. Plasmas*, **11**, 339 (2004)
- [3] D. Pesme, *La fusion thermonucléaire inertielle par laser*, Vol. 1, Eyrolles, (1994)
- [4] H. A. Baldis, E. M. Campbell, and W. L. Kruer, *HandBook of Plasma Physics*, édité par S. Witkowski et A. M. Rubenchik (Amsterdam 1991), Vol. 3; *Physics of laser Plasma*
- [5] W. L. Kruer, *The Physics of Laser Plasma Interactions*, Addison-Wesley, New York, 1988
- [6] P. Drake, P. K. Kaw, Y. C. Lee, G. Schmidt, C. S. Liu et M. N. Rosenbluth, *Phys. Fluids*, **17**, 778, (1994)
- [7] D. W. Forslund, J. M. Hinkel et E. L. Lindman, *Phys. Fluids*, **18**, 1002 (1975)
- [8] J. A. Heikkinen, S. J. Karttunen, *Phys. Plasmas*, **27**, 707 (1984)
- [9] C. J. Walsh, H. A. Baldis, *Phys. Rev. Lett.* **48**, 1483 (1982)
- [10] P. W. Rambo, S. C. Wilks, W. L. Kruer, *Phys. Rev. Lett.* **79**, 83 (1997)
- [11] A. Bers *Cours des Houches*, (1972) Ed. De Witt et J. Peyraud, New York
- [12] D. Pesme, G. Laval, R. Pellat, *Phys. Rev. Lett.* **31**, 203 (1973)
- [13] V. Fuchs, *Phys. Fluids* **19**, 1554 (1976)
- [14] D. E. Hinkel, E. A. Williams et R. L. Berger, *Phys. Plasmas*, **1**, 2987 (1994)
- [15] M. N. Rosenbluth, *Phys. Rev. Lett.* **29**, 565 (1972)
- [16] C. L. Tang, *Journal of Applied Physics*, **37**, 2945, (1966)
- [17] J. F. Lam, B. Lippmann, F. Tappert, *Phys. Fluids* **20**, 1167 (1977)
- [18] J. A. Heikkinen, S. J. Karttunen et R. R. E. Salomaa *Phys. Lett.*, **101A**, 217 (1984)
- [19] S. J. Karttunen, J. N. McMullin, A. A. Offenberger, *Phys. Fluids*. **24**, 447, (1981)
- [20] V. P. Silin, V. T. Tikhonchuk, *Sov. Phys. JETP*, **56**, 765 (1982)
- [21] V. V. Kurin, G. Permittin, *Sov. J. Plasma Phys.* **8**, 207 (1982)
- [22] J. Candy, W. Rozmus et V. T. Tikhonchuk, *Phys. Rev. Lett.* **65**, 1889 (1990)
- [23] M. Casanova, G. Laval, R. Pellat et D. Pesme, *Phys. Rev. Lett.* **54**, 2230 (1985)
- [24] S. Hüller, *Phys. Fluids* **B3**, 3317 (1991)

- [25] H. A. Rose, *Phys. Plasmas* **4**, 437 (1997)
- [26] D. Pesme, D. Teychenney, à paraître
- [27] S. Hüller, *Interplay between parametric instabilities in fusion-relevant laser plasmas*, Le Vide, **1**, 44, (1998)
- [28] S. Hüller, P.E. Masson-Laborde, D. Pesme, M. Casanova, F. Detering et A. Maximov, *Harmonic decomposition to describe the nonlinear evolution of stimulated Brillouin scattering*, *Phys. Plasmas* **13**, 022703 (2006)
- [29] M. Casanova, *Laser Part. Beams*, **7**, 165 (1989)
- [30] H. Washimi and T. Taniuti, *Phys. Rev. Lett*, **17**, 996 (1966).
- [31] A. V. Maximov, R. M. Oppitz, W. Rozmus, et V. T. Tikhonchuk *Phys. Plasmas* **7**, 4227 (2000)
- [32] W. Rozmus, M. Casanova, D. Pesme, A. Heron et J.-C. Adam, *Phys. Fluids* **B4** 576 (1992)
- [33] A. E. Siegman, *Lasers*, Mill Valley. CA, University Science Books, 1996.
- [34] R. Y. Chiao, E. Garmire, et C. H. Townes, *Phys. Rev. Lett*, **13**, 479 (1964)
- [35] G. Fibich et A. L. Gaeta, *Optics. Lett.*, **25**, 335 (2000)
- [36] Y. Silberberg, *Optics. Lett.*, **15**, 1282 (1990)
- [37] R. L. Berger et al, *Phys. Plasmas* **5**, 4337 (1998)
- [38] C. Labaune et al, Plasma Physics and Controlled Fusion, *Laser-plasma interaction experiments in the context of inertial fusion*, **46**, B301 (2004)
- [39] A. J. Schmitt, *Phys. Fluids* **31**, 3079 (1988)
- [40] S. Hüller, Ph. Mounaix, V. T. Tikhonchuk, *Phys. Plasmas* **5**, 2706 (1998)
- [41] L. Divol, *Une modélisation analytique de la réflectivité d'un faisceau laser lissé temporellement : instabilités paramétriques de rétrodiffusion et modèles de points chauds indépendants*, Thèse de Doctorat, Ecole Polytechnique, Palaiseau (1999)
- [42] H. A. Rose et D. F. Dubois, *Phys. Fluids* **B5**, 590 (1993)
- [43] H. A. Rose et D. F. Dubois, *Phys. Rev. Lett.* **72**, 2883 (1994)
- [44] H. A. Rose, *Phys. Plasmas* **2**, 2216 (1995)
- [45] V. T. Tikhonchuk, Ph. Mounaix, D. Pesme, *Phys. Plasmas* **4**, 2658 (1997)
- [46] V. T. Tikhonchuk, S. Hüller, Ph. Mounaix, *Phys. Plasmas* **4**, 4369 (1997)
- [47] J. Adler, *The Geometry of Random Fields*, Wiley, New-York, 1981
- [48] J. Garnier, *Phys. Plasmas* **6**, 1601, (1999)
- [49] V. T. Tikhonchuk, C. Labaune, et H. A. Baldis, *Phys. Plasmas* **3**, 3777 (1996)
- [50] V. T. Tikhonchuk, J. Fuchs, C. Labaune, S. Depierreux, S. Hüller, J. Myatt et H. A. Baldis, *Phys. Plasmas* **8**, 5 (2001)
- [51] L. Spitzer et R. Härm, *Phys. Rev.* **89**, 977 (1953)

-
- [52] A. R. Bell, R. G. Evans et D. J. Nicholas, *Phys. Rev. Lett.* **46**, 243 (1981)
 - [53] J. F. Luciani, P. Mora et J. Virmont, *Phys. Rev. Lett.* **51**, 1664 (1983)
 - [54] E. M. Epperlein, *Phys. Rev. Lett.* **65**, 2145 (1990)
 - [55] V. Yu. Bychenkov, W. Rozmus, V. T. Tikhonchuk et A. V. Brantov, *Phys. Rev. Lett.* **75**, 4405 (1995)
 - [56] A. V. Brantov, V. Yu. Bychenkov, V. T. Tikhonchuk, W. Rozmus, *Phys. Plasmas* **5**, 2742 (1998)
 - [57] A. V. Brantov, V. Yu. Bychenkov, V. T. Tikhonchuk, W. Rozmus et V. K. Senecha, *Phys. Plasmas* **6**, 3002 (1999)
 - [58] V. Yu. Bychenkov, W. Rozmus, A. V. Brantov et V. T. Tikhonchuk, *Phys. Plasmas* **7**, 1511 (2000)
 - [59] P. Michel, *Perte de cohérence d'un faisceau laser intense lors de sa propagation dans un plasma*, Thèse de Doctorat, Ecole Polytechnique, Palaiseau (2003)
 - [60] A. Bendib, A. Tahraoui, K. Bendib, K. Mohammed El Hadj et S. Hüller, *Phys. Plasmas* **12**, 032308 (2005)
 - [61] J. Fuchs, C. Labaune, S. Depierreux, V. T. Tikhonchuk et H. A. Baldis, *Phys. Plasmas* **7**, 4659 (2000)
 - [62] P. E. Young, *Phys. Rev. Lett.* **73**, 14 (1994)
 - [63] C. Labaune, H. A. Baldis, E. Schifano, B. S. Bauer, A. Michard, N. Renard, W. Seka, J. D. Moody et K. G. Eastbrook, *Phys. Rev. Lett.* **76**, 3727 (1996)
 - [64] C. Labaune, H. A. Baldis, E. Schifano, et V. T. Tikhonchuk, *J. Phys. III France* **7**, 1729 (1997)
 - [65] H. A. Baldis et al. *Phys. Rev. Lett.* **80**, 1900 (1998)
 - [66] A. J. Schmitt et B. B. Afeyan, *Phys. Plasmas* **5**, 503 (1998)
 - [67] A. V. Maximov, I. G. Ourdev, D. Pesme, W. Rozmus, V. T. Tikhonchuk, et C. E. Capjack, *Phys. Plasmas* **8**, 1319 (2001)
 - [68] R. P. Drake, R. G. Watt et Kent. Eastbrook, *Phys. Rev. Lett.* **77**, 79 (1996)
 - [69] H. C. Bandulet, C. Labaune, S. Depierreux, K. Lewis, C. Riconda, *Phys. Rev. Lett.* **93**, 035002 (2004)
 - [70] C. Niemann, S. H. Glenzer, J. Knight, L. Divol, E. A. Williams, G. Fregori, B. I. Cohen, C. Constantin et D. H. Froula, *Phys. Rev. Lett.* **93**, 045004 (2004)
 - [71] H. C. Bandulet, *Etude par diffusion Thomson d'ondes acoustiques ioniques de grandes longueurs d'ondes et leurs effets sur la diffusion Brillouin stimulée*, Thèse de Doctorat, Ecole Polytechnique, Palaiseau (2004)
 - [72] V. Malka, N. Renard-Le-Galloudec, S. Hüller, D. Pesme, F. Amiranoff, S. D. Baton, A. Modena, Ph. Mounaix, C. Rousseaux, M. Salvati, *Phys. Plasmas* **7**, 4259 (2000)
 - [73] P. E. Young, H. A. Baldis, et K. G. Eastbrook, *Phys. Fluids* **B3**, 1245 (1991)

- [74] H. A. Baldis, C. Labaune, E. Schifano, N. Renard, S. Baton, et A. Michard, *Phys. Rev. Lett.* **77**, 2957 (1996)
- [75] T. Kolber, W. Rozmus, V. T. Tikhonchuk, Ph. Mounaix et D. Pesme, *Phys. Rev. Lett.* **70**, 1810 (1993)
- [76] V. Yu. Bychenkov, et V. P. Silin, *Sov. J. Plasma Phys.* **9**, 165 (1983)
- [77] W. Rozmus, V. T. Tikhonchuk, V. Yu. Bychenkov et C. E. Capjack, *Phys. Rev. E* **50**, 4005 (1994)
- [78] E. Zakharov, V. J. Karpman, *Sov. Phys. JETP* **16**, 351 (1965)
- [79] T. M. O'Neil, *Phys. Fluids* **8**, 2255 (1965)
- [80] G. J. Morales, et T. M. O'Neil, *Phys. Rev. Lett.* **28**, 417 (1972)
- [81] R. L. Dewar, W. L. Kruer, et W. M. Manheimer, *Phys. Rev. Lett.* **28**, 215 (1972)
- [82] D. C. Barnes, *Phys. Plasmas* **11**, 903 (2004)
- [83] L. Divol, B. Cohen, A. B. Langdon et B. F. Lasinski *Phys. Plasmas* **10**, 3728, (2003) ; L. Divol, *et al*, *Phys. Plasmas* **10**, 1822, (2003)
- [84] C. Riconda, A. Heron, D. Pesme, S. Hüller, V. T. Tikhonchuk, et F. Detering, *Phys. Rev. Lett.* **94**, 055003 (2005)
- [85] A. A. Andreev, V. T. Tikhonchuk, *Sov. Phys. JETP* **68**, 1135 (1989)
- [86] B. I. Cohen, B. F. Lasinski, A. B. Langdon et E. A. Williams, *Phys. Plasmas* **4**, 956 (1997)
- [87] C. Riconda, S. Hüller, J. Myatt et D. Pesme *Phys. Scr.* **T84**, 217 (2000)
- [88] D. Pesme, C. Riconda, V. T. Tikhonchuk, *Phys. Plasmas* **12**, 092101 (2005)
- [89] H. Ikezi, K. Schwarzenegger, A. L. Simons, *Phys. Fluids* **21**, 239 (1978)
- [90] B. I. Cohen, L. Divol, A. B. Langdon, et E. A. Williams, *Phys. Plasmas*, **12**, 052703 (2005)
- [91] P. Loiseau, O. Morice, *Rapport interne CEA*
- [92] H. Schamel, *Plasma Physics*, **13**, 491 (1971) ; H. Schamel, *Plasma Physics*, **14**, 905 (1972) ; H. Schamel, *J. Plasma Physics*, **9**, 377 (1973) ; H. Schamel, *Physica Scripta*, **20**, 306 (1979)
- [93] B. I. Cohen, B. F. Lasinski, A. B. Langdon, E. A. Williams, et H. A. Baldis *Phys. Plasmas* **4**, 3402 (1998)
- [94] H. Schamel, *Journal of Computational Physics*, **53**, 395 (1984)
- [95] J. P. Boris, *Journal of Computational Physics*, **11**, 38 (1973)
- [96] R. J. LeVeque, *Journal of Computational Physics*, **131**, 327 (1997)
- [97] S. Hüller, Ph. Mounaix, D. Pesme *Physica Scripta* **T63**, 151 (1996)